



**HAL**  
open science

## Etude du Comportement Vibratoire Linéaire et Nonlinéaire des Structures en Sandwich aux Etats Sain et Endommagé

Yousra Baccouche, Sahir Masmoudi, Mourad Bentahar, Rachid El Guerjouma

► **To cite this version:**

Yousra Baccouche, Sahir Masmoudi, Mourad Bentahar, Rachid El Guerjouma. Etude du Comportement Vibratoire Linéaire et Nonlinéaire des Structures en Sandwich aux Etats Sain et Endommagé. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00551155

**HAL Id: hal-00551155**

**<https://hal.science/hal-00551155>**

Submitted on 2 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Etude du comportement vibratoire linéaire et non-linéaire des structures en sandwich aux états sain et endommagé

Yousra Baccouche, Sahir Masmoudi, Mourad Bentahar, Rachid EL Guerjouma

Laboratoire d'Acoustique, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, cedex 9  
[mourad.bentahar@univ-lemans.fr](mailto:mourad.bentahar@univ-lemans.fr), [rachid.elguerjouma@univ-lemans.fr](mailto:rachid.elguerjouma@univ-lemans.fr)

Ce travail a pour objectif d'étudier le comportement vibratoire en régimes linéaire et non-linéaire des structures en sandwich aux états sain et endommagé. La structure complexe du composite étudié nous a amené à envisager différentes dispositions et conditions aux limites pour générer les modes de vibrations symétrique et antisymétrique et étudier ainsi leur sensibilité à l'endommagement créé dans une direction particulière via un essai de flexion trois points. Outre la sensibilité de la méthode non linéaire à l'anisotropie d'endommagement, cette méthode nous a permis de comparer les comportements non linéaires du module élastique (via la fréquence de résonance) et de l'amortissement (via le facteur de qualité). En particulier, les observations expérimentales ont permis de voir que lorsque la zone non linéaire hystérétique existe pour la fréquence de résonance elle existe pour le facteur de qualité ou l'amortissement mais la réciproque en ce qui concerne les composites sandwichs n'est pas systématique.

### 1 Introduction

Lorsqu'on étudie le comportement mécanique non linéaire dans les solides on s'intéresse aux déviations du comportement mécanique par rapport à la loi linéaire de Hooke qui relie le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  au tenseur des déformations  $\epsilon_{ij}$  ainsi qu'au gradient de déplacement particulière  $\partial u_i / \partial u_j$  [1, 2, 3]. Ces déviations peuvent être observées à de très faibles niveaux de déformation. En effet, il est possible de constater expérimentalement la variation de vitesse ou d'atténuation d'ondes ultrasonores en fonction de l'amplitude d'excitation dans un grand nombre de matériaux tels que les roches, les matériaux micro fissurés, le béton, etc. Ces variations sont associées au ramollissement induit à l'échelle mésoscopique lors de l'application de la pression acoustique. Cela permet d'écrire le module élastique comme étant :

$$K = K_0 (1 + \beta \epsilon + \delta \epsilon^2 + \dots) - \alpha(\epsilon, \epsilon) \quad (1)$$

où,  $K_0$  est le module élastique linéaire,  $\epsilon$  est la déformation,  $\beta$  et  $\delta$  représentent respectivement les paramètres élastiques quadratiques et cubiques, que l'on peut écrire comme une combinaison linéaire des constantes élastiques du 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> ordre, et  $\alpha$  est le paramètre non linéaire hystérétique.

Du point de vue de la propagation des ondes acoustiques, l'équation (1) décrit le module élastique de façon à bien séparer les effets non linéaires classiques et hystérétiques. En effet, lorsqu'une perturbation acoustique de fréquence  $w$  et d'amplitude  $\epsilon$  se propage dans un matériau micro fissuré cela génère de nouvelles composantes fréquentielles  $2w$ ,  $3w$ , etc. dont l'amplitude est respectivement proportionnelle à  $\epsilon^2$ ,  $\epsilon^3$ , etc. Par contre, lorsque le matériau micro fissuré est hystérétique, cette règle de proportionnalité n'est plus respectée. Par exemple, certaines harmoniques impaires ( $3w$ ) ont une amplitude

supérieure à celles des harmoniques paires ( $2w$ ) et/ou l'harmonique  $3w$  devient proportionnelle à  $\epsilon^2$  [4,5].

Dans les conditions d'ondes stationnaires, il est courant d'utiliser la formulation phénoménologique dite de Preisach-Mayergoyz (PM). Cette dernière attribue la non linéarité hystérétique à des éléments appelés éléments élastiques hystérétiques EEH situés dans les zones molles du matériau. Ces dernières pouvant représenter les zones endommagées ou micro fissurées sont connues pour avoir des propriétés viscoélastiques nettement différentes de celles du matériau pris à l'état sain. Selon la pression acoustique, les EEH changent instantanément d'état (ouverture ou fermeture de fissure) ou de longueur mais en suivant des chemins différents [6, 7]. La description PM montre que le comportement non linéaire, observé à des déformations avoisinant les  $10^{-6}$ , est purement hystérétique, en d'autres termes, dominé par le paramètre  $\alpha$  (Figure 1).

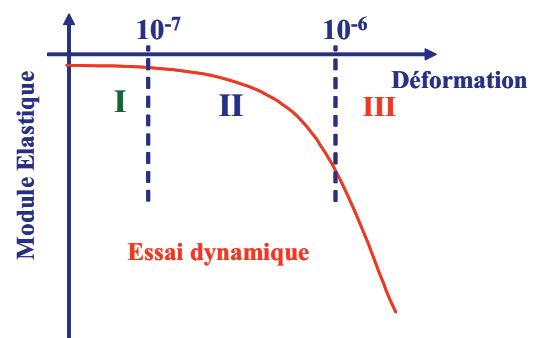


Figure 1 : Comportement élastique d'un matériau non linéaire hystérétique: (I) domaine élastique linéaire, (II) domaine élastique non linéaire classique, (III) domaine élastique non linéaire hystérétique

Différents travaux ont révélé la sensibilité des deux approches susmentionnées (harmonique et en résonance) à

la présence ainsi qu'à l'évolution de l'endommagement dans différents types de matériaux [8-10]. Dans cette contribution, nous présentons les résultats concernant la caractérisation d'un composite sandwich en résonance avant et après endommagement selon des configurations expérimentales particulières. Cela a pour but de générer des modes de résonance de natures différentes afin d'exciter au mieux les zones endommagées et de comparer de ce fait la sensibilités des différents modes à l'endommagement ainsi créé.

## 2 Matériau sandwich considéré et endommagement

Le matériau sandwich considéré est constitué de deux stratifiés au milieu desquels se trouve une âme en mousse PVC de masse volumique  $200\text{kg/m}^3$ . Chacun des stratifiés est constitué d'une matrice en résine époxyde chargées de longues fibres de verre unidirectionnelles disposées de façon croisée selon la configuration 0-90-90-0 comme montré sur la figure 2. Nous obtenons ainsi un composite de longueur 241 mm, de largeur 42mm et d'épaisseur 16mm.

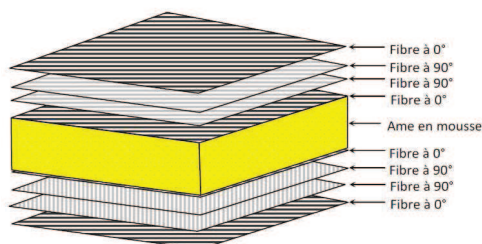


Figure 2 : Disposition des différents constituants du matériau composite sandwich

L'endommagement des poutres sandwichs dépend de la contrainte appliquée et de la géométrie de la poutre. Plusieurs types d'endommagement peuvent avoir lieu lors de la rupture de la poutre sandwich (Figure 3). Dans ce travail nous nous intéressons à la caractérisation du matériau sandwich à l'état intact et à l'état endommagé. Pour cela, des essais en flexion trois points ont été conduits à l'aide d'une machine Instron avec une cellule de charge égale à 1600 N et une vitesse de flexion égale à 5 mm/min. Dans notre cas l'endommagement se manifeste par une rupture des fibres, décohésion fibre/matrice et rupture matricielle au niveau des stratifiés. Au niveau du sandwich il s'agit essentiellement d'un endommagement de l'interface âme / stratifié.

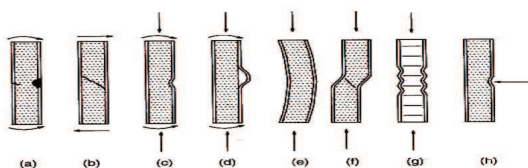


Figure 3 : Modes d'endommagement : a) décohésion, b) fissuration transverse de l'âme, c) et d) délaminage, e) flambement, f) et g) déformation, h) poinçonnement

## 3 Techniques expérimentales vibratoires et modes générés

Pour la caractérisation du comportement vibratoire du composite sandwich aux états sain et endommagé nous avons utilisé le dispositif expérimental schématisé par la figure 4. Un analyseur de réseaux à deux canaux *Stanford Research Systems SR785* génère une excitation sinusoïdale de fréquence variable et ce à différentes amplitudes. Le signal d'excitation est ensuite amplifié à gain constant à l'aide d'un amplificateur de puissance *PA25E* pour exciter un pot vibrant *BK4809* placé sur une table anti-vibration. Le pot vibrant permet de fixer l'échantillon selon différentes configurations et conditions aux limites. Les vibrations ainsi générées sont détectées à l'aide d'un accéléromètre *BK 352c22* large bande ( $1-10^4\text{Hz}$ ) ayant une sensibilité de  $9.39\text{mV/g}$  (où  $g$  est l'accélération gravitationnelle) relié à un conditionneur. L'excitation et l'acquisition sont contrôlées par ordinateur sous Labview<sup>TM</sup> via une carte GPIB.

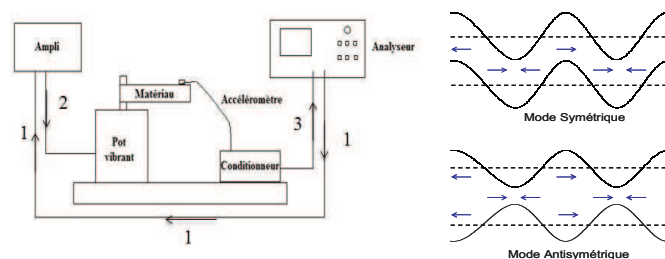


Figure 4 : Dispositif expérimental utilisé pour la caractérisation vibratoire du composite sandwich et modes de résonance générés

A l'aide du dispositif expérimental susmentionné, il est possible de caractériser le comportement vibratoire du composite sandwich en mode flexion. Cela est aussi vrai pour les modes antisymétriques (MAS), facilement générés, que pour les modes symétriques (MS), plus difficiles à générer. Les configurations permettant de générer les MAS et MS sont représentées dans la figure 5. En effet, la condition aux limites encastré/libre de la poutre disposée sur le côté (Figure 5(b)) et/ou sur la face (Figure 5(c)) permet une génération naturelle des MAS et étudier ainsi leur sensibilité à l'endommagement. Une variation des conditions aux limites, tel que présentée dans la figure 5(d), permet la génération simultanée des MS et MAS, ce qui nécessite de développer un moyen d'identification des différentes courbes de résonance. Pour cela, nous avons utilisé deux accéléromètres placés symétriquement de part et d'autre des poutres posées verticalement en configuration encastré/encastré. Les deux accéléromètres nous ont permis de comparer, pour chaque fréquence de résonance, les phases des signaux détectés sur les deux faces opposées. Ainsi, nous avons identifié les MS lorsque les signaux sont en phase et les MAS lorsque les signaux sont en opposition de phase.

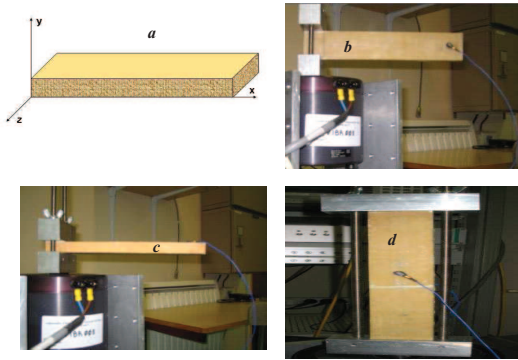


Figure 5 : Poutre sandwich en configuration : (b) Horizontale et (c) Côté pour générer des modes de vibration antisymétriques et (d) Verticale pour générer des modes de vibration symétriques

## 4 Résultats expérimentaux

Notre étude est basée sur le suivi des propriétés viscoélastiques du composite sandwich. L'évolution de ces dernières est directement liée aux fréquences de résonance  $f_i$  et aux facteurs de qualité  $Q_i$  des différents modes de vibration avec :  $Q_i = f_i / \Delta f_i$  où  $\Delta f_i$  est la largeur de bande à -3dB. Il devient alors important d'accorder une attention particulière à la détermination des différentes fréquences mises en jeu. Dans un premier temps, nous avons effectué une interpolation par une gaussienne au voisinage du pic de résonance. L'annulation de la dérivée de la fonction d'interpolation permet d'avoir la fréquence de résonance à  $10^{-5}$  près. Les fréquences relatives aux largeurs de bande ont été obtenues en suivant la même démarche mettant en jeu un polynôme d'ordre 4 appliqué à -3dB de part et d'autre du pic de résonance. Ces méthodes d'optimisation nous ont permis de tracer les variations du couple  $(f, Q)$  en fonction de l'amplitude de vibration ou l'accélération afin de sonder leur sensibilité à l'endommagement selon différentes configurations du matériau sandwich.

### 4.1 Configuration Encastré / Libre

La configuration Encastré / Libre permet la génération des MAS. Cela peut s'effectuer selon la configuration côté ou horizontale. Dans ce travail, nous nous sommes essentiellement intéressés aux MAS d'ordres 1 et 2.

Lorsque le matériau est disposé sur le côté l'excitation est effectuée parallèlement à l'axe  $o\vec{z}$ . A l'état intact nous avons constaté le peu d'effet des excitations sur les valeurs de  $f$  et  $Q$  et ce pour les deux MAS susmentionnés. Par contre, lorsque le matériau sandwich est endommagé, nous avons constaté aux faibles niveaux d'endommagement une augmentation du facteur de qualité certainement due à la compression de la mousse lors de l'endommagement en essai de flexion trois points. La fréquence de résonance quant à elle devient plus faible aux mêmes niveaux d'excitation. Cela laisse penser que les propriétés élastiques liées au stratifié ont été affectées par l'endommagement et ont réussi à masquer une éventuelle amélioration des

propriétés élastiques de la mousse. Cependant, les variations du facteur de qualité et de la fréquence de résonance en fonction du niveau d'excitation n'ont pas été significatives. En effet, la fréquence de résonance manifeste globalement un comportement élastique non linéaire classique et ce pour les deux MS. Par contre, le facteur de qualité dont le comportement est semblable à celui de la fréquence de résonance pour le premier MAS, manifeste un comportement non linéaire hystérétique pour le 2<sup>ème</sup> MAS et ce aux états intact et endommagé. Cela étant, il est important de noter que dans ce cas nous n'avons observé aucune variation dans le comportement hystérétique pour les deux états d'avant et après endommagement (figure 6).

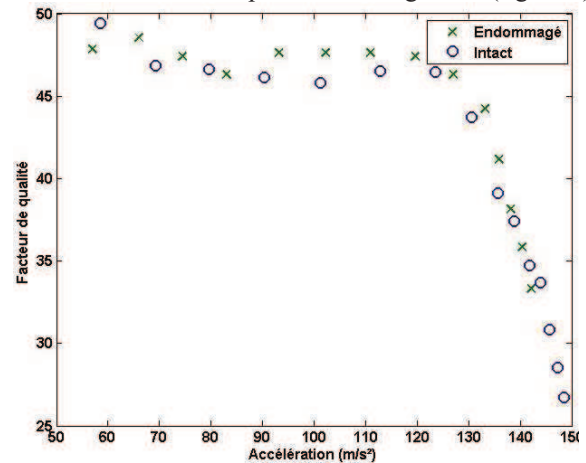


Figure 6 : Variations du facteur de qualité du 2<sup>ème</sup> MAS en fonction du niveau d'excitation pour le sandwich disposé sur le côté

La disposition horizontale nécessite une excitation du matériau sandwich suivant l'axe  $o\vec{y}$ . A l'état intact la fréquence de résonance a montré un comportement élastique non linéaire avec une absence totale d'hystérésis et ce pour les deux MAS. Pour les mêmes excitations le facteur de qualité est resté presque inchangé dans la zone non linéaire hystérétique avant de chuter brusquement avec une pente de  $-0.55s^2/m$  et  $-0.37s^2/m$  pour le 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> MAS respectivement. Après endommagement, la fréquence de résonance du 1<sup>er</sup> MAS est restée inchangée jusqu'à une accélération avoisinant les  $140m/s^2$  avant de chuter brutalement avec une pente de  $1.4s/m$  signifiant l'évolution du comportement élastique du non linéaire classique au non linéaire hystérétique au moment où aucun changement n'est observée pour le 2<sup>ème</sup> MAS. Il est toutefois important de noter que l'amélioration de la rigidité de la mousse observée lors de la configuration côté n'a pas été observée dans ce cas. A l'état endommagé le facteur de qualité est resté presque le même que celui trouvé à l'état intact ( $Q \sim 20$ ) et ce jusqu'à un accélération avoisinant les  $140m/s^2$  où il subit une chute plus importante que celle trouvée à l'état intact avec une pente de  $-1.38s^2/m$  pour le 1<sup>er</sup> MAS et  $-1.68s^2/m$  pour le 2<sup>ème</sup> MAS.

Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble des résultats relatifs aux deux configurations côté et horizontal générant des MAS.

Configuration	Mode 1		Mode 2	
	Intact	Endommagé	Intact	Endommagé
Côté				
Fréquence	Abs	Abs	Abs	Abs
Facteur de qualité	Abs	Abs	$P = -1.1 \text{ s}^2/\text{m}$	$P = -1.21 \text{ s}^2/\text{m}$
Configuration	Mode 1		Mode 2	
	Intact	Endommagé	Intact	Endommagé
Horizontale				
Fréquence	Abs	$P = -1.43 \text{ s}^2/\text{m}$	Abs	Abs
Facteur de qualité	$P = -0.55 \text{ s}^2/\text{m}$	$P = -1.38 \text{ s}^2/\text{m}$	$P = -0.37 \text{ s}^2/\text{m}$	$P = -1.68 \text{ s}^2/\text{m}$

Tableau 1 : Pentas de variation de  $f$  et  $Q$  en fonction de l'accélération pour les configurations coté et horizontale

## 4.2 Configuration encastéré /encastéré

De part sa nature, la configuration encastéré/encastéré permet la génération des MS perpendiculairement à l'axe  $O\vec{y}$  lorsque le matériau sandwich est excité parallèlement à l'axe  $O\vec{x}$ . La comparaison des phases relatives aux signaux recueillis sur les deux faces opposées des matériaux sandwich testés a permis de voir que les premiers modes symétriques sont difficilement exploitables étant couplés à d'autres modes (flexion et/ou torsion). Cela nous a amené à identifier le 4<sup>ème</sup> MS comme étant le premier MS non couplé et de ce fait le premier MS exploitable. Par ailleurs, l'évolution de l'amortissement des modes d'ordre supérieur (plus haute fréquence) en fonction de l'endommagement nous amène à nous limiter à l'étude du 4<sup>ème</sup> MS. La figure 7 montre qu'à l'état intact le sandwich ne manifeste aucun comportement non linéaire hystérétique pour le mode considéré. Ce résultat rejoint ceux trouvés pour les MAS lors des configurations horizontale et coté. Par contre une fois le sandwich endommagé, nous observons clairement l'apparition d'une zone non linéaire hystérétique qui apparaît pour une accélération avoisinant les 145 m/s<sup>2</sup>. Cependant, l'amortissement du même MS aux mêmes accélérations montre l'existence d'une zone non linéaire hystérétique déjà à l'état intact. En effet, l'évolution du facteur de qualité en fonction de l'accélération présenté dans la figure 7(a) montre clairement les trois zones de comportement élastique avec une apparition de la non linéarité hystérétique aux alentours de 160 m/s<sup>2</sup>. A l'état endommagé nous remarquons que le comportement non linéaire hystérétique se déclenche à environ 130 m/s<sup>2</sup> donc 30 m/s<sup>2</sup> plus tôt que celui trouvé à l'état intact. Par ailleurs, nous remarquons également un changement dans la zone de non linéarité élastique qui se réduit considérablement et qui laisse plus de place à la zone élastique linéaire. Cela a pour résultat de rendre le passage du linéaire à l'hystérétique quasi brutal comme nous pouvons le voir sur la figure 7(b).

Aussi, il est possible de s'intéresser à l'endommagement à travers l'évolution de la pente de variation du facteur de qualité et/ou de la fréquence de résonance en fonction de l'accélération dans la zone hystérétique comme le montre le tableau 2. En effet, au moment où la pente relative à la fréquence de résonance ne manifeste qu'une variation modérée à l'état endommagé et aucune à l'état intact, celle liée au facteur de qualité montre une nette évolution mettant en jeu un facteur de 10 entre les deux états susmentionnés.

## Etat du Sandwich

	Intact	Endommagé
Pente $f$ (s/m)	Abs	-0.31
Pente $Q$ (s <sup>2</sup> /m)	-0.71	-7.27

Tableau 2 : Pentas de variation de  $f$  et  $Q$  en fonction de l'accélération pour la configuration verticale

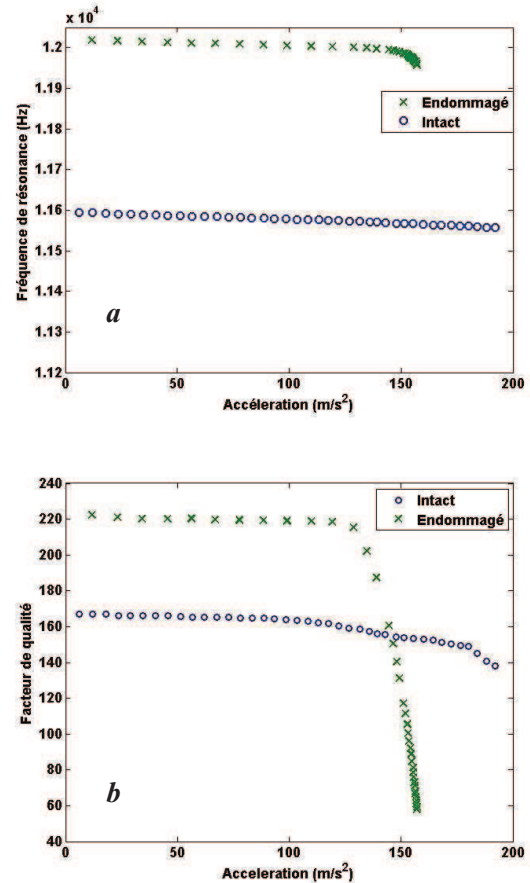


Figure 7 : (a) Variation du facteur de qualité en fonction de l'accélération en résonance en flexion configuration verticale de la poutre Intact et Endommagée (b) Variation de la différence de fréquence en fonction du niveau d'excitation en résonance en flexion configuration verticale de la poutre Intact et Endommagée

## 5 Conclusion et perspectives

Dans ce travail nous avons appliqué la spectroscopie non linéaire en résonance afin de caractériser l'endommagement d'un composite sandwich. Nous avons tout d'abord étudié les configurations encastéré-libre qui favorisent la génération de modes de résonance antisymétriques selon les deux dispositions coté et horizontale. Ensuite en imposant la condition aux limites encastéré-encastéré, nous avons généré un mode de résonance dit symétrique selon une disposition verticale des différents échantillons.

Pour ce type de composites, la configuration verticale s'est avérée plus sensible à l'endommagement que les deux précédente. Cela veut dire que les MS sont les plus aptes à détecter l'endommagement dans les matériaux sandwichs

surtout lorsqu'il s'agit de défauts de décohésion entre l'âme et le stratifié. Ce travail montre également que se fier à la non linéarité liée au module (fréquence de résonance) n'est pas tout le temps fiable lorsqu'il s'agit de caractériser l'endommagement ou vérifier l'existence d'un éventuel comportement non linéaire hystérétique. En effet, l'étude actuelle permet de voir que l'hystérésis des sandwichs est plus d'origine visqueuse qu'élastique. En particulier, les observations expérimentales permettent de voir que lorsque la zone NLH existe pour la fréquence de résonance elle existe pour le facteur de qualité ou l'amortissement. Par contre, nous pouvons d'ores et déjà affirmer que la réciprocité en ce qui concerne les composites sandwichs n'est pas systématique. Il y a donc un intérêt certain à vérifier de telles conclusions lors de la caractérisation de matériaux de natures différentes tels que les bétons, les roches, les métaux micro fissurés, etc. afin de mieux cerner leur comportement non linéaire et permettre ainsi une meilleure interprétation de l'évolution de leur comportement en fonction de l'endommagement.

Enfin, il est également important de noter que ce travail montre la nécessité de développer une étude d'anisotropie du comportement non linéaire et de son évolution en fonction de l'endommagement. En effet, les différents résultats obtenus selon les configurations côté et horizontale montrent le potentiel de la résonance non linéaire à étudier l'anisotropie d'endommagement et son évolution. Le développement d'une telle étude présente un intérêt double. D'un côté il permet de déterminer les directions ou les plans de développement des contraintes. D'un autre côté, il nous donne la possibilité d'écrire d'une façon plus élaborée la loi de comportement non linéaire des matériaux étudiés. En particulier, une reconsidération du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha$  en termes de modes de résonance, de directions de vibration et d'origine (module élastique et/ou amortissement) est plus que jamais nécessaire.

## Références

- [1] Zheng Y., Maev R.G., Solodov I.Y., "Nonlinear acoustic applications for materials characterization", *Canadian Journal of Physics*, 77, 927-967 (1999).
- [2] Zarembo L.K., Krasilnikov V.A., "Nonlinear phenomena in the propagation of elastic waves in solids", *Soviet Physics Uspekhi*, 13, 927-967 (1999).
- [3] Breazeale M.A., Philip J., "Determination of third-order elastic constants from ultrasonic harmonic generation measurements ", *Physical Acoustics: Principle and Methods*, 17, 1-60 (1984).
- [4] Abeele K.V.D., Carmeliet J., Tencate J.A., Johnson P.A., "Non linear elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage part II: Single-mode non linear resonance acoustic spectroscopy ", *Res.Nondestr.Eval.* 12, 31-42 (2000).
- [5] Abeele K.V.D., Carmeliet J., Sutin A., Johnson P.A., "Micro-damage diagnostics using nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS)", *Ndt & E International*, 34, 239-248 (2001).
- [6] Scalerandi M., Agostini V., Delsanto P.P., Abeele K.V.D., Johnson P.A., "Local interaction simulation approach to modelling non-classical non linear elastic behaviour in solids ", *J. Acoust. Soc. Am.* 113, 3049-3059 (2003).
- [7] Guyer R.A., McCall K.R., Boitnott G.N., "Hysteresis discrete memory and non linear wave propagation in rock: A new paradigm", *Phys. Rev. Lett.* 74, 3491-3494 (1995).
- [8] Bentahar, M., El Guerjouma, R., "Monitoring progressive damage in polymer-based composite using nonlinear dynamics and acoustic emission" *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(1), pp. EL39-EL44 (2009)
- [9] Johnson, P., Sutin, A., "Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids" *J. Acoust. Soc. Am.*, 117(1), 124-130 (2005)
- [10] Bentahar, M., El Agra, H., El Guerjouma, R., Griffa, M., Scalerandi, M., "Hysteretic elasticity in damaged concrete: Quantitative analysis of slow and fast dynamics," *Phys. Rev. B* 73, p. 014116, (2006).