HAL
open science

Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université

Guy P. Brousseau, Gilles Christol

To cite this version:

Guy P. Brousseau, Gilles Christol. Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université. Gazette des Mathématiciens, 2000, 85, pp.55-60. hal-00550964

HAL Id: hal-00550964

https://hal.science/hal-00550964

Submitted on 1 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université

Guy Brousseau et Gilles Christol

2000

Référence bibliographique de ce texte

Brousseau, G., & Christol, G. (2000). Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université *Gazette des mathématiciens*, 85, 55-60

Pour en savoir plus sur les Présentations de la Didactique des Mathématiques à divers auditoires

Le thème de cet article a été abordé à plusieurs reprises au cours des recherches de l'auteur. Ces différents textes, publiés ou non, ont été réunis en un dossier les rassemblant autour d'une présentation et de commentaires récents de l'auteur.

Le lecteur trouvera des liens vers les éléments de ce dossier : sur http://www.guy-brousseau.com facilement accessible dans la catégorie « dossiers thématiques »

FICHE SIGNALÉTIQUE DE LA PREMIÈRE PUBLICATION

Origine
/

Catégorie
Texte publié

Etat
Conditionné par l'auteur

Titre du texte
Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université

Langue
Français

Date de production, écriture
2000

Résumé
Que faut-il entendre par didactique des mathématiques, didactique fondamentale, ingénierie didactique,… Quels rapports entretiennent la didactique des mathématiques avec les mathématiques ? Comment peuvent elles contribuer à la formation des professeurs de mathématiques ? Pourquoi des études doctorales spécifiques sont elles nécessaires ? Quels débouchés peuvent-elles offrir ?

Equipe de recherche
Laboratoire IUFM d'Aquitaine

Nom de la revue ou de l'ouvrage
Gazette des mathématiciens

Editeurs
Société Mathématique de France

Date de publication
2000

Page
55-60

Mots-Clés
Etudes doctorales, didactique des mathématiques

Commentaire
Ce texte s'adresse aux mathématiciens. Après une présentation de la didactique des mathématiques, il expose les raisons de maintenir des études doctorales de Didactique des Mathématiques au sein des universités comme une spécialité des sciences mathématiques.

La diffusion des connaissances mathématiques et en particulier la formation des professeurs s'appuient sur des connaissances mathématiques spécifiques appuyées sur des recherches expérimentales et théoriques appropriées. Cette formation doit rester sous une forte responsabilité des mathématiciens.

Si la didactique au sens large peut faire appel à des travaux appartenant à des domaines très diversifiés, la didactique fondamentale et l'épistémologie expérimentale des mathématiques font partie des Sciences Mathématiques comme l'histoire des mathématiques, la logique ou l'économie mathématiques…

Pour œuvrer en coopération avec les autres domaines des sciences de l'éducation. Cette coopération ne peut plus être seulement une rencontre d'experts. Des connaissances et des travaux spécifiques sont nécessaires. Les plus fondamentaux concernent l'organisation même des mathématiques et ne peuvent pas être envisagés hors de la communauté des mathématiciens.

Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université

Guy Brousseau

Gilles Christol

Au moment où s'engage une réflexion sur l'évolution de l'enseignement des mathématiques du Collège à l'Université, il est naturel de s'interroger sur ce que la didactique (des mathématiques) peut (doit) apporter à ce débat. Par ailleurs, la réforme des études doctorales oblige à repenser la formation par et pour la recherche. Pour diverses raisons, la question est particulièrement brûlante en didactique. Dans ces deux perspectives, parmi beaucoup d'autres, on ne peut engager de réflexion sérieuse sans préciser les rapports de la didactique et des mathématiques. Cette question fondamentale est incontournable. Elle apparaît sous diverses formes selon le point de vue : la didactique des mathématiques fait-elle partie des sciences mathématiques ? les didacticiens des mathématiques sont-il d'abord des mathématiciens ou d'abord des didacticiens ? quelle section du CNU juge la didactique des mathématiques ?...

Les auteurs de ce texte se sont rencontrés au Conseil scientifique des IREM. Bien que leurs rapports à la didactique soient très différents, ils ont pu dégager un certain nombre de points d'accord fondamentaux sur les questions soulevées brièvement ci-dessus. Le texte qui suit présente cette position commune. Il aura atteint son but s'il suscite des réactions.

Qu'entendons nous par didactique des mathématiques ?

Le terme Didactique est très ancien. Il a pris des sens différents selon les époques et les institutions qui l'ont utilisé. Il tend à désigner aujourd'hui à la fois l'art d'enseigner et les études scientifiques de cet art. La didactique des mathématiques devrait donc englober l'ensemble des recherches sur *la diffusion des connaissances mathématiques.*

Une partie de ces recherches peut relever d'approches très diverses mais classiques : psychologiques, sociologiques, linguistiques, pédagogiques etc. Ceux qui font ces recherches, quelle que soit leur origine – y compris les mathématiciens –, peuvent s'intituler didacticiens des mathématiques, mais ils doivent prendre ou garder le nom de la discipline d'approche, celle qui garantit la validité de leur travail. Ainsi un *psychologue didacticien des mathématiques* pourrait être un mathématicien qui a changé de discipline.

Il existe cependant des problèmes et des sujets où les compétences classiques – et même leur réunion - est insuffisante. Un schéma répandu voudrait que ces problèmes relèvent d'une discipline générale, la didactique, branche des sciences de l'éducation dont la didactique des mathématiques serait une spécification. Les recherches de ce type seraient l'affaire des *didacticiens des mathématiques.* Or ce schéma ne répond pas bien à la réalité de la plupart des recherches relatives à la diffusion des mathématiques et à leurs résultats actuels, ni à l'importance des enjeux qu'elles représentent pour les mathématiciens.

La production de chaque connaissance mathématique nouvelle relève de processus spécifiques originaux. Il en est de même pour son apprentissage et son enseignement. Leur compréhension relève d'une activité mathématique propre, elle-même originale. Il existe donc des recherches où les mathématiques jouent un rôle prépondérant non seulement comme objet

mais aussi comme instrument d'études. De plus ces recherches sont appelées à jouer un rôle important dans l'organisation de la diffusion des mathématiques, en particulier dans celle dont les mathématiciens ne sauraient se départir. A ce double titre elles devraient être conduites par des *mathématiciens didacticiens* sous la responsabilité de la communauté des mathématiciens.

C'est à ces recherches et aux connaissances qu'elles produisent que nous réservons le terme de « didactique des mathématiques », conformément à un usage majoritaire dans les pays francophones depuis une trentaine d'années.

Dans la didactique des mathématiques telle que nous la concevons, on peut distinguer trois grandes sortes d'activité.

1. La « didactique fondamentale des mathématiques »

C'est l'étude des phénomènes généraux liés à la diffusion des connaissances mathématiques relativement indépendants des thèmes particuliers. Elle progresse par la mise en évidence de concepts, théories et modèles et par la conception d'expériences permettant de les valider. Son objet principal est la consistance mathématique et scientifique des concepts, des méthodes et des théories développés à ce jour pour l'analyse de la diffusion des mathématiques. On constate que la plupart d'entre eux sont spécifiques aux mathématiques. Ce n'est pas un a priori et rien ne s'oppose à l'utilisation de concepts plus généraux ou venus d'autres domaines (didactiques, épistémologiques) si l'expérience démontre qu'ils sont pertinents pour les mathématiques.

2. La didactique des mathématiques stricto sensu

Elle étudie les problèmes didactiques particuliers se posant à propos d'une théorie ou d'un concept mathématique (didactique de l'analyse, didactique de la continuité uniforme,...). Pour chacun de ces thèmes, elle s'intéresse à son histoire, à son développement, à la manière dont il est enseigné, à l'usage qui en est fait tant par les élèves que par les mathématiciens, aux difficultés que soulève son appropriation, à l'intérêt qu'il présente dans l'apprentissage des mathématiques. Cette étude utilise naturellement des outils créés par la didactique fondamentale, mais elle nécessite de les adapter aux problèmes spécifiques et au besoin en produit de nouveaux. Elle procède par une confrontation permanente entre les théories et l'expérience.

3. L'ingénierie didactique

C'est la didactique des mathématiques appliquée: à l'aide des instruments de la didactique fondamentale et des résultats de la didactique proprement dite, elle propose des ``aides" à l'enseignement. C'est la partie la plus visible par les non spécialistes mais, contrairement à ce que voudraient certains, la didactique ne détermine pas plus l'ingénierie ou la pratique de l'enseignement que la thermodynamique ne détermine la construction des moteurs. Cette étude ne peut faire abstraction des projets didactiques de la société. Ceux-ci dépendant de nombreux facteurs (historiques, sociologiques, politiques...), cet aspect de la didactique des mathématiques est nécessairement pluridisciplinaire.

Pour être plus concret, voici quelques uns des domaines qui sont typiquement de la compétence du didacticien mathématicien ou du mathématicien didacticien :

Décrire et analyser comment les divers utilisateurs, notamment les professeurs et les élèves, adaptent les connaissances mathématiques et l'usage qu'ils en font. Identifier les causes de ces adaptations ou ``transpositions" et les difficultés qu'elles provoquent.

Rechercher les conditions de la diffusion des connaissances spécifiques à chaque domaine des mathématiques (géométrie élémentaire, algèbre linéaire,...). En particulier, imaginer un

univers de situations, de problèmes et d'exercices dans lequel ces connaissances trouvent leur fonction et leur signification.

Réorganiser certaines théories mathématiques pour qu'elles deviennent compatibles avec les contraintes liées à leur diffusion auprès d'un public particulier (par exemple comment aborder l'intégration auprès de futurs physiciens ou ingénieurs devant savoir utiliser le théorème de Lebesgue mais n'ayant que peu de temps à consacrer cette théorie).

Nous laissons le lecteur décider si la didactique mathématique, telle que nous venons de la définir, constitue un simple champ scientifique ou un objet scientifique consistant.

Didactique des mathématiques et mathématiques

La didactique des mathématiques telle que nous la concevons, ne peut se réduire à une simple application de disciplines telles que la psychologie, la sociologie, la pédagogie, la linguistique ou l'histoire même si elle doit avoir des échanges avec elles. Entre autres parce que sa pratique exige une solide formation mathématique permettant le recul nécessaire sur les différentes théories étudiées.

A l'inverse, toute personne expliquant des mathématiques, de l'enseignement primaire jusque y compris aux séminaires de recherche, fait, plus ou moins consciemment, de la didactique des mathématiques. Mais cette pratique spontanée s'accomplit sans mémoire, sans culture scientifique véritable, sans instrument de reconnaissance, d'échange et de progrès. Le propre du mathématicien didacticien est d'entreprendre une réflexion systématique sur ces problèmes qu'il enrichit en les plaçant dans un cadre plus conceptuel. Il n'en demeure pas moins qu'il ne peut travailler sans des contacts et des liens institutionnels avec les mathématiciens et les enseignants de mathématiques. D'une part, l'ingénierie mathématique se justifie et s'enrichit par des échanges permanents avec les enseignants. D'autre part, un contact avec les mathématiques vivantes permet à la didactique de se renouveler constamment et d'éviter une dérive scolastique.

Il résulte des caractéristiques ci dessus que la didactique des mathématiques doit être considérée comme une branche des ``sciences mathématiques".

C'est pourquoi nous pensons que le choix des mathématiciens, il y a trente ans, de garder les didacticiens parmi eux, contrairement à ce qu'ont fait la physique ou la chimie par exemple, était le bon. Nous suggérons donc de poursuivre dans cette voie. En réalité, la situation actuelle des études doctorales (et en particulier des DEA) de didactique des mathématiques dans des universités françaises n'est pas tout à fait aussi claire. Les premières ont été créées en 1975, d'abord dans des IREM et dans une UFR de didactique des disciplines, puis dans des laboratoires relevant d'écoles doctorales ``mathématiques et informatique" ou ``psychologie et sciences de l'éducation". Toutefois, à l'origine, elles étaient en général dirigées par des mathématiciens didacticiens appartenant à la 26-ième section. Leurs programmes recouvrent à peu près les trois grands axes de la didactique des mathématiques telle que nous l'avons décrite plus haut.

Didactique des mathématiques et formation des maîtres

Les établissements universitaires qui assurent la formation des maîtres ont besoin d'enseignants ayant réfléchi aux problèmes de didactique des mathématiques et pouvant non seulement former les futurs professeurs de mathématique dans leur discipline mais aussi mettre à leur disposition une certaine ingénierie mathématique (ensemble de situations et d'exercices illustrant l'utilisation de chaque notion du programme) et les préparer aux difficultés qu'il vont rencontrer (conduite des leçons, adaptation des mathématiques aux élèves ou aux institution qui les accueillent, limite des capacités d'apprentissage,...). Les mathématiciens didacticiens sont naturellement bien armés pour cet apprentissage.

L'idée que la didactique puisse apporter quelque chose aux enseignants ``chevronnés" et notamment universitaires est beaucoup moins partagée. L'expérience d'un enseignant sur ce qui ``passe bien" est naturellement fondamentale mais repose le plus souvent sur des intuitions jamais confrontées à des tests critiques. Il semble pourtant qu'une réflexion didactique soit d'autant plus profitable qu'elle s'adresse à des personnes ayant déjà une expérience de l'enseignement et qu'elle soit plus une activité de formation permanente que de formation initiale.

On doit constater (regretter ?) en particulier que les retombées des recherches didactiques sont faibles au niveau universitaire (le dossier inter-IREM université ``enseigner autrement les mathématiques en DEUG A" est un contre exemple à cette affirmation mais qui reste isolé). Ainsi la didactique se trouve-t-elle, le plus souvent, limitée au secteur ``formation des maîtres". Cette situation a été aggravée ces dernières années par l'existence de postes IUFM, par la diminution du nombre de postes de mathématiques et par l'influence de ces deux facteurs sur la gestion des postes au niveau local (il est d'autant plus difficile de ``sacrifier" un poste qu'on en gère peu) et même au niveau national. Le danger à terme est de faire des IUFM le ghetto des didacticiens et de couper ces derniers des Universités. L'autre danger pourrait être de mettre les mathématiciens en difficulté pour assumer convenablement leurs responsabilités dans le domaine de la formation des professeurs et de l'éducation mathématique. Le remède à cette effet pervers des IUFM n'est pas facile à trouver sans une volonté de coopération.

Les études doctorales en didactique

Les études doctorales doivent répondre à deux sortes de demandes

- celle d'une formation par la recherche. En didactique, elle vient essentiellement d'enseignants souhaitant améliorer leur pratique pédagogique. Il s'agit donc d'une sorte de formation continue à titre personnel non reconnue professionnellement.
- celle d'une formation à la recherche. Celle-ci se traduisant par la rédaction d'une thèse et débouchant sur une carrière universitaire. En didactique des mathématiques la rupture entre les études doctorales et la formation antérieure est encore plus grande qu'ailleurs et pose donc des problèmes spécifiques. En effet le jeune mathématicien étudiant en didactique doit s'initier à des connaissances et des technologies souvent très éloignées de celles qu'il a acquises au cours de son cursus. Par ailleurs ceux qui ont déjà une certaine expérience d'enseignement doivent la remettre en cause et en particulier renoncer à prendre leurs intuitions de professeur pour des vérités établies.

Malgré ces particularités, il est souhaitable que l'organisation des DEA de didactique des mathématiques soit aussi proche que possible de celle des autres DEA. Pour éviter qu'ils ne se transforment exclusivement en une formation continue pour professeur, il faudrait réfléchir à une organisation parallèle de DESS répondant plus spécifiquement à cette demande.

Un enjeu important, si la réforme dite ``3/5/8'' se met effectivement en place, sera de veiller à ce que les DEA en général et ceux de didactique en particulier donnent le grade du Mastère.

Quels sont les débouchés

On peut dire que la formation par la recherche en mathématique a été officiellement reconnue le jour où un contact avec la recherche a été considéré comme positif pour l'attribution d'un poste en classe préparatoire. De même, la formation par la recherche didactique des mathématiques ne sera reconnue que le jour où le fait d'avoir un DEA (ou un DESS) de didactique sera pris en compte dans la carrière des enseignants par exemple dans l'attribution des postes d'IPR.

Pour les étudiants en formation initiale, la question des débouchés est cruciale. En didactique des mathématiques comme ailleurs, l'emploi naturel des docteurs est celui de maître de conférences puis de professeur dans les universités. La réponse dépend donc fondamentalement de la place que l'on veut réserver aux didacticiens dans les Universités. Compte tenu de notre définition de la didactique, le mathématicien didacticien doit être un mathématicien spécialisé en didactique comme d'autre le sont en analyse ou en théorie des nombres. Ceci implique qu'à coté de son travail de recherche, il doit pouvoir :

- assurer n'importe quel enseignement au niveau du DEUG et la plupart des enseignements du niveau licence.
- faire profiter les futurs enseignants de sa double compétence (mathématique didactique) soit pour la préparation aux concours soit pour l'année de formation professionnelle. Toutefois, ce type d'enseignement ne doit pas être réservé aux didacticiens et les didacticiens ne doivent pas s'y consacrer exclusivement.
- enseigner sa spécialité dans les troisièmes cycles (formation des futurs didacticiens) ou ailleurs.

Le niveau d'exigence présenté ici est élevé : il ne faut pas oublier qu'au cours de leur formation de troisième cycle, les futurs didacticiens doivent, en plus de leur formation spécifique, acquérir une culture générale dans divers domaines (psychologie, histoire,...). C'est sans doute le prix à payer pour que la didactique garde sa place au sein des sciences mathématiques. Néanmoins, le problème de savoir s'il est possible de former des docteurs avec ces exigences tout en respectant les normes en usage dans les autres branches des mathématiques reste posé.

Conclusion

Les principes généraux développés ci-dessus nous semblent incontournables sous peine de voir la didactique des mathématiques disparaître dans une didactique des disciplines fort à la mode aujourd'hui mais dont l'intérêt pour les enseignants de mathématique n'est pas évident. Il serait en particulier extrêmement regrettable de voir s'appauvrir les réseaux que la didactique des mathématiques a su créer entre les mathématiciens de tous niveaux. Ils

constituent une richesse pour notre discipline et sont une spécialité à la fois des mathématiques et de la France.

Bien entendu le rôle de la didactique ne peut se limiter ni à cette action sociale ni même à une étude abstraite des conditions de diffusion des mathématiques. Pour être complètement reconnue, elle devra montrer son efficacité auprès d'un large public d'enseignants de tous niveaux et ceci ne pourra se faire que par le développement de l'ingénierie didactique.