

Modèle mathématique d'échos multiples dans la propagation à grande distance

Jean Varnier et Géraldine Ménéxiadis

Département de Simulation Numérique et Aéroacoustique, Onera, 29 avenue Division Leclerc, 92320 Châtillon, jean.varnier@onera.fr

Les enregistrements du supersonique « Concorde » réalisés dans la gamme infrasonore à des centaines ou milliers de kilomètres de l'aéronef et leur analyse spectrale suggèrent que le signal est formé d'échos multiples résultant du bang sonique initial [1]. A grande distance, les signaux temporels de pression sont généralement constitués de plusieurs arrivées distinctes dont la forme, d'abord croissante puis décroissante, rappelle celle d'une gaussienne. On peut supposer que l'impulsion initiale est soumise lors de sa propagation à différents phénomènes physiques, tels que les effets de diffraction dus à la turbulence et aux inhomogénéités atmosphériques, auxquels il faut ajouter ceux de la réflexion sur le sol ou sur la mer. Nous avons fait l'hypothèse simplificatrice que le trajet des ondes sonores traversait une série de « bulles » ayant la propriété de dupliquer une impulsion incidente en deux impulsions sortantes de même amplitude et toujours décalées du même retard. A la sortie de la bulle suivante, on obtient donc quatre impulsions étalées sur deux pas de temps, dont deux sont contemporaines (répartition 1-2-1). Il en résulte que les impulsions résultantes se combinent dans l'espace et le temps selon une loi binomiale dont l'exposant est égal au nombre de bulles traversées. De façon pratique, les courbes enveloppes de l'histogramme obtenu en sommant le nombre d'impulsions sur chaque pas de temps tendent assez rapidement vers une gaussienne qui reproduit la forme des signaux réels. L'avantage principal du modèle est de suggérer que la durée du signal initial, qui est corrélée à la longueur de l'aéronef, n'aura quasiment aucune influence sur la durée du signal enregistré à grande distance, cette dernière devenant alors caractéristique de la distance de propagation.

1 Introduction

La propagation des infrasons dans l'atmosphère est un sujet d'intérêt en raison de ses nombreux domaines d'application concernant aussi bien des phénomènes naturels (météorologie, océanologie, séismologie, volcanologie...) que liés à l'activité humaine [2]. En France, l'organisme dédié est le Département d'Analyse Surveillance Environnement (DASE) du CEA qui gère 24 stations de l'OTICE, réseau international développé dans le cadre de l'interdiction complète des essais nucléaires. Le bang sonique des lanceurs et aéronefs est, comme tous les phénomènes de grande énergie, générateur d'infrasons qui peuvent être enregistrés à de très grandes distances par ces stations. Les signaux considérés à titre d'exemple dans cette étude émanent de vols supersoniques de l'avion « Concorde ». Nous reprenons ici un point particulier abordé dans la référence [1] qui concerne la durée et la forme de ces signaux. Les questions posées sont de savoir pourquoi les signaux temporels enregistrés à grande distance de la source sonore ont de façon générale une enveloppe gaussienne, de quelle manière on peut relier la durée du signal à la distance de propagation, enfin si les propriétés de la source – comme la longueur et la vitesse d'un avion – ont une influence sur la durée du signal.

Pour tenter de répondre à ces questions, nous avons fait appel « ex nihilo » à un modèle physique et mathématique très simple qui donne un aperçu au moins qualitatif de réponses possibles en attendant d'être confrontées à des données expérimentales plus complètes.

2 Modèle de duplication d'une impulsion

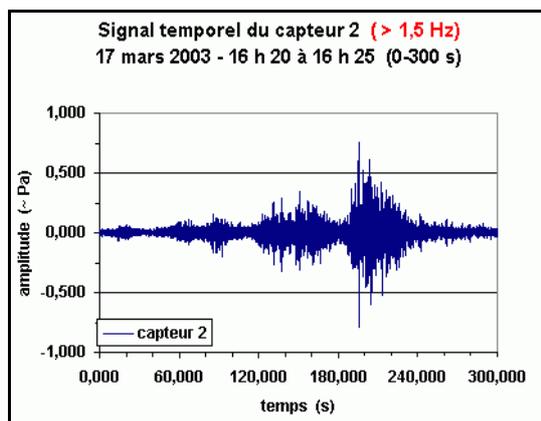


Figure 1 : signal temporel émanant du « Concorde » à 800 km de distance

2.1 Hypothèses, modèle élémentaire

La forme générale des signaux infrasonores analysés (figure 1) et la constatation de la redondance des spectres d'une fenêtre temporelle à l'autre nous ont amenés à élaborer un modèle pouvant expliquer la duplication et l'allongement du signal lors de sa propagation atmosphérique. Ce phénomène de duplication ou « d'échos multiples » à partir d'un signal initial de nature impulsionnelle – « rumble » dans la littérature anglo-

saxonne – est observé dans la réalité même à des distances relativement courtes : roulement de tonnerre résultant d'un coup de foudre, grondement d'une salve d'artillerie entendue d'un observatoire.

Selon notre hypothèse, les signaux enregistrés résultent d'une onde de choc initiale soumise lors de sa propagation à différents phénomènes physiques tels que les effets de réflexion, réfraction et diffraction dus à la turbulence, aux inhomogénéités atmosphériques (température, densité, humidité...) et aux obstacles rencontrés (terrain, surface de la mer). Une approche théorique est décrite dans [3].

Dans notre modèle, nous ne considérons que l'aspect temporel du phénomène en faisant abstraction de toute considération spatiale et du calcul des amplitudes successives des échos obtenus. Nous faisons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le chemin de propagation est constitué de « bulles d'atmosphère » successives ayant toutes les mêmes propriétés,
- l'effet d'une bulle est de retransmettre une impulsion entrante en la dédoublant sous la forme d'une impulsion dite initiale et d'une impulsion retardée de même amplitude,
- l'écart temporel entre une impulsion initiale et une impulsion retardée est toujours le même.

Ce modèle élémentaire est représenté sur la figure 2, où Δt est l'écart temporel entre l'impulsion initiale (en rouge) et l'impulsion retardée (en vert) au sortir de la bulle.

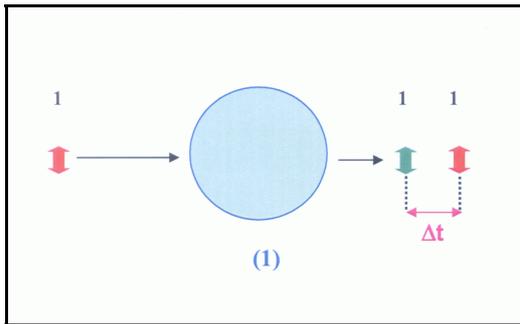


Figure 2 : modèle élémentaire de duplication d'une impulsion

2.2 Généralisation

Lors du passage dans la deuxième bulle, les deux impulsions incidentes vont se dédoubler selon les hypothèses citées précédemment. Comme nous le voyons sur la figure 3 (en haut), nous obtenons ainsi quatre impulsions de même amplitude, dont deux simultanées, étagées sur une durée $2 \Delta t$. On reconnaît la répartition 1-2-1 du binôme de Newton à la puissance $n = 2$ (3^{ème} ligne du triangle de Pascal). Selon le processus indiqué sur la figure, après passage à travers n bulles atmosphériques, les impulsions sont réparties selon une distribution binomiale de puissance n étalée sur une durée $n \Delta t$. Dans cette distribution, le nombre d'impulsions à l'instant $t = k \Delta t$ (avec $0 \leq k \leq n$) est égal au nombre de combinaisons C_n^k de k éléments pris parmi n . On remarque que d'une façon générale, à la sortie d'une bulle quelconque, la série d'impulsions incidente (traits rouges) donne naissance à une série retardée (traits verts) et que la somme des deux donne la ligne suivante du triangle de Pascal.

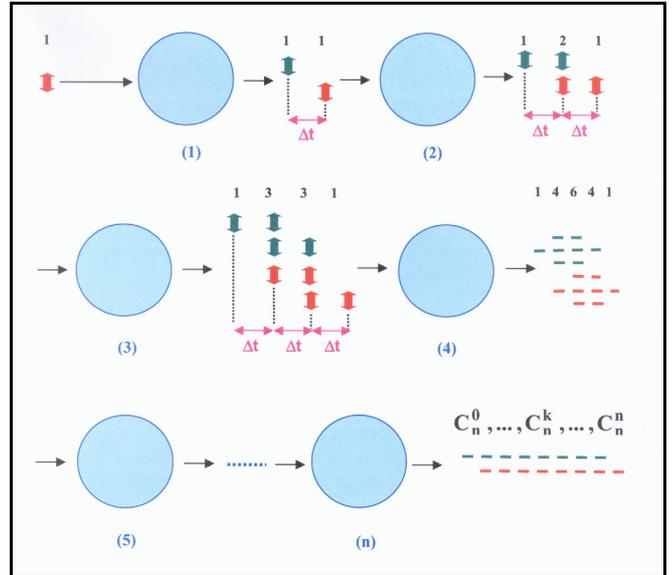


Figure 3 : modèle de duplication d'une impulsion par l'atmosphère

En définitive, on aboutit à une structure « d'échos multiples » de l'impulsion initiale répartis selon une loi binomiale.

Sur la figure 4 nous avons symétrisé de façon artificielle, pour obtenir l'allure d'un signal réel, la distribution obtenue après passage de l'impulsion initiale à travers 17 bulles d'atmosphère. A chaque abscisse k , la longueur totale du bâton est égale au coefficient correspondant de la distribution binomiale. Nous avons également représenté les enveloppes du diagramme en bâton.

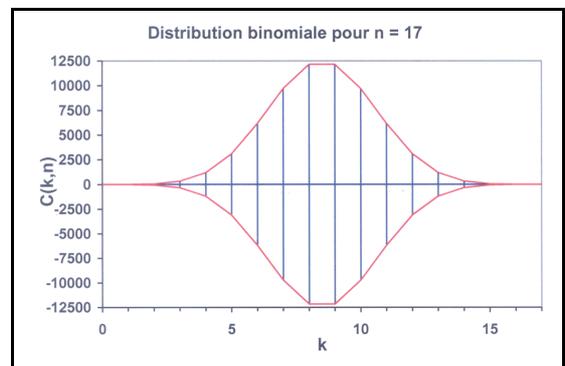


Figure 4 : distribution binomiale discrète et enveloppes

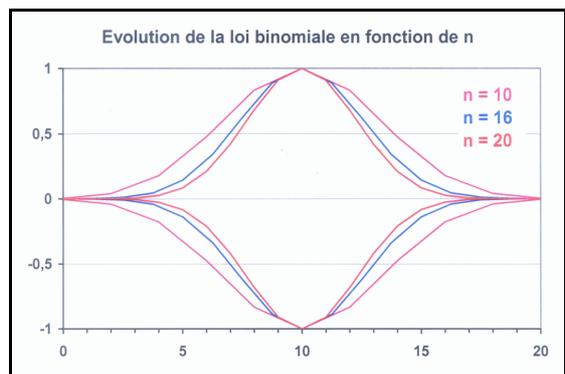


Figure 5 : évolution de la loi binomiale en fonction du nombre n de bulles traversées

Nous savons que quand n tend vers l'infini, la loi binomiale converge vers la loi de Laplace-Gauss d'après le théorème de De Moivre-Laplace. De façon pratique les courbes enveloppes de la répartition tendent assez rapidement vers une gaussienne. La figure 5 permet de visualiser l'évolution de la forme des courbes enveloppes en fonction du nombre n de bulles traversées. Afin de les rendre comparables, nous avons normalisé les courbes par rapport à leur amplitude maximale. On remarque que la forme de la courbe $n = 20$ est déjà proche de celle de la gaussienne ou loi normale.

Dans la réalité, le nombre de « bulles atmosphériques » est évidemment arbitraire mais on peut considérer que plus la distance de propagation est grande, plus le modèle de gaussienne va s'appliquer.

3 Extension du modèle à une série d'impulsions

3.1 Cas d'un signal initial non instantané

Considérons à présent un signal initial non instantané de durée $2 \Delta t$. On peut considérer qu'il est constitué d'un train de trois impulsions distantes d'un pas temporel Δt . L'évolution de ce signal est représentée sur la figure 6. Sans rentrer dans les détails indiqués sur cette figure, on voit que le problème revient à considérer l'évolution de trois impulsions isolées et de faire la sommation des distributions résultant de chacune des impulsions.

Il est intéressant de constater que la durée totale de la distribution résultante après la traversée de n bulles est égale à $n \Delta t + 2 \Delta t$, soit la durée de la distribution résultant d'une seule impulsion augmentée de la durée du signal initial.

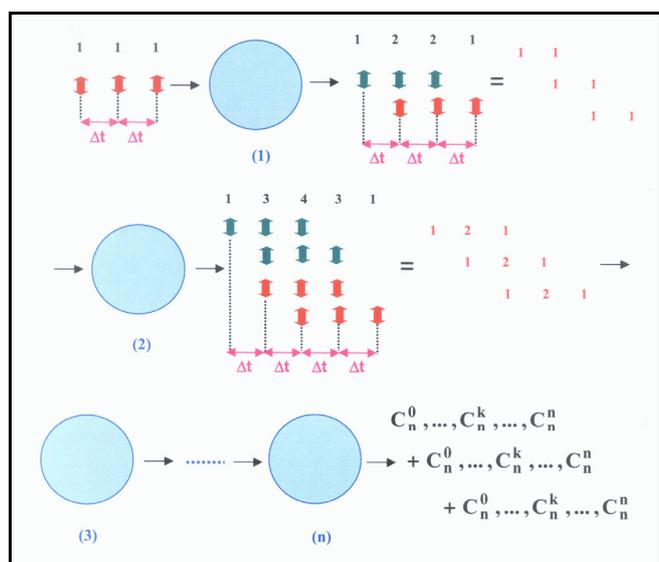


Figure 6 : modèle de duplication d'un signal initial non instantané

Nous voyons sur la figure 7 les trois distributions issues des trois impulsions initiales après la traversée de 16 bulles d'atmosphère. La figure 8 représente la distribution résultante issue de la sommation de ces distributions. L'allure de la gaussienne est conservée (encore que la

somme des coefficients ne représente plus mathématiquement un développement du binôme de Newton) et l'augmentation de durée $2 \Delta t$ par rapport à $n \Delta t$ n'est guère sensible. Il est clair que plus n augmentera, plus la durée finale du signal sera proche, en termes de rapport, de celle qui aurait résulté d'une seule impulsion initiale.

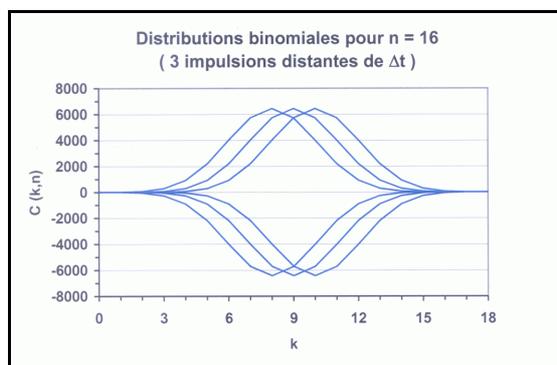


Figure 7 : enveloppes obtenues pour les trois impulsions initiales

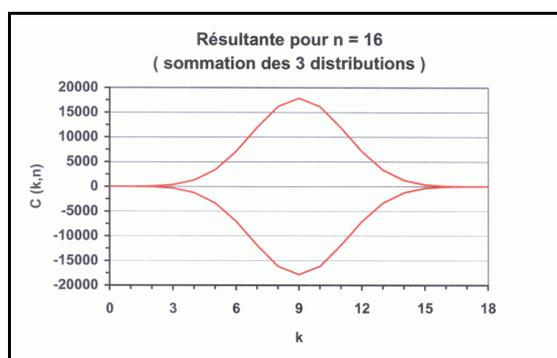


Figure 8 : distribution résultante obtenue par sommation des trois distributions

Ainsi la durée d'un signal d'échos multiples enregistré à grande distance ne permettra pas de retrouver la durée du signal initial, qui est notamment en rapport avec la longueur et la vitesse de l'aéronef. Réciproquement, la durée du signal enregistré sera d'autant moins dépendante des caractéristiques de la source que celle-ci sera éloignée.

Globalement, le modèle développé rend compte du fait que la durée du signal $n \Delta t$ augmente avec le nombre de bulles traversées, donc avec la distance de propagation, et que la forme du signal tend vers une courbe apparentée à une gaussienne.

4 Enveloppes des signaux enregistrés différentes distances

4.1 Examen et « normalisation » des signaux

Nous examinons successivement des signaux enregistrés en Normandie (Flers), dans les Landes (Parentis) et en Laponie (Jämton), respectivement à des distances de l'avion « Concorde » de 300, 800 et 3000 km selon les trajets de propagation stratosphérique calculés dans [1] à l'aide d'un modèle de rayons sonores tenant compte de la météorologie réelle ou statistique et de la rotondité de la Terre. Les

trajectoires de l'avion sont connues (vols commerciaux New York-Paris et New York-Londres) ainsi que sa vitesse locale qui est de Mach 1,2 dans le premier cas, de Mach 2 dans les deux autres.

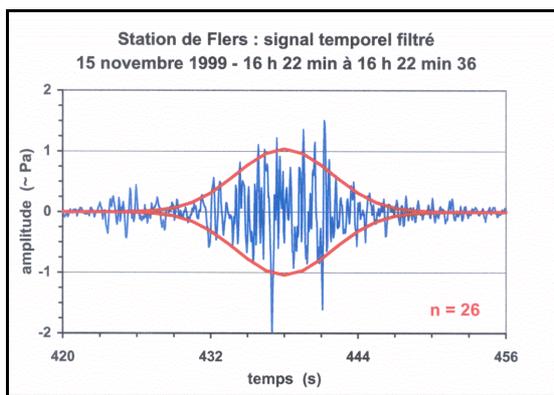


Figure 9 : signal enregistré à Flers et enveloppes obtenues pour $n = 26$

Pour le signal enregistré en Normandie à environ 300 km de l'avion, on se réfère à la figure 9 : il s'agit de l'arrivée du signal principal, d'une durée totale de 36 s. Nous avons cherché à inclure ce signal dans une enveloppe résultant de la distribution binomiale, sachant que nous disposons de trois degrés de liberté, à savoir la puissance n , l'amplitude maximale et le pas de temps Δt . Pour obtenir une courbe lissée, nous avons retenu $n = 26$, valeur pour laquelle la forme de l'enveloppe est quasiment celle d'une gaussienne. La partie centrale du signal est bien symétrique et s'inscrit correctement dans cette enveloppe entre $t = 426$ s et $t = 450$ s, soit une durée d'environ 24 s comme nous le voyons sur la figure.

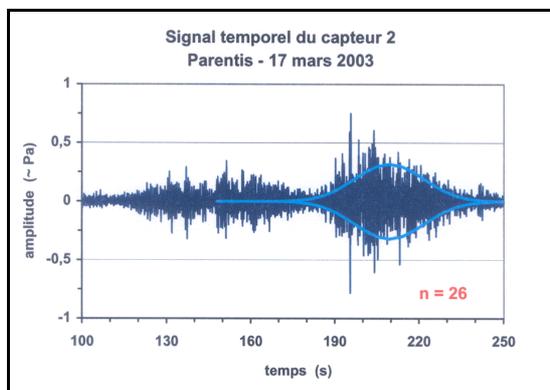


Figure 10 : signal enregistré à Parentis et enveloppes obtenues pour $n = 26$

Le signal de la figure 10 enregistré à Parentis à environ 800 km de l'avion suggère trois arrivées successives de trajets d'ondes sonores stratosphériques avec recouvrement partiel. Nous avons fait l'exercice sur l'arrivée principale qui sort nettement du bruit entre $t = 180$ s et $t = 240$ s, en conservant la valeur $n = 26$ (on joue en fait sur Δt). Cette arrivée présente une allure légèrement dissymétrique : on voit que le maximum d'amplitude de l'enveloppe trouvée de façon empirique est décalé par rapport au maximum du signal. Néanmoins, l'ajustement réalisé sur une durée d'une minute nous apparaît satisfaisant.

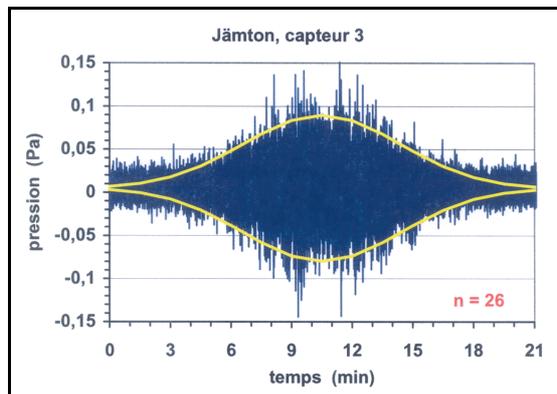


Figure 11 : signal enregistré à Jämton et enveloppes obtenues pour $n = 26$

Pour la station de Laponie située à environ 3000 km du couloir de vol passant au Sud de l'Irlande, on constate d'une part que le rapport signal sur bruit est beaucoup plus défavorable que dans les deux cas précédents, d'autre part que la durée du signal utile est beaucoup plus longue. On conserve le nombre $n = 26$ en jouant sur le décalage Δt pour faire correspondre la forme de la gaussienne à celle du signal. L'enveloppe trouvée, d'une largeur de 21 minutes, n'émerge du bruit que pendant 10 minutes, durée qui inclut d'ailleurs les arrivées identifiées par la station de mesure. Abstraction faite du léger décentrage vertical du signal, l'évolution de l'amplitude en fonction du temps est ici parfaitement symétrique, la partie lisible du signal s'inscrit donc bien dans une gaussienne. Notons que ce signal enregistré à très grande distance ne comporte pas d'arrivées multiples visibles.

4.1 Remarques générales

Contrairement à ce que suggérait le modèle adopté au départ, nous n'avons pas fait croître la valeur de n en fonction de la distance mais celle du pas de temps Δt , en fixant arbitrairement une valeur de n permettant d'obtenir des enveloppes suffisamment lissées. Dans le problème physique, l'amplitude maximale est aussi un paramètre d'ajustement.

Ce modèle de normalisation ou lissage du « rumble » s'applique à chaque phase du signal de manière indépendante et, de ce fait, permet l'identification d'arrivées multiples comme nous le voyons sur la figure 10 où deux autres gaussiennes de moindre amplitude auraient pu être calées sur les deux premières arrivées de signaux apparentes.

En ce qui concerne l'arrivée principale, nous avons trouvé les largeurs d'enveloppe suivantes :

- Flers : 24 s pour une distance de propagation de 300 km,
- Parentis : 60 s pour une distance de propagation de 800 km,
- Jämton : 21 min pour une distance de propagation de 3000 km.

Si pour les signaux de Flers et de Parentis les durées trouvées et les distances sont cohérentes, la durée trouvée pour Jämton est beaucoup plus grande par rapport à la distance de propagation. En plus des facteurs atmosphériques, on peut avancer deux explications :

- la forte composante de bruit de fond s'ajoutant au signal a pour effet de diminuer sa pente apparente de part et

d'autre du maximum, ce qui conduit à surestimer la largeur de l'enveloppe ;

- on se trouve en présence d'arrivées multiples émises en différents points de la trajectoire de l'avion mais ayant fusionné, cette hypothèse semblant confortée par l'important « fauchage » en azimut des arrivées successives détectées par la station de mesure (figure 12).

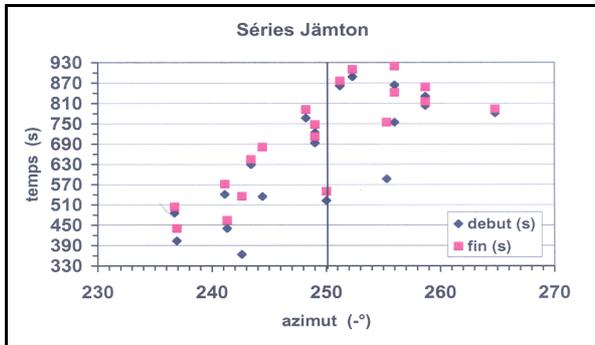


Figure 12 : azimuts et horaires d'arrivée des signaux détectés

A titre de comparaison, les azimuts détectés par la station des Landes sont inclus dans un angle de $3^{\circ} 30'$.

5 Conclusion

Le modèle mathématique élaboré rend bien compte de la forme gaussienne des signaux enregistrés à grande distance et de l'augmentation de leur durée avec la distance, encore que l'on ne puisse guère faire croître le nombre de bulles au-delà de 26 à cause des limitations liées au calculateur. Il s'agit donc de considérations purement qualitatives, la forme gaussienne de l'enveloppe du signal étant très vite atteinte dans la pratique.

L'estimation de la durée totale du signal principal en fonction de la distance peut de toute manière être faussée par l'existence d'arrivées multiples avec recouvrements.

Le modèle suggère surtout que les caractéristiques de la source qui déterminent à courte distance la durée du bang sonique (par exemple $T = 0,25$ s au niveau de la mer pour le Concorde volant à 15.000 m d'altitude à Mach 1,5, $T = 0,1$ s pour le Mirage III dans les mêmes conditions) n'ont pas d'influence pondérable sur la durée du signal principal à plusieurs centaines de kilomètres de distance. Ceci devra évidemment être vérifié à partir de données réelles.

Remerciements

Cet article a été conçu au sein du Département de Simulation Numérique et Aéroacoustique de l'Onera (DSNA) d'après une annexe de la thèse de Mlle Géraldine Ménexiadis menée sous l'égide de l'Onera et du CEA/DAM (Département DASE) entre 2005 et 2008.

Références

[1] Géraldine Ménexiadis, « Détection à grande distance et localisation du supersonique "Concorde" à partir de signaux infrasonores », Thèse de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, décembre 2008.

[2] Alexis Le Pichon, Elisabeth Blanc, Alain Hauchecorne, « Infrasound monitoring for atmospheric studies », Springer Verlag France, 1ère Edition, XIX, 2009.

[3] Philippe Delorme, Géraldine Ménexiadis, « Gravity and rumble of distant sources », Acoustics'08, Paris, 29 juin-4 juillet 2008.