Analyse modale expérimentale vibroacoustique : de la préparation des essais à l'identification de modèles réduits

Morvan Ouisse, Charles Pezerat, Céline Sandier, Emmanuel Foltête

▶ **To cite this version:**

Morvan Ouisse, Charles Pezerat, Céline Sandier, Emmanuel Foltête. Analyse modale expérimentale vibroacoustique : de la préparation des essais à l'identification de modèles réduits. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00551158

HAL Id: hal-00551158
https://hal.science/hal-00551158

Submitted on 2 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème **C**ongrès **F**rançais d'**A**coustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Analyse modale expérimentale vibroacoustique : de la préparation des essais à l'identification de modèles réduits

Morvan OUISSE[1], Charles PEZERAT[2], Céline SANDIER[3], Emmanuel FOLTÊTE[1]

[1] FEMTO-ST Mécanique Appliquée, 24 rue de l'épitaphe, F-25000 Besançon,

{morvan.ouisse,emmanuel.foltete}@univ-fcomte.fr

[2] LAUM, Université du Maine, CNRS, Avenue O. Messiaen, 72085 LE MANS Cedex 09, charles.pezerat@univ-lemans.fr

[3] LVA-INSA Lyon, 25 bis av J. Capelle, Bat St Exupery, F-69621 Villeurbanne, celine.sandier@insa-lyon.fr

L'analyse modale expérimentale est largement répandue dans le domaine de la dynamique des structures. Son extension dans le cadre du couplage vibroacoustique pour l'étude des cavités fermées par des structures élastiques est un domaine beaucoup moins mature. Deux points particuliers sont présentés dans ces travaux :
- d'une part, l'utilisation d'un modèle numérique permet d'optimiser la préparation des essais, afin de définir au mieux les positions des capteurs (accéléromètres, microphones) et des actionneurs (pot vibrant, marteau de choc, haut-parleur), pour un objectif d'identification donné ;
- d'autre part, l'exploitation des mesures permet, moyennant des techniques de régularisation à fort sens physique, d'identifier par méthode inverse un modèle réduit vibroacoustique ayant le même comportement que le système réel sur une bande de fréquences d'intérêt.
Les méthodologies proposées sur ces deux aspects sont détaillées puis illustrées numériquement et expérimentalement sur un cas-test de couplage vibroacoustique.

1 Introduction

Lorsque l'on souhaite déterminer un modèle modal expérimental d'un système vibroacoustique, et que l'on souhaite remonter à un modèle physique équivalent qui soit capable de prendre en compte correctement les couplages, qu'ils soient faibles ou forts, la stratégie naturelle consiste à choisir un certain nombre de points qui seront les degrés de liberté du modèle équivalent, avant de procéder à des mesures en équipant ces points de microphones ou d'accéléromètres, puis d'identifier les modes du système, ce qui permet finalement de déterminer un système du second ordre dont le comportement sera au plus près de celui mesuré, dans la bande de fréquences d'intérêt.

Dans cet article nous abordons les points suivants :

- Choix des points d'observation : l'utilisation d'un modèle numérique non validé (c'est-à-dire dont le comportement est proche de la structure réelle, mais pas identique) permet de choisir au mieux les points d'observation, sur des critères de discernabilité et de distinguabilité des modes d'intérêt.
- Réalisation des mesures : les différents types d'excitation sont considérés : marteau de choc, pot vibrant, haut-parleur.
- Identification des matrices du système équivalent : diverses procédures sont envisagées pour l'obtention du système du second ordre recherché.

Chacun de ces points requiert un certain nombre de précautions, liées au fait que le système étudié est multiphysique. Ces aspects seront détaillés dans la suite.

Toutes les illustrations de la méthodologie seront appliquées sur un cas-test constitué d'une cavité parallélépipédique à 5 parois rigides, fermée par une plaque flexible. Le couplage vibro-acoustique est complet (plaque soumise à la pression acoustique, continuité du déplacement transversal de la plaque et du déplacement normal du fluide acoustique).

2 Équations caractéristiques du système étudié

On s'intéresse à la réponse harmonique d'un système vibroacoustique clos. Les descriptions mathématiques de ce type de système sont assez courantes dans la littérature [1, 2, 3, 4]. Une forme générique de l'équation de mouvement du système couplé est la suivante :

$$[K + i\omega B - \omega^2 M + \frac{i\omega}{Z_a(\omega)} A]\{Y\} = \{F\}, \qquad (1)$$

où

$$[K] = \begin{bmatrix} K_S & -L \\ 0 & K_F \end{bmatrix}, \ [B] = \begin{bmatrix} C_S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$[M] = \begin{bmatrix} M_S & 0 \\ L^T & M_F \end{bmatrix}, \ [A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_F \end{bmatrix}, \qquad (2)$$
$$\{q\} = \begin{Bmatrix} U \\ P \end{Bmatrix}, \ \{F\} = \begin{Bmatrix} F_S \\ F_F \end{Bmatrix}.$$

Dans ce système que l'on obtient par discrétisation d'une formulation variationnelle, K_S et K_F représentent respectivement les raideurs structurale et acoustique, C_S représente l'amortissement visqueux équivalent structural, M_S et M_S et M_F les masses structurale et acoustique, L est la matrice de couplage vibroacoustique, A_F la matrice de localisation du matériau poroélastique modélisé par son impédance équivalente Z_a, U et P sont les degrés de liberté structuraux (déplacements généralisés) et fluides (pression acoustique), F_S et F_F sont les forces excitant le système.

Dans le cadre de l'analyse modale expérimentale, on représente classiquement les pertes par un amortissement équivalent dont la dépendance fréquencielle est fixée a priori, typiquement sous forme visqueuse ou hystérétique. Tant que l'amortissement reste faible, l'impact du choix d'une ou l'autre des formes est très faible pour peu que les valeurs des paramètres soient déterminées en cohérence avec le comportement du système aux résonances. Ainsi, comme suggéré dans la référence [4], on utilisera dans la suite pour l'identification du modèle équivalent, le système métriciel suivant :

$$[-\omega^2 M + i\omega C + K]\{q\} = \{F\}, \tag{3}$$

où $[C] = \begin{bmatrix} C_S & 0 \\ 0 & C_F \end{bmatrix}$.

3 Caractéristiques mécaniques et géométriques du système étudié

On s'appuie dans cette étude sur un caisson acoustique disponible au LVA de l'INSA Lyon.

3.1 Plaque

La plaque utilisée est une plaque en aluminium, de forme rectangulaire et appuyée sur ses bords :

- $E = 7 \times 10^{10}\ Pa$, $\nu = 0,33$, $\rho = 2700\ kg.m^{-3}$
- $500 \times 600\ mm^2$, épaisseur $5\ mm$

Pour les calculs de réponse harmonique, la plaque est amortie par l'introduction d'un module d'Young complexe $E^* = E(1 + j\eta)$ où $\eta = 10^{-2}$.

3.2 Cavité

La cavité est pleine d'air, de forme parallélépipédique :

- $c = 340\ m.s^{-1}$, $\rho_a = 1,2\ kg.m^{-3}$
- $500 \times 600 \times 700\ mm^3$

Pour les calculs de réponse harmonique, la cavité est amortie par l'introduction de conditions limites d'absorption acoustique, réalisées par matériaux absorbants modélisés par impédance normale, dont la valeur dépend de la fréquence. La figure 1 montre les emplacements des absorbants acoustiques et l'évolution fréquentielle de l'impédance. L'identification de la caractéristique fréquentielle de l'impédance a été réalisée en tube de Kundt.

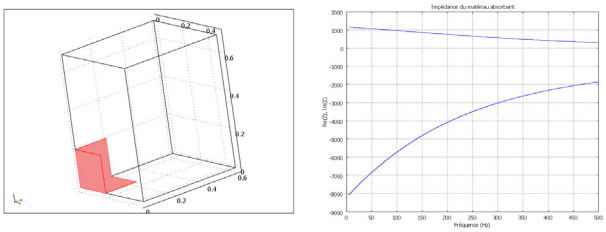

FIGURE 1 – a) Cavité et emplacements du matériau, b) Impédance du matériau

Ordre	1	2	3	4	5	6
$f\ (Hz)$	152	244	271	286	334	347
Nature	P11	C001	P12	C010	P21	C100
Ordre	7	8	9	10	11	12
$f\ (Hz)$	374	419	440	456	472	487
Nature	C011	C101	C110	P22	P13	C02

TABLE 1 – Fréquences propres de la petite cabine. C=cavité, P=plaque. Le code associé à la nature du mode indique les indices modaux.

4 Modèle numérique

4.1 Maillage

La cavité est maillée avec 3093 éléments tétrahédriques quadratiques, la plaque est maillée avec 710 éléments triangulaires quadratiques. Le modèle complet présente 7410 degrés de liberté.

4.2 Calcul modal

Les valeurs des 12 premières fréquences propres élastiques du modèle sont données dans le tableau 1.

Les déformées modales associées sont présentées sur les figures 2 et 3.

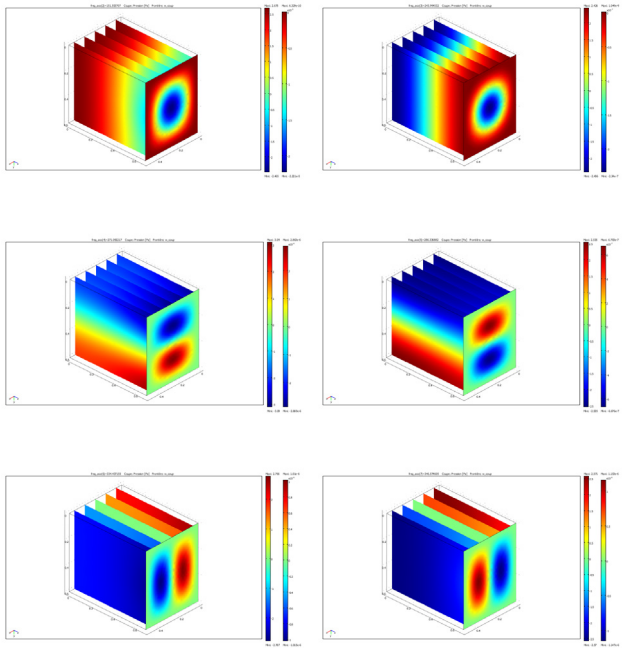

FIGURE 2 – Déformées modales (modes 1 à 6)

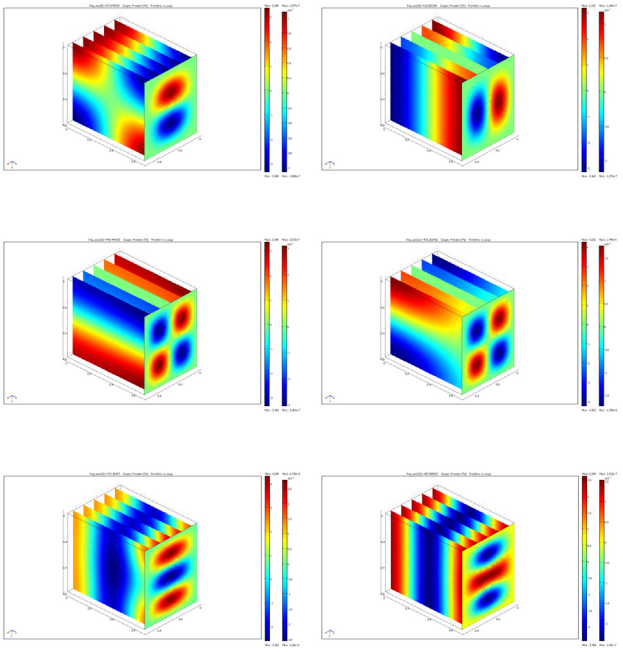

FIGURE 3 – Déformées modales (modes 7 à 12)

Le choix d'une plaque de 5 *mm* présente quelques difficultés d'ordre expérimental, notamment pour l'excitation de la plaque par l'acoustique, mais cette configuration a l'avantage de présenter trois groupes de modes présentant des couplages plus ou moins importants :

- les modes 1 et 2, découplés,
- les modes 3 et 4, assez couplés,
- les modes 5 et 6, très couplés.

Ces différentes configurations permettront de tester l'efficacité des méthodologies dans les cas critiques où des couplages modaux existent.

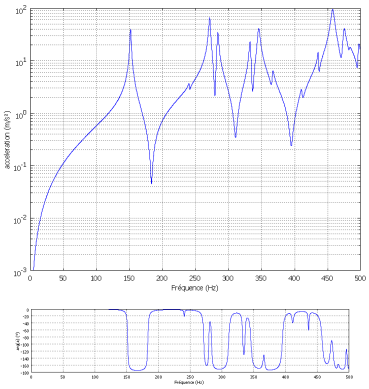

FIGURE 4 – Amplitude et phase de la réponse harmonique (mesure en accélération, excitation en force)

4.3 Calculs de réponse harmonique

La plaque est excitée par un effort harmonique d'amplitude 1 *N* en un point situé à 18 *cm* de deux bords perpendiculaires. Ce point est utilisé comme point de mesure sur la plaque pour les FRF. Le point d'écoute dans la cavité est situé à 30 cm de la plaque, au droit du point précédent.

La figure 4 présente l'amplitude de la réponse harmonique en fonction de la fréquence.

Les modes de plaques sont clairement dominants, les modes de la cavité participant assez faiblement à la réponse, excepté pour les modes 4 et 6 qui ressortent assez bien, ce qui est encourageant pour l'objectif de l'étude. Les autres modes acoustiques risquent d'être assez peu visibles sur les mesures vibratoires, surtout si les conditions de montage de la plaque dissipent de l'énergie vibratoire.

La figure 5 présente la réponse en pression au point d'écoute, ici tous les modes sortent nettement, ce qui permettra a priori d'identifier chacun des modes de la bande de fréquence d'interêt.

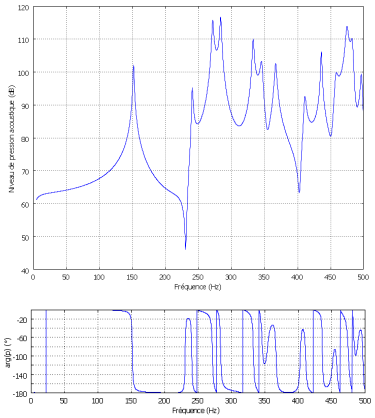

FIGURE 5 – Amplitude et phase de la réponse harmonique (mesure en pression, excitation en force)

Les calculs réalisés avec une excitation acoustique ne sont pas présentés ici.

5 Expérimentation

On s'intéresse au comportement du système jusqu'à 350 Hz, ce qui correspond aux 6 premiers modes élastiques. Trois accéléromètres, trois microphones, un capteur de force (pot vibrant ou marteau de choc) et un capteur d'intensité (pour le haut-parleur) seront utilisées via les 8 voies d'acquisition de la chaîne. Les mesures envisagées sont :

- une série de mesures avec excitation au pot vibrant,
- une série de mesures avec excitation au haut-parleur,
- une série de mesures avec excitation au marteau de choc.

Seule la configuration "pot vibrant" sera considérée ici.

5.1 Placement optimal des capteurs

Afin de déterminer la configuration optimale de positionnement des capteurs, un algorithme utilisant une décomposition QR de la base modale restreinte aux degrés de liberté mesurables (déplacement transversaux de la plaque, pression dans la cavité) a été effectuée. Le principe de cette méthode est présenté en référence [5]. L'idée de base est de procéder à une décomposition

n° capteur	x	y	z
1	0,116	0,139	0,135
2	0,225	0,6	0,475
3	0,284	0,234	0,622
4	0,287	0,323	0,7
5	0,217	0,107	0,7
6	0,101	0,178	0,7

TABLE 2 – Position des microphones (voies 1 à 3) et des accéléromètres (voies 4 à 6)

QR de la matrice modale (restreinte aux degrés de liberté mesurables), afin de déterminer les degrés de liberté participant le plus à l'indépendance des vecteurs observés :

$$[\Phi]^T.[E] = [Q][R], \tag{4}$$

où $[\Phi]$ est la matrice modale, $[E]$ est une matrice de permutation de colonnes, $[Q]$ une matrice orthogonale et $[R]$ une matrice triangulaire supérieure dont les termes diagonaux sont rangés par ordre décroissant.

Cette décomposition permet donc de choisir, parmi l'ensemble des degrés de liberté candidats, ceux qui seront utilisés pour les mesures. Dans le cadre de la dynamique des structures, il a été montré que cette approche donnait de très bons résultats en terme de discernabilité (un mode est discernable si on peut observer sa résonance sur un grand nombre de FRFs) et de distinguabilité (deux modes sont distinguables si leurs composantes observées permet de différencier ces deux modes). Pour les applications vibroacoustiques, étant données les différences d'ordre de grandeur existant entre la partie structurale (déplacements de l'ordre du μm) et la partie acoustique (pression de l'ordre du Pa), il est impératif de procéder à une normalisation de la matrice modale, sans quoi tous les capteurs se trouveront placés dans la cavité acoustique. Cette approche consiste à attribuer autant d'importance à la cavité qu'à la structure. Dans le cas considéré, cela permet d'obtenir de bons résultats, mais on peut imaginer des situations où la balance entre l'importance de la cavité et celle de la structure ne devrait pas être équilibrée. Dans ce cas, des critères basés sur des considérations énergétiques pourraient être mis en place, ce qui constitue une des perspectives naturelles de ce travail.

Les résultats de la procédure de placement sont donnés dans le tableau 2. Les positions (x, y, z) sont indiquées en m, les dimensions de la cavité étant $0,5 \times 0,6 \times 0,7\, m^3$.

Les positions des capteurs sont illustrées sur la figure 6.

Ce placement de capteurs conduit à la matrice d'AutoMac présentée sur la figure 7, qui indique que les relations d'orthogonalité entre vecteurs propres sont relativement bien préservées par la réduction du nombre de points de mesures.

L'utilisation de ce modèle non validé de la structure permet donc de définir au mieux les positions des capteurs à utiliser pour un objectif d'identification donné.

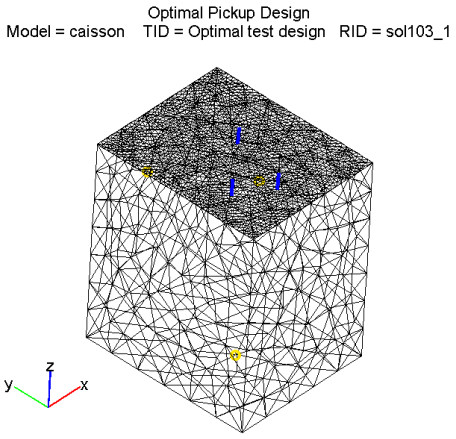

FIGURE 6 – Positionnement des capteurs

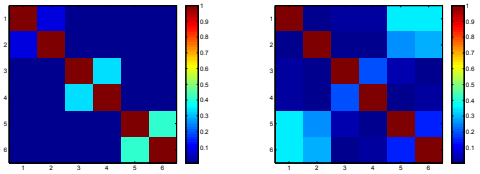

FIGURE 7 – Matrices d'AutoMAC sur les 6 premiers modes, lorsque tous les DDL sont observés, et lorsque les 6 DDL choisis sont observés

5.2 Placement optimal des actionneurs

La même méthodologie, utilisant une décomposition QR, permet de déterminer la position optimale des excitateurs. Ce placement est résumé dans le tableau 3.

Les actionneurs seront donc placés aux mêmes points que le microphone 1 et l'accéléromètre 3.

5.3 Réalisation des mesures

Les mesures ont été réalisées conformément au plan d'essais défini précédemment. L'analyse modale expérimentale permet d'identifier par lissage de FRF (procédure de type LSCF) les modes complexes du système. Pour comparaison avec les modes obtenus par l'analyse numérique, les valeurs propres complexes peuvent être converties en couples fréquences propres - amortissements modaux "équivalents", donnés dans le tableau 4.

On peut observer que les valeurs des fréquences propres sont globalement assez proches de celles déterminées numériquement, les principaux écarts étant liés aux conditions limites expérimentales d'encastrement, qui ne peut être infiniment rigide. Les taux d'amortissement modaux les plus importants sont associés aux modes où l'acoustique est dominante, ce qui

n° actionneur	x	y	z
1	0,116	0,139	0,135
2	0,287	0,323	0,7

TABLE 3 – Positions du haut-parleur (1) et du pot vibrant (2)

Ordre	1	2	3	4	5	6
Fréquence (Hz)	146	244	246	288	340	350
η (%)	0.280	1.98	0.421	2.34	0.97	1.37
Nature	P11	C001	P12	C010	P21	C100

TABLE 4 – Fréquences propres expérimentales et amortissements modaux (η) de la petite cabine. C=cavité, P=plaque. Le code associé à la nature du mode indique les indices modaux.

signifie que globalement, l'amortissement est principalement fourni par le matériau poroélastique disposé dans la cavité.

5.4 Identification des paramètres du modèle équivalent

La phase d'identification des paramètres du modèles équivalent consiste à déterminer, à partir des données expérimentales, l'ensemble des termes des matrices du système (3). Dans notre cas, les tailles des matrices sont 6×6, puisqu'il y a 3 degrés de liberté d'observation sur la partie structurale, et autant pour l'acoustique. Cette procédure inverse peut se faire par différentes voies considérées ici.

- Inversion directe : connaissant les vecteurs propres complexes, identifiés par une technique de type LSCF (least square curve fitting), l'inversion des relations d'orthogonalité dans l'espace d'état conduit directement à l'expression explicite des différentes matrices [6] :

$$\begin{cases} M_S = (XSX^T)^{-1}, \\ M_F = -(PS^{-1}P^T)^{-1}, \\ L = -M_S XSP^T M_F, \\ K_S = -(XS^{-1}X^T)^{-1}, \\ K_F = (PS^{-3}P^T)^{-1}, \\ B_S = -M_S XS^2 X^T M_S, \\ B_F = M_F PP^T M_F, \end{cases} \tag{5}$$

  où X et P sont les parties structurale et acoustique des vecteurs complexes identifiés, et S est la matrice spectrale, diagonale, dont les termes génériques sont les valeurs propres complexes. Nous verrons que cette technique est très sensible aux bruits de mesure et ne permet pas d'identifier correctement les différents paramètres, en particulier ceux liés à l'amortissement.
- Inversion après imposition de la condition de propreté [6] : les relations précédentes doivent être en réalité complétées par une condition dite "de propreté" des vecteurs complexes. Cette condition indique si le jeu de vecteurs correspond à ceux d'un système physique, c'est-à-dire respectant la topologie du système (3). Des procédures permettant de modifier les vecteurs complexes au minimum, et de telle sorte qu'ils vérifient la condition de propreté, ont été mises en œuvre et testées sur le cas étudié ici. Lors du développement de ces techniques, elles n'avaient été testées expérimentalement que sur des cas à deux degrés de libertés (1 DDL acoustique, 1 DDL structure). On va donc estimer ici l'efficacité de la méthodologie sur un cas-test plus complexe à 6 DDL.
- Identification par procédure aux moindres carrés : une alternative aux procédures précédentes consiste à se dispenser du passage par l'identification des modes complexes. En effet, en partant d'un ensemble de FRFs données, on peut chercher à résoudre le problème de minimisation suivant :

$$\begin{gathered} \min_{(M,C,K)\in\mathbb{M}^t\times\mathbb{C}^t\times\mathbb{K}^t} \varepsilon(M,C,K) \\ \text{où} \\ \varepsilon = \left| [-\omega^2 M + i\omega C + K]\{FRF(\omega)\} - \{F(\omega)\} \right|, \end{gathered} \tag{6}$$

  en écrivant l'erreur à minimiser à l'aide d'un système linéaire :

$$\begin{gathered} \varepsilon(M,C,K) = \left| [D]\{\alpha\} - \{\tilde{F}\} \right| \\ \text{avec } \{\alpha\}^T = \{M_{11}\ M_{12}\ ...\ K_{nn}\}^T, \end{gathered} \tag{7}$$

  et en appliquant une procédure de moindres carrés pour déterminer la solution :

$$\{\alpha\} = [D^T D]^{-1}[D]^T\{\tilde{F}\}. \tag{8}$$

  On peut noter qu'un préconditionnement est nécessaire pour prendre en compte les différences dans les ordres de grandeur des variables considérées.

Ces trois techniques sont appliquées au cas considéré ici.

Les deux figures 8 et 9 montrent deux exemples de tracés de FRFs, une FRF colocalisée structure (DDL 1) et une FRF croisée structure / acoustique (DDL 6). Sur ces courbes on trouve :

- Le tracé de la FRF mesurée,
- le tracé de la FRF synthétisée à partir des modes complexes,
- le tracé de la FRF calculée à partir des matrices identifiées par la procédure d'inversion directe,
- le tracé de la FRF calculée à partir des matrices identifiées par la procédure d'inversion après imposition de la condition de propreté des vecteurs complexes,
- le tracé de la FRF calculée à partir des matrices identifiées par la procédure aux moindres carrés.

On peut clairement observer sur cette figure que les FRFs synthétisées à partir des modes complexes sont très proches des comportements mesurés, ce qui permet de montrer que l'identification modale est correcte. Les modes complexes constituent donc une base cohérente sur laquelle le processus d'identification paramétrique peut se baser. Les deux figures montrent clairement que l'inversion directe ne conduit pas à de bons résultats. Le mauvais conditionnement du système induit de fortes erreurs, notamment sur l'identification de l'amortissement. La procédure associée à l'imposition de la condition de propreté est celle qui donne les meilleurs résultats, avec un comportement assez proche de celui mesuré. On peut donc s'attendre à ce que ce modèle soit pertinent pour une utilisation en tant que modèle prédictif. Enfin, la procédure liée à la méthode des moindres carrés, bien qu'elle permette une meilleure reconstruction que l'identification directe, semble dans ce cas moins performante que la précédente. Ces résultats ont été obtenus en utilisant les mesures réalisées avec une excitation structurale seulement.

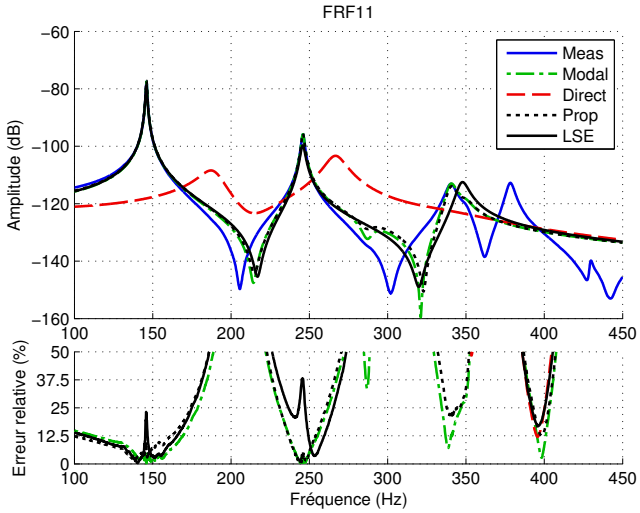

FIGURE 8 – FRF colocalisée structurale (DDL 1) : mesure, synthèse à partir des différentes stratégies d'identification, et erreur relative par rapport à la mesure

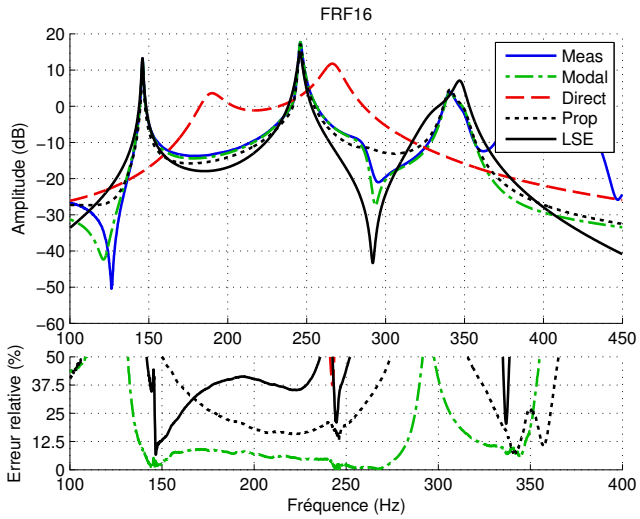

FIGURE 9 – FRF croisée structure / acoustique (DDL 1/6) : mesure, synthèse à partir des différentes stratégies d'identification, et erreur relative par rapport à la mesure

L'utilisation combinée de résultats obtenus par excitations structurale et acoustique sont moins pertinents (non montrés ici), et nécessitent à ce jour des investigations supplémentaires.

6 Conclusion

Une démarche globale permettant l'obtention de modèles réduits vibroacoustiques a été développée. Elle se base dans un premier temps sur l'utilisation d'un algorithme de placement de capteurs et excitateurs dédié, afin de concevoir au mieux le plan d'essais, qui servira de base au modèle réduit que l'on va identifier. Cette conception d'essais se base sur un modèle numérique non validé, et utilise un algorithme de décomposition QR pour maximiser la visibilité et la discernabilité des modes d'intérêt. Dans un second temps, les mesures sont exploitées et une procédure inverse permet l'identification paramétrique du modèle. Le mauvais conditionnement du problème nécessite une régularisation, qui peut être faite à l'aide de la condition de propreté des vecteurs complexes, qui permet de garantir que ces derniers sont bien ceux d'un système physique. L'illustration sur un cas-test présentant 6 modes couplés permet de montrer la pertinence de l'approche, même si certains points restent à approfondir.

Références

[1] Morand H. J.-P., Ohayon R., "Interactions fluide-structure", *Masson* (1992)

[2] Lesueur C., "Rayonnement acoustique des structures, vibroacoustique, interactions fluide-structures", *Eyrolles* (1988)

[3] Ohayon R., Soize C., "Structural acoustics and vibration", *AP* (1998)

[4] Wyckaert K., Augusztinovicz F., Sas P., "Vibro-acoustical modal analysis : Reciprocity, model symmetry and model validity", *J. Acoust. Soc. Am.* 100(5), pp 3172-3181 (1996)

[5] Schedlinski C., Link M., "An approach to optimal pick-up and exciter placement", *IMAC XXIV*, Dearborn, USA (1996)

[6] Ouisse M., Foltête E., "On the comparison of symmetric and unsymmetric formulations for experimental vibro-acoustic modal analysis", *Acoustics'08*, Paris, France (2008).