



**HAL**  
open science

## Diffusion d'ondes de Lamb sur des rugosités de surface : couplages modaux

Tony Valier-Brasier, Catherine Potel, Michel Bruneau

► **To cite this version:**

Tony Valier-Brasier, Catherine Potel, Michel Bruneau. Diffusion d'ondes de Lamb sur des rugosités de surface : couplages modaux. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00551137

**HAL Id: hal-00551137**

**<https://hal.science/hal-00551137>**

Submitted on 2 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Diffusion d'ondes de Lamb sur des rugosités de surface : couplages modaux

Tony Valier-Brasier, Catherine Potel, Michel Bruneau

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM, UMR CNRS 6613), Avenue Olivier Messiaen, F-72000 Le Mans Cedex 9, {tony.valier-brasier.etu, catherine.potel, michel.bruneau}@univ-lemans.fr

Pour apporter de nouveaux éléments de réponse à une demande toujours actuelle en contrôle non destructif d'états de surface de structures en forme de plaques (rugosité, petits défauts, ...), la qualité de collages dans des structures assemblées en étant une des applications, les ondes de Lamb, en usage dans la caractérisation des défauts situés dans l'épaisseur des guides, peuvent être utilisées du fait qu'elle portent aussi la signature des caractéristiques de ces surfaces. La complexité des modèles existants, à l'image de celle des phénomènes mis en jeu, reste un frein à une interprétation, même approchée, des phénomènes, qui soit susceptible de répondre aux exigences d'une modélisation adaptée à certains besoins de l'ingénierie. C'est l'objet de l'étude présentée ici que de proposer un modèle analytique permettant de traduire, en termes de couplages modaux des ondes diffusées, l'effet d'une rugosité de surface sur la propagation d'ondes de Lamb dans des plaques isotropes, compte tenu de la profondeur et de la forme des irrégularités de surface. Dans ce modèle, l'ensemble des équations de propagation du champ de déplacement (composantes longitudinales et transversales) et des conditions d'interface est traduit en terme d'équations intégrales couplées, dont les solutions, exprimées sous forme de couplages d'ondes diffusées sur une base de Fourier (fonctions propres de Neumann et de Dirichlet) d'un guide régulier extérieur au guide réel, conduisent à des expressions analytiques approchées des amplitudes des perturbations créés par la rugosité de surface. Les résultats obtenus pour l'heure sont en accord raisonnable avec des résultats expérimentaux et numériques récents.

## 1 Introduction

L'étude des effets de la rugosité de paroi sur la propagation acoustique dans les guides d'ondes fait l'objet d'un regain d'intérêt, notamment dans le cadre du contrôle non destructif en vue de vérifier la qualité de collages dans les structures assemblées ou de caractériser l'état de surface de certaines pièces [1-6]. Suite à des travaux sur la propagation d'ondes acoustiques en milieu fluide [5, 7, 8] et d'autres sur la propagation d'ondes de cisaillement polarisées horizontalement dans des plaques solides isotropes [9], l'étude présentée ici porte sur la propagation d'ondes de Lamb dans des plaques solides isotropes à parois rugueuses.

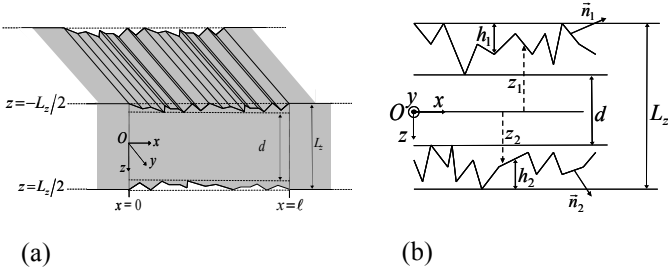
La méthode utilisée présente la particularité de faire usage de la formulation intégrale du problème aux limites posé, les solutions (champs de déplacement diffusés) étant construites à partir de développements sur des séries de Fourier d'un guide à géométrie compatible, extérieur au guide réel. La rugosité de paroi est introduite dans le modèle par des conditions de contraintes nulles aux frontières qui font intervenir la pente locale et la profondeur de rugosité.

## 2 Le problème

### 2.1 Le guide rugueux

Le guide d'onde homogène et isotrope considéré, caractérisé par sa masse volumique  $\rho$  et ses coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ , est une plaque limitée par deux plans parallèles rugueux de longueur et de largeur infinies dans le vide (figures 1). Le repère cartésien considéré est noté

$R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et de base associée  $B = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . Le plan de propagation correspondant (par choix) au plan  $(x, z)$  et le guide étant infini suivant la dimension "y", le domaine  $D$  d'étude de frontière  $\partial D$  (problème 2D) est défini par  $x$  positif et par  $z$  appartenant à l'intervalle  $[z_1(x), z_2(x)]$ , où les coordonnées  $z_1$  et  $z_2$  définissent les cotes des frontières du guide donc celles de la rugosité pour  $x$  compris dans l'intervalle  $[0, \ell]$ . Les fonctions  $h_1(x)$  et  $h_2(x)$ , définies respectivement par  $h_1(x) = L_z/2 + z_1(x)$  et  $h_2(x) = L_z/2 - z_2(x)$ , sont les fonctions arithmétiques définissant la rugosité à partir des surfaces du guide extérieur. Un guide fictif aux parois situées en  $z = -L_z/2$  et  $z = L_z/2$ , immédiatement extérieur au guide réel (confondu avec le guide réel en dehors de la rugosité), définit le domaine d'étude ( $D_0$ ) retenu pour la formulation intégrale utilisée. Les vecteurs  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont les vecteurs unitaires normaux respectivement aux surfaces  $z_1(x)$  et  $z_2(x)$  en tout point des rugosités et orientés vers l'extérieur du guide.



Figures 1 : (a) Schéma du guide d'ondes en deux dimensions et (b) gros plan sur la rugosité.

Le vecteur déplacement  $\hat{U}(x, z)$ , supposé harmonique de pulsation  $\omega$ , est exprimé en fonction du temps par la fonction  $\exp(i\omega t)$ . Ainsi, dans le cadre des hypothèses de l'acoustique linéaire et étant donné les symétries du système étudié, le vecteur déplacement complexe  $\hat{U}(x, z)$  ne dépend que des deux variables  $x$  et  $z$ . Il est solution du système d'équations suivant, comportant l'équation de propagation et des conditions de contraintes nulles aux frontières :

$$\begin{cases} \rho\omega^2\hat{U}(x, z) + \text{div}\bar{T}(x, z) = \hat{F}(x, z), \\ \bar{T}(x, z) \cdot \bar{n}_q = \bar{0}, \quad \text{en } z = z_q, \quad q = 1, 2, \end{cases} \quad (1.a-b)$$

où  $\bar{T}$  est le tenseur des contraintes et  $\hat{F}$  un vecteur source.

## 2.2 Les champs de déplacement

Le vecteur déplacement complexe  $\hat{U}(x, z)$  est décomposé en un vecteur déplacement longitudinal  $\hat{U}_L(x, z)$  et un vecteur déplacement transversal  $\hat{U}_T(x, z)$  tels que :

$$\hat{U}_\eta(x, z) = [\hat{U}_{\eta,x}(x, z)\bar{e}_x + \hat{U}_{\eta,z}(x, z)\bar{e}_z], \quad \eta = L, T, \quad (2)$$

avec

$$\partial_z\hat{U}_{L,x}(x, z) = \partial_x\hat{U}_{L,z}(x, z), \quad (3.a)$$

$$\partial_z\hat{U}_{T,z}(x, z) = -\partial_x\hat{U}_{T,x}(x, z). \quad (3.b)$$

où  $\partial_x$  désigne la dérivée partielle par rapport à  $x$ .

Ainsi, les équations de propagation retenues pour exprimer le champ de déplacement, issues de l'équation (1.a), prennent la forme suivante :

$$[\partial_{xx}^2 + \partial_{zz}^2 + k_L^2]\hat{U}_{L,z}(x, z) = -\hat{f}_{L,z}(x, z), \quad (4.a)$$

$$[\partial_{xx}^2 + \partial_{zz}^2 + k_T^2]\hat{U}_{T,x}(x, z) = -\hat{f}_{T,x}(x, z), \quad (4.b)$$

où  $\hat{f}_{\eta,j}(x, z)$ , l'indice "j" désignant l'une des coordonnées  $x$  ou  $y$ , est un terme source,  $k_L = \omega/c_L$ ,  $k_T = \omega/c_T$ , avec  $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$  et  $c_T = \sqrt{\mu/\rho}$ , respectivement les vitesses de phase des ondes de volume longitudinales et transversales, les deux autres composantes du champ de déplacement étant obtenue par application des relations (3.a-b).

## 2.3 Les conditions aux frontières

Compte tenu des expressions des vecteurs unitaires normaux aux frontières rugueuses

$$\bar{n}_q = [1 + (\partial_x h_q)^2]^{-1/2} [(\partial_x h_q)\bar{e}_x + (-1)^q \bar{e}_z], \quad (5)$$

les conditions aux frontières (1.b) peuvent être écrites

$$(\partial_x h_q)\hat{T}_{xx}(x, z_q) + (-1)^q \hat{T}_{xz}(x, z_q) = 0, \quad \forall x, \quad q = 1, 2, \quad (6.a)$$

$$(\partial_x h_q)\hat{T}_{xz}(x, z_q) + (-1)^q \hat{T}_{zz}(x, z_q) = 0, \quad \forall x, \quad q = 1, 2, \quad (6.b)$$

ou encore, compte tenu de la loi de Hooke,

$$\begin{aligned} \partial_{n_q}\hat{U}_{T,x} = & -(-1)^q [\partial_x(\hat{U}_{L,z} + \hat{U}_{T,z}) + \partial_z\hat{U}_{L,x}] \\ & - \gamma(\partial_x h_q)\partial_z(\hat{U}_{L,z} + \hat{U}_{T,z}) \\ & - (\partial_x h_q)\partial_x [(\gamma + 2)\hat{U}_{L,x} + (\gamma + 1)\hat{U}_{T,x}], \end{aligned} \quad (7.a)$$

$$\begin{aligned} \partial_{n_q}\hat{U}_{L,z} = & -(\partial_x h_q)(\gamma + 2)^{-1}\partial_z(\hat{U}_{L,x} + \hat{U}_{T,x}) \\ & - (-1)^q \left[ \frac{\gamma}{\gamma + 2}\partial_x(\hat{U}_{L,x} + \hat{U}_{T,x}) + \partial_z\hat{U}_{T,z} \right] \\ & + (\partial_x h_q)\partial_x [(\gamma + 2)^{-1}\hat{U}_{T,z} + (1 - (\gamma + 2)^{-1})\hat{U}_{L,z}], \end{aligned} \quad (7.b)$$

avec  $\gamma = \lambda/\mu$ .

L'ensemble des équations (4.a-b), (3.a-b) et (7.a-b) constitue le problème à résoudre.

## 3 Les champs diffusés

### 3.1 Formulation intégrale

Les composantes  $\hat{U}_{T,x}$  et  $\hat{U}_{L,z}$  du champ de déplacement dans le domaine  $D$  du guide étudié, solutions des équations (4.a-b), peuvent être exprimés, par application de la formule de Green, sous la forme intégrale suivante :

$$\left. \begin{aligned} (x, z) \in (D), \quad \hat{U}_{\eta,j}(x, z) \\ (x, z) \in (D_0 - D), \quad 0 \end{aligned} \right\} = \hat{F}_{\eta,j}(x, z) + \hat{I}_\eta(\hat{U}_{\eta,j}; x, z), \quad (8)$$

avec

$$\hat{F}_{\eta,j}(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} G_\eta(x, z; x', z') \hat{f}_{\eta,j}(x', z') dx' dz' \quad , \quad (9)$$

et

$$\begin{aligned} \hat{I}_\eta(\hat{U}_{\eta,j}; x, z) = \\ \sum_{q=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \left[ G_\eta(x, z; x', z'_q) \partial_{n_q} \hat{U}_{\eta,j}(x', z'_q) \right. \\ \left. - \hat{U}_{\eta,j}(x', z'_q) \partial_{n_q} G_\eta(x, z; x', z'_q) \right]_{z'_q = z'_q(x')} \end{aligned} \quad (10)$$

où  $G_\eta(x, z; x', z')$  est une fonction de Green (paragraphe 3.3 ci-dessous)

Les composantes  $\hat{U}_{L,x}$  et  $\hat{U}_{T,z}$  sont respectivement données par les relations (3.a) et (3.b), à savoir

$$\hat{U}_{L,x}(x, z) = (\partial_z)^{-1} \left[ \partial_x \hat{U}_{L,z}(x, z) \right], \quad (11.a)$$

$$\hat{U}_{T,z}(x, z) = -(\partial_z)^{-1} \left[ \partial_x \hat{U}_{T,x}(x, z) \right]. \quad (11.b)$$

où  $(\partial_z)^{-1}P$  représente une primitive de la fonction  $P$  par rapport à la variable  $z$ .

### 3.2 Approximations successives

Des solutions approchées de l'équation (8), notées  $^{[N]}\hat{U}_{\eta,j}$ , peuvent être recherchées par approximations successives,

$$^{[N]}\hat{U}_{\eta,j} = {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j} + {}^{(1)}\hat{U}_{\eta,j} + {}^{(2)}\hat{U}_{\eta,j} + \dots + {}^{(N)}\hat{U}_{\eta,j} \quad (12)$$

où  $N$  est le nombre d'itérations nécessaires au calcul du champ  $\hat{U}_{\eta,j}$ ,  ${}^{[0]}\hat{U}_{\eta,j} = {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j}$  étant le champ de déplacement d'une onde de Lamb incidente en l'absence de rugosité,  ${}^{(1)}\hat{U}_{\eta,j}$  la perturbation à l'ordre  $N=1$  du champ de déplacement  $\hat{U}_{\eta,j}$ , et ainsi de suite.

A l'ordre  $N=0$ , le champ de déplacement correspond au champ de déplacement incident en l'absence de rugosité, c'est-à-dire à une onde de Lamb classique. Si l'onde de Lamb incidente est symétrique, les solutions  $\hat{U}_{\eta,j}$  ont des expressions de la forme

$${}^{[0]}\hat{U}_{\eta,x}(x, z) = \hat{Q}_{\eta,x} \cos(k_{\eta,z} z) e^{-ik_x x}, \quad (13.a)$$

$${}^{[0]}\hat{U}_{\eta,z}(x, z) = \hat{Q}_{\eta,z} \sin(k_{\eta,z} z) e^{-ik_x x}, \quad (13.b)$$

et si l'onde de Lamb incidente est antisymétrique, ces solutions sont de la forme

$${}^{[0]}\hat{U}_{\eta,x}(x, z) = \hat{Q}_{\eta,x} \sin(k_{\eta,z} z) e^{-ik_x x}, \quad (13.c)$$

$${}^{[0]}\hat{U}_{\eta,z}(x, z) = \hat{Q}_{\eta,z} \cos(k_{\eta,z} z) e^{-ik_x x}. \quad (13.d)$$

$$\text{avec } k_x^2 + k_{\eta,z}^2 = k_\eta^2, \quad \eta = L, T, \quad (14.a)$$

le nombre d'onde  $k_x$  étant solution de l'équation de Rayleigh-Lamb [10], soit, pour les ondes Lamb symétriques :

$$\frac{\tan\left(k_{T,z} L_z/2\right)}{\tan\left(k_{L,z} L_z/2\right)} = -\frac{4k_x^2 k_{L,z} k_{T,z}}{\left(k_{T,z}^2 - k_x^2\right)^2}, \quad (14.b)$$

et, pour les ondes de Lamb antisymétriques

$$\frac{\tan\left(k_{T,z} L_z/2\right)}{\tan\left(k_{L,z} L_z/2\right)} = -\frac{\left(k_{T,z}^2 - k_x^2\right)^2}{4k_x^2 k_{L,z} k_{T,z}}. \quad (14.c)$$

A noter que les amplitudes  $\hat{Q}_{\eta,x}$  et  $\hat{Q}_{\eta,z}$  ne sont pas indépendantes, du fait que les ondes qui composent les modes sont soit irrotationnelles, soit indivergentes.

A l'ordre  $N=0$ , les champs (ondes de Lamb) peuvent aussi être exprimés à partir des équations (8) où l'expression (10) prend la forme :

$$\Gamma_\eta^{(0)}(\hat{U}_{\eta,j}; x, z) = \sum_{q=1}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \left[ G_\eta(x, z; x', z_q) \partial_{z_q} \hat{U}_{\eta,j}(x', z_q) - \hat{U}_{\eta,j}(x', z_q) \partial_{z_q} G_\eta(x, z; x', z_q) \right]_{z_q = (-1)^q L_z/2}. \quad (15)$$

La solution sans rugosité étant donnée par les équations (13.a-d) ou exprimées par (8) et (15), la solution au premier ordre des perturbations ( $N=1$ ) de l'équation (8) a pour expression (approximation de Born), pour  $(\eta, j) = (L, z)$  et  $(\eta, j) = (T, x)$ ,

$$\left. \begin{array}{l} (x, z) \in (D), \quad {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j}(x, z) + {}^{(1)}\hat{U}_{\eta,j}(x, z) \\ (x, z) \in (D_0 - D), \quad 0 \end{array} \right\} = \hat{F}_{\eta,j}(x, z) + \hat{F}_\eta \left( {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j}; x, z \right), \quad (16)$$

qui, compte tenu de l'expression (15), peut être mise sous la forme,

$$\left. \begin{array}{l} (x, z) \in (D), \quad {}^{(1)}\hat{U}_{\eta,j}(x, z) \\ (x, z) \in (D_0 - D), \quad 0 \end{array} \right\} = \delta \hat{F}_\eta \left( {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j}; x, z \right), \quad (17)$$

avec

$$\delta \hat{F}_\eta \left( \hat{U}_{\eta,j}; x, z \right) = \left[ \hat{F}_\eta - \hat{F}_\eta^{(0)} \right] \left( \hat{U}_{\eta,j}; x, z \right). \quad (18)$$

Finalement, la correction d'ordre  $N$  est donnée par l'expression

$$\left. \begin{array}{l} (x, z) \in (D), \quad {}^{(N)}\hat{U}_{\eta,j}(x, z) \\ (x, z) \in (D_0 - D), \quad 0 \end{array} \right\} = \hat{F}_\eta \left( {}^{(N-1)}\hat{U}_{\eta,j}; x, z \right) \quad (19)$$

### 3.3 La fonction de Green

La fonction de Green [équations (9) et (10)] est développée sur une base de fonctions propres  $\psi^{(\sigma,m)}(z)$  (séries de Fourier) (pour  $\eta = L, T$ )

$$G_\eta(x, z; x', z') = \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{m=1}^{\infty} g_\eta^{(m)}(x; x') \psi^{(\sigma,m)}(z) \psi^{(\sigma,m)}(z'), \quad (20)$$

où les fonctions propres normalisées ont pour expressions

$$\psi^{(1,m)}(z) = \sqrt{2/L_z} \sin\left(k_z^{(m)} z\right), \quad (21.a)$$

$$\psi^{(2,m)}(z) = \sqrt{2/L_z} \cos\left(k_z^{(m)} z\right), \quad (21.b)$$

avec pour valeurs propres associées,

$$k_z^{(m)} = 2m\pi/L_z, \quad (21.c)$$

et où les coefficients  $g_\eta^{(m)}(x; x')$  (fonction de Green 1D) ont pour expression,

$$g_\eta^{(m)}(x; x') = \frac{e^{-ik_\eta^{(m)}|x-x'|}}{2i k_{\eta,x}^{(m)}}, \quad (22.a)$$

$$\text{avec } \left(k_{\eta,x}^{(m)}\right)^2 = k_\eta^2 - \left(k_z^{(m)}\right)^2. \quad (22.b)$$

Les fonctions propres  $\psi^{(\sigma,m)}(z)$  sont solutions de problèmes aux valeurs propres transverses sur l'épaisseur

du guide extérieur ( $z \in (-L_z/2, L_z/2)$ ) composés de l'équation de Helmholtz et de conditions de Neumann ( $\sigma = 2$ ) ou de Dirichlet ( $\sigma = 1$ ) sur les frontières,

$$\left[ \partial_{zz}^2 + (k_z^{(\sigma,m)})^2 \right] \psi^{(\sigma,m)}(z) = 0, \quad z \in (-L_z/2, L_z/2), \quad (23.a)$$

$$(\partial_z)^{\sigma-1} \psi^{(\sigma,m)}(z) = 0, \quad z = \pm L_z/2. \quad (23.b)$$

Le développement des fonctions de Green  $G_\eta$  en séries de Fourier implique que les perturbations (champs diffusés) des quatre composantes du champ de déplacement sont exprimées par des développements sur la même base :

$${}^{(N)}\hat{U}_{\eta,j}(x, z) = \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{m=1}^{\infty} {}^{(N)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)}(x) \psi^{(\sigma,m)}(z). \quad (24)$$

Ainsi, compte tenu de l'orthogonalité des fonctions propres, le produit scalaire dans l'intervalle  $z \in (-L_z/2, L_z/2)$  de l'équation (18) par la fonction propre  $\psi^{(\sigma,m)}(z)$  conduit à l'équation

$${}^{(1)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)}(x) \equiv \sum_{\alpha=1}^2 \sum_r B_{r,m}^{(\alpha,\sigma)}(x) {}^{(1)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\alpha,r)}(x) + \delta \hat{F}_\eta \left( {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j}; x, z \right), \quad (25)$$

où

$$B_{r,m}^{(\alpha,\sigma)}(x) = \left( \int_{-L_z/2}^{z_1} dz + \int_{z_2}^{L_z/2} dz \right) \psi^{(\alpha,r)}(z) \psi^{(\sigma,m)}(z), \quad (26)$$

est un opérateur "de volume" qui dépend de la profondeur de rugosité [7-9] dont la contribution est ici négligeable ; par suite :

$${}^{(1)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)}(x) \equiv \delta \hat{F}_\eta \left( {}^{(0)}\hat{U}_{\eta,j}; x, z \right). \quad (27)$$

De la même manière, la correction d'amplitude de chaque mode  ${}^{(N)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)}$  à l'ordre  $N > 1$  (19) est donnée par la relation

$${}^{(N)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)}(x) \equiv \hat{F}_\eta \left( {}^{(N-1)}\hat{U}_{\eta,j}; x, z \right). \quad (28)$$

Pour les résultats présentés dans la suite, l'amplitude de chaque mode  $\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)}$  est arrêtée à l'ordre  $N$  tel que l'inégalité

$$\left( {}^{(N+1)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)} / {}^{(N)}\hat{A}_{\eta,j}^{(\sigma,m)} \right) \leq 10^{-3}, \quad (29)$$

soit vérifiée pour tout  $x$  et pour tout couple  $(\sigma, m)$ .

## 4 Résultats et discussion

La configuration choisie ici à titre d'illustration est celle d'un guide en forme de plaque d'épaisseur  $L_z$  comportant une rugosité en dents de scie uniquement sur la surface supérieure ( $z_1$ ), l'autre surface étant parfaitement lisse (figure 2), la rugosité de la surface  $z_1$ , de longueur  $\ell$ , étant composée de 50 dents de scie symétriques. Chaque dent de scie est caractérisée par une hauteur  $h$  telle que  $h/L_z = 0,01$  et une périodicité spatiale  $A$  telle que  $L_z/A = 2,5$ . Le solide constituant le guide est de l'aluminium de masse volumique  $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$ . Les valeurs des vitesses des ondes de volume longitudinale et transversale sont  $c_L = 6320 \text{ m.s}^{-1}$  et  $c_T = 3115 \text{ m.s}^{-1}$ .

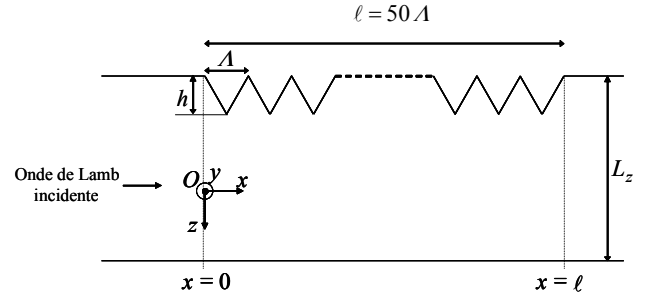


Figure 2 : Schéma du guide d'ondes en deux dimensions.

L'onde de Lamb incidente choisie  $S_0$  (créée en  $x < 0$ , en amont de la partie rugueuse du guide) est générée au produit fréquence-épaisseur à la fréquence  $f L_z = 1.5 \text{ MHz.mm}$  (figure 3).

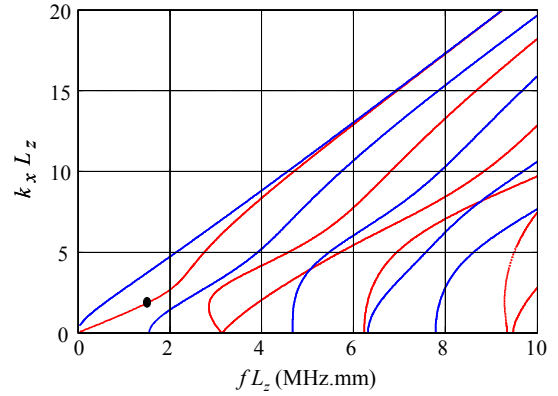


Figure 3 : Courbes de dispersion des ondes de Lamb. Le point noir représente le couple  $(f L_z, k_x L_z)$  caractéristique de l'onde de Lamb  $S_0$  incidente.

Le module de la composante  ${}^{[0]}\hat{U}_{L,z}$  du champ de déplacement incident (composante suivant l'axe des  $x$  du champ de déplacement longitudinal de l'onde  $S_0$ ) est tracé en fonction des coordonnées adimensionnées  $k_x x$  (abscisses) et  $z/(L_z/2)$  (ordonnées) sur la figure 4.

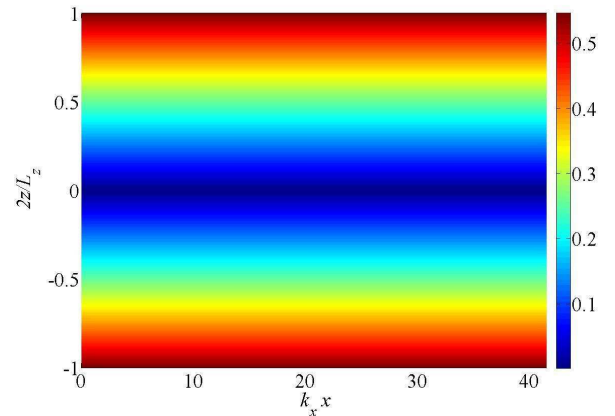


Figure 4 : Module de la composante  ${}^{[0]}\hat{U}_{L,z}$  du champ incident (onde de Lamb  $S_0$ ) en fonction des coordonnées adimensionnées  $k_x x$  (abscisses) et  $z/(L_z/2)$  (ordonnées).

Le module de la composante  $(L, z)$  à l'ordre  $[N=2]$ ,  ${}^{(1)}\hat{U}_{L,z} + {}^{(2)}\hat{U}_{L,z}$ , du champ de déplacement diffusé par la rugosité est tracé en fonction des coordonnées adimensionnées  $k_x x$  (abscisses) et  $z/(L_z/2)$  (ordonnées) sur la figure 4 (la convergence est assurée pour deux itérations  $N=2$ ).

L'amplitude du champ diffusé par la rugosité est environ mille fois inférieure à l'amplitude du champ incident.

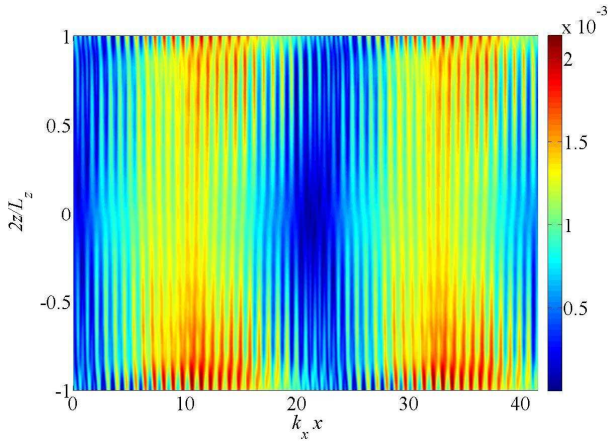


Figure 5 : Module de la composante  ${}^{(1)}\hat{U}_{L,z} + {}^{(2)}\hat{U}_{L,z}$  du champ diffusé par la rugosité en fonction des coordonnées adimensionnées  $k_x x$  (abscisses) et  $z/(L_z/2)$  (ordonnées).

## 5 Conclusion

Le modèle présenté permet de traiter tout type de rugosité dont le profil (profondeur et pente) reste dans l'hypothèse de faible perturbation de surface du guide considéré. Malgré la relative complexité du système d'équations couplées à résoudre, dont deux équations intégrales, et la méthode modale utilisée (modes de Neumann et de Dirichlet) dans une recherche de solutions par méthode itérative, les perturbations apportées aux modes de Lamb sont obtenues au terme de temps de calculs très brefs. Cette convergence rapide rend la méthode potentiellement intéressante en pratique.

## Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier les acteurs du GDR Ultrasons (GDR 2501), ainsi que les participants de la Fédération Acoustique du Nord-Ouest (FR 3110), pour leurs encouragements à poursuivre dans cette voie nouvelle d'investigation et pour les comparaisons expérimentales qui pourront prendre place dans un avenir proche.

## Références

- [1] Chimenti D.E., Lobkis O.I., "The effect of rough surfaces on guided waves in plates", *Ultrasonics*, 36, 155-162 (1998).
- [2] Leduc D., Hladky A-C., Morvan B., Izbicki J-L., Pareige P., "Propagation of Lamb waves in a plate

with periodic grating: Interpretation by phonon", *J. Acoust. Soc. Am.* 118 (4), 2234-2239 (2005).

- [3] Banerjee S., Kundu T., "Elastic wave propagation in sinusoidally corrugated waveguides", *J. Acoust. Soc. Am.* 119 (4), 2006-2017 (2006).
- [4] Potel C., Leduc D., Morvan B., Depollier C., Hladky A-C., Izbicki J-L., Pareige P., Bruneau M., "Lamb wave attenuation in a rough plate. I. Analytical and experimental results in an anisotropic plate", *J. Appl. Phys.*, 104, 074908, (2008).
- [5] Potel C., Leduc D., Morvan B., Depollier C., Hladky A-C., Izbicki J-L., Pareige P., Bruneau M., "Lamb wave attenuation in a rough plate. II. Analytical and numerical results in a fluid plate", *J. Appl. Phys.*, 104, 074909, (2008).
- [6] Chimenti D.E., Lobkis O.I., "The effect of rough surfaces on guided waves in plates", *Ultrasonics*, 36, 155-162 (1998).
- [7] Potel C., Bruneau M., "Modes coupling due to non homogeneously-shaped walls in duct acoustics", *J. Sound Vib.*, 313, 738-759, (2008).
- [8] Valier-Brasier T., Potel C., Bruneau M., "On the modelling of modes coupling in dissipative fluid-filled waveguide with corrugated surfaces", *J. Appl. Phys.*, 106, 034913, (2009).
- [9] Valier-Brasier T., Potel C., Bruneau M., "Modes coupling of shear acoustic waves polarized along a one-dimensional corrugation on the surfaces of an isotropic solid plate", *Appl. Phys. Lett.*, 93, 164101, (2008).
- [10] Royer D., Dieulesaint E., "Ondes élastiques dans les solides : propagation libre et guidée", *Masson*, (1996).