



**HAL**  
open science

# Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ?

Guy P. Brousseau

► **To cite this version:**

Guy P. Brousseau. Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ?. Repères IREM, 2000, 38, pp.7-10. hal-00550963

**HAL Id: hal-00550963**

**<https://hal.science/hal-00550963>**

Submitted on 1 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ?

Guy Brousseau

2000

## *Référence bibliographique de ce texte*

Brousseau, G. (2000). *Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ?* Repère IREM, 38, 7-10

## *Pour en savoir plus sur les Présentations de la Didactique des Mathématiques à divers auditoires*

Le thème de cet article a été abordé à plusieurs reprises au cours des recherches de l'auteur. Ces différents textes, publiés ou non, ont été réunis en un dossier les rassemblant autour d'une présentation et de commentaires récents de l'auteur.

Le lecteur trouvera des liens vers les éléments de ce dossier : sur <http://www.guy-brousseau.com> facilement accessible dans la catégorie « dossiers thématiques »

## FICHE SIGNALÉTIQUE DE LA PREMIÈRE PUBLICATION

### Origine

Commission Scientifique de l'ADIREM, 1997. Contributions de l'auteur aux travaux de la commission sur l'enseignement des mathématiques présidée par J.P. Kahane en 2000

### Catégorie

Texte publié

### Etat

Conditionné par l'auteur

### Titre du texte

Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ?

### Langue

Français

### Date de production, écriture

1997

### Résumé

Ce texte ne contient que la première partie des contributions de l'auteur aux travaux de la commission sur l'enseignement des mathématiques présidée par J.P. Kahane en 2000. Ce sont donc des remarques préliminaires portant sur les conditions des choix à opérer :

- l'articulation générale des enseignements de mathématiques à l'école primaire et aux divers niveaux scolaires
- l'évolution, voulue ou non des pratiques de l'enseignement de certaines mathématiques à l'école primaire
- les rapports de la société avec l'école obligatoire
- les mathématiques et le traitement social de la vérité
- la pratique du débat et la rhétorique naturelle des enfants
- la démonstration et la preuve
- les connaissances et les savoirs.

L'inventaire des notions à enseigner était sur la table de travail. L'intégralité des contributions de l'auteur à cette commission est en cours de regroupement.

### Equipe de recherche

DAEST Université de Bordeaux 2

### Nom de la revue ou de l'ouvrage

Repères IREM

### Editeurs

Topiques Editions, Metz

### Date de publication

2000

### Page

7-10

### Mots-Clés

connaissances et savoirs, démonstration, preuve, société et l'école obligatoire

# Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ?

Guy Brousseau

## 1. Remarques préliminaires

Avant d'effectuer cet inventaire quelques remarques seront utiles

### 1. Sur l'articulation générale des enseignements de mathématiques de l'école primaire aux divers niveaux scolaires

1. A chaque niveau scolaire, les mathématiques qui peuvent être enseignées sont une *transposition* des mathématiques connues, elles en diffèrent d'autant plus que le niveau scolaire est plus bas. Elles doivent donc être organisées spécifiquement pour être enseignées à un niveau puis reprises et réorganisées aux niveaux suivants.

**Conclusions :** pour pouvoir enseigner une notion mathématique à l'école primaire, un professeur d'école a besoin de posséder certaines connaissances mathématiques supplémentaires, différentes de celles qu'il veut enseigner relativement à cette notion, mais bien spécifiques.

Il ne suffit donc pas de citer une notion mathématique pour évoquer auprès des professeurs le contenu d'un enseignement à l'école primaire et a fortiori la forme et la signification qu'elle peut prendre avec les élèves (indépendamment de toute considération pédagogique).

2. L'expérience montre que dans les conditions actuelles de leur formation professionnelle, il n'est pas possible de compléter ni de modifier sensiblement la plupart des connaissances mathématiques "de base" des professeurs d'école. Cette impossibilité reste largement vraie quel que soit le "niveau mathématique" atteint par ces professeurs dans les mathématiques de l'enseignement secondaire. Dans ces conditions, l'utilisation (et la non utilisation) pour l'enseignement primaire des connaissances mathématiques rendues disponibles par les enseignements du collège est loin d'être satisfaisante (anticipations prématurées et incorrectes, multiplication de vocabulaires relâchés, etc.).

**Conséquences :** les seuls enseignements qui peuvent être proposés dans un premier temps à l'école primaire avec quelques chances de succès, sont ceux qui peuvent être maîtrisés avec les mathématiques telles qu'elles sont apprises (et non pas enseignées) au collège.

**Remarque.** Cette condition devrait limiter fortement certaines ambitions précipitées. Mais si les réformateurs l'ont souvent ignorée c'est afin d'obtenir des moyens de la part d'autorités plus intéressées par le spectaculaire et le court terme que par l'intérêt éducatif et l'efficacité réelle de leur action.

3. Les mathématiques enseignées au collège ne sont pas bien adaptées à l'école primaire. Par exemple les professeurs d'école ne connaissent pas bien les structures numériques et l'arithmétique élémentaire, ils ne savent pas bien résoudre les problèmes élémentaires autrement que par l'algèbre, ils n'envisagent d'initier les élèves aux relations spatiales que par le biais de la géométrie etc.

**Conséquence :** Sans reconstituer l'antique forteresse des connaissances primaires, il serait utile d'introduire au collège un minimum d'instruments mathématiques d'articulation, "de

contrôle ” et de “ clôture ” relatifs aux acquisitions du primaire et aux notions nouvelles visées. Ces modifications ne seraient d’ailleurs pas inutiles pour les études longues.

Il est nécessaire d’effectuer ces corrections dans la perspective de modifications futures de programmes.

**4.** Pour que des mathématiques spécifiques de la maîtrise des connaissances de l’école primaire puissent exister au collège, il faut qu’elles y soient enseignées par des professeurs de collège qui eux-mêmes, possèdent les connaissances mathématiques complémentaires nécessaires. On pourrait espérer que les mathématiques “ minimales ” requises pour accéder aux niveaux supérieurs requis par les professions mathématiques contiennent aussi les instruments mathématiques nécessaires à leur enseignement et donc à leurs transpositions. Tel n’est pas le cas. Or, on peut observer l’ignorance, pour ne pas dire le mépris, officiellement affiché à l’égard des connaissances mathématiques spécifiques de l’école primaire (et à l’enseignement en général) dans la formation des professeurs de collège. Il en résulte que les diverses tentatives des partenaires pour corriger les défauts de l’articulation entre l’école primaire et le collège sont toujours empiriques, toujours fondées sur des représentations erronées et différentes, et toujours en échec.

**Conséquence :** il est indispensable d’introduire dans la formation mathématique des professeurs de collège, un minimum des connaissances mathématiques nécessaires à la compréhension des connaissances mathématiques de l’enseignement primaire, et de montrer leur position par rapport aux mathématiques qu’ils ont apprises à l’université.

Il est aussi indispensable, pour cela, que ces mathématiques soient perçues comme nécessaires et respectables par les “ connaisseurs ” (la noosphère) et donc par les mathématiciens eux-mêmes.

**5.** Divers travaux montrent que les nombreuses influences didactiques et pédagogiques qui se sont manifestées depuis cinquante ans, entre autres par de nombreux trains de réformes, ont profondément modifié et opacifié les pratiques et les connaissances mathématiques disponibles pour l’enseignement élémentaire. Il existe un écart considérable entre les représentations que s’en font les divers partenaires, y compris les professeurs, et le déroulement effectif des cursus scolaires. Ces représentations erronées affectent l’efficacité des enseignements et en rendent chaotiques la conduite et les réformes.

**Conséquences :** Une modification du cursus, même modeste, doit être précédée et accompagnée par un ensemble de mesures d’explication et de formation en direction des diverses institutions concernées.

**Commentaire.** La sous-évaluation du coût social, culturel et financier des réformes conduit les décideurs à proposer d’énormes utopies dont les exigences contradictoires ravagent les pratiques des professeurs.

Par contre les modifications “ réalisables ” (dont l’efficacité a pourtant été calculée et prouvée expérimentalement comme par exemple une simple modification de la disposition des calculs pour effectuer les multiplications et les divisions), soit paraissent dérisoires et ne sont pas entreprises, soit échouent par suite d’un engagement insuffisant.

## Résumé des conditions

Entreprendre des réformes “ réalisables ” avec les connaissances actuelles des professeurs, et les distinguer des projets réalisables, mais à plus long terme, qui doivent être mis à l’étude en même temps.

Préparer à court terme les réformes à venir, par des aménagements limités du curriculum du collège, eux même compatibles avec la formation actuelle de ces professeurs.

Accompagner ces mesures de modifications significatives dans la formation des professeurs de collège. C'est le point le plus important. Il s'agit surtout d'améliorer les dispositions des responsables de cette formation à l'égard de l'ensemble du programme. Il suffirait pour l'instant de mieux appliquer les dispositions réglementaires actuelles.<sup>1</sup>

Convaincre la communauté des mathématiciens qu'il est faux de croire, et malsain d'afficher, que l'enseignement des mathématiques a pour unique fonction d'offrir directement une rente aux retraités, non seulement de la recherche, mais aussi de la préparation à la recherche en mathématiques.

Obtenir sa bienveillance et même son appui pour des projets limités et raisonnables en éducation mathématique.

Informier " les commerçants d'utopie" en mathématiques que la diffusion des savoirs à ses lois comme l'économie. Persister trop longtemps et trop ostensiblement à ignorer ces lois, à nier les coûts de cette ignorance et à reproduire sans cesse les mêmes échecs leur aliénera davantage la partie vivante de la population.

## **2. Sur l'évolution, voulue ou non des pratiques de l'enseignement de certaines mathématiques à l'école primaire.**

Sur l'enseignement des notions mathématiques traditionnellement considérées comme nécessaires à l'école primaire, nous avons pu faire les observations suivantes :

**1.** Affaiblissement considérables des études, leçons et exercices relatifs à la **mesure des grandeurs** et à la connaissance du système métrique. (les machines à affichage direct on rendu obsolète l'utilisation des divers "unités concrètes pour la plupart des grandeurs). Cet affaiblissement réduit aussi la connaissance de la numération décimale et par conséquent celle de la sexagésimale, ainsi que, très sensiblement, le champ des problèmes liés à de nombreuses pratiques sociales. (les achats et les ventes sont maintenus, mais les échanges de monnaies, et tout ce qui concerne le commerce de l'argent est négligé ou exclu alors que son importance dans la vie ordinaire des citoyens augmente).

**Conséquence :** Le couple <nombre ; unité> n'est pas reconnu comme un objet mathématique et son traitement est renvoyé " au physicien " (à l'école primaire !) ou au praticien. Les normes pour leur écriture sont flottantes. Le professeur, gêné, fait effectuer les calculs sur les nombres et rejette l'écriture des unités dans le texte. Banalement les unités sont oubliées et leur traitement réduit à sa plus simple expression.

**2.** La disparition de l'étude de la proportionnalité dans le secondaire ne permet plus aux professeurs (d'école ou de collège) de maîtriser le vocabulaire -et donc les concepts, relatifs aux rapports et à la proportionnalité tel qu'il est proposé par la culture. L'usage de ce vocabulaire déjà très complexe et très flottant est aggravé par un usage mal maîtrisé de la

---

<sup>1</sup> (Par exemple faire appliquer à la lettre les dispositions visant à préparer les professeurs de collège à être les professeurs de l'ensemble de la population et non pas des précepteurs égarés, rappeler aux responsables de l'enseignement et du concours de recrutement qu'ils devraient être les premiers à appliquer les lois et les règlements et cesser ce jeu du "concile secret" auxquels ils se livrent et qui opacifient les consignes et les interprétations des textes).

linéarité. Ces confusions ont des conséquences graves pour le traitement ordinaire - disons « citoyen » - des problèmes de la vie courante et des rapports sociaux.

**3.** Les professeurs ne « savent » pas résoudre les problèmes que les élèves pourraient résoudre avec des connaissances à leur portée et introduisent des pratiques et des exigences directement issues de leur formation en algèbre. Leur formation dans ce domaine, toute orientée vers la pratique, ne leur permet pas de distinguer les sauts épistémologiques qu'ils demandent à leurs élèves ni d'inventer les situations didactiques qui permettraient de rendre ces connaissances accessibles. (par exemple ils enseignent pour les calculs ou la vérification de la linéarité, la technique des produits en croix, qui néglige les grandeurs en présence, fait perdre le sens des opérations en cours et rend plus difficile la conception des propriétés globales de l'application).

La question de savoir si l'on peut et si l'on doit algébriser l'enseignement élémentaire de l'arithmétique n'a pas fait l'objet d'études suffisantes, Beaucoup d'améliorations sont possibles, mais l'introduction de la pensée algébrique est impossible avant un certain âge et l'articulation entre ces deux cultures mathématiques (arithmétique et algèbre) devrait pouvoir faire l'objet d'études fructueuses. Mais les pratiques vont beaucoup plus vite que les études au détriment des enfants et de la culture mathématique.

**4.** Les abus que les mathématiciens pratiquent couramment parce qu'ils ne risquent guère de s'y tromper, tels que confondre l'élément avec sa classe, l'objet avec son nom ou son dessin, la fonction avec son image, sont utilisés aussi par les professeurs qui les tiennent, bien à tort, pour des « simplifications adaptées aux élèves », et pour des indices de proximité avec « les vraies mathématiques ». par exemple dire qu'un segment de droite orienté est un exemple de vecteur n'est pas plus difficile que de définir « un vecteur est un segment de droite orienté », c'est plus exact et plus conforme aux usages.

**5.** De façon générale les mathématiques présentées aux élèves sont pleines de connaissances, introduites visiblement trop tôt dans un environnement inapproprié, qui semble pus destinées à intriguer les curieux et à borner un territoire interdit à certains qu'à aménager véritablement un accès au savoir.

Par exemple, l'introduction déjà ancienne du symbole d'égalité à un niveau trop précoce ou avec une culture didactique insuffisante, conduit jusqu'à un niveau scolaire élevé à des méprises et à des difficultés récurrentes bien connues. L'introduction du calcul littéral suit la même voie.

Autre exemple, on a voulu introduire des symboles logiques (en particulier le signe d'implication) alors que les professeurs ne savaient pas distinguer avec leurs élèves des cas où il s'agissait d'une implication dans l'écriture des formules qu'ils traitaient (où le symbole était légitime), des cas où il s'agissait d'inférences pour organiser la démonstration auquel cas il n'aurait pas fallu utiliser ce symbole. Les commentateurs n'ont pas retenu de l'aventure qu'on avait mal introduit un nouvel usage, mais que « le formalisme était détestable ».

**6.** Ces errements et quelques autres sont, en partie, des conséquences de l'ignorance des professeurs au sujet de la structure du langage mathématique et du fonctionnement effectif des connaissances mathématiques. L'usage « sauvage » des raisonnements et des argumentations de tous types et l'irruption incontrôlée de formalismes importés sans réelle utilité ni compréhension y contribuent aussi.

**7.** Dans le même esprit l'étude de la « géométrie » tend à se substituer à celle de l'espace. Les professeurs ne distinguent pas l'une de l'autre.

**8.** L'absence d'initiation élémentaire aux statistiques ne prépare pas la compréhension de leur usage dans les débats et les décisions de la société. Dans l'ensemble les professeurs de collège ignorent totalement ce domaine quand ils ne le méprisent pas. Les plus avertis n'y voient qu'un champ d'application pour des concepts et des techniques mathématiques. Culturellement et didactiquement nous avons besoin de deux générations de professeurs si nous voulons corriger ce défaut et tenter de rattraper les pays avancés dans ce domaine. Dans cette même perspective la scolarité obligatoire n'introduit pas le vocabulaire minimum de base pour traiter les événements incertains, ni même pour traiter les événements advenus.

**9.** On a pu observer, en même temps que disparaissaient les exigences formelles relatives à un langage limité mais précis, une inflation de métalangage mal maîtrisé et de glissements métadidactiques (le professeur enseigne ses moyens d'enseignement, son vocabulaire professionnel etc.). Pour éviter des usages exigeants, les enseignants et les auteurs de manuels utilisent des discours très contextualisés, des "conventions implicites, et très peu d'élucidations. Il est presque impossible pour les auteurs d'ouvrages de tenir un discours mathématique "correct".

**10.** Dans de nombreux cas la distance est assez grande entre ce qui est dit et ce qui est fait, par suite de l'usage grandissant de termes « savants » importés et peu adaptés aux décisions didactiques.

**11.** La multiplication des objectifs et des contraintes tend à produire un émiettement des leçons. Dans certains cas cet émiettement aboutit à une compilation d'algorithmes et d'apprentissages formels. Dans d'autres la « recherche du sens » conduit les professeurs à noyer leurs intentions dans un flot de situations particulières, de détours et de méthodes finalement inefficaces pour satisfaire de multiples exigences pédagogiques formelles inadaptées ou mal comprises. Par exemple, la mise en groupe, qui peut être un excellent moyen de multiplier les engagements pertinents des élèves dans les différents usages de leurs connaissances peut devenir une technique « facile » et lorsqu'elle n'est pas effectuée dans des circonstances favorable elle dévore un temps précieux en pure perte pour les élèves.

### **3. Sur les rapports de la société avec l'école obligatoire.**

L'école est un enjeu d'abord pour les parents mais aussi pour tous les idéologues et encore trop souvent un terrain de jeu pour les politiques.

L'école, seule, ne peut pas réduire les différences et préparer une certaine société future. L'absence de vrais débats fondés sur des informations sérieuses sur le fonctionnement et les possibilités effectives de l'école, la multiplication des déclarations générales et des utopies à son sujet rend de plus en plus difficile sa gestion.

Exemple : Il n'est pas possible pour l'école de « tirer le meilleur parti de chaque élève, selon ses dispositions » et en même temps d'orienter chaque élève de façon à satisfaire globalement la demande sociale. (la première condition conduit à des distributions des élèves sur les résultats, essentiellement gaussiennes, incompatibles avec les distributions correspondant à la deuxième condition. La gestion politique de ces contradictions est dans les limbes. Elle se nourrit toujours de concepts « nouveaux » et de mots d'ordres transversaux qui sont le plus souvent autant de leurres.

Il faut penser la formation mathématique des cinq premières années dans la perspective des dix ans de la *scolarité obligatoire* et non plus comme la formation mathématique de l'école primaire. (La formation mathématique de la scolarité obligatoire n'a pas pour unique objet de préparer tous les élèves aux épreuves des baccalauréats scientifiques, et leur entrée dans les faculté de mathématiques).



#### 4. Sur les mathématiques et le traitement social de la vérité

L'école primaire doit permettre le développement de la personnalité rationnelle de l'élève et lui enseigner les comportements sociaux relatifs à la prise de décision et à l'établissement de la vérité et à l'utilisation des savoirs

L'apprentissage le plus fondamental que les enfants puissent trouver dans les mathématiques à l'école primaire me semble être celui de la gestion personnelle et sociale de la vérité. Les mathématiques n'ont pas le monopole de la recherche de la vérité mais elles sont le domaine où on la rencontre le plus précocement et où on peut apprendre à la traiter avec le moins de savoirs préalables.

Quand une déclaration mathématique est-elle "vraie"? Dans ce que l'élève accepte ou apprend, quelle est la part de ce qu'il peut constater par lui-même, de ce qu'il voit avec "évidence", de ce qu'il comprend dans ses rapports avec un milieu "objectif"?

Comment apprend-il qu'il doit parfois changer d'avis?

Quelle est la part de ce qu'il doit accepter ou refuser de l'opinion des autres et par quels moyens? Comment peut-il les convaincre? Dans quelles conditions doit-il se rendre à l'opinion des autres?

Que lui apporte la culture et l'autorité du maître. Comment une vérité s'établit-elle dans la société, comment se contrôle-t-elle, et quels avantages y a-t-il à le faire? Quelle est la responsabilité de chacun dans ce rapport à la vérité?

Ces questions semblent bien éloignées des ambitions de l'enseignement primaire des mathématiques, pourtant elles s'y présentent inévitablement très tôt et la façon de les traiter est d'une grande importance pour les enfants et pour la société.

#### La pratique du débat et la rhétorique naturelle des enfants

Il est souvent nécessaire de prévoir avec assurance, de savoir sans avoir à chercher, de comprendre pour économiser de la mémoire, de démontrer pour comprendre, de discuter pour aimer le faire, de s'étonner pour le plaisir d'interroger ses compagnons, etc.

L'éveil de l'enfant à ces pratiques, aux plaisirs et aux déboires qu'il y trouve, est pour le professeur des écoles qui y est attentif une source permanente d'émerveillement. Je crois que la plupart des enfants sont capables de raisonner et d'apprendre à raisonner très jeunes à condition de leur en donner l'occasion, à bon escient. Ils doivent pouvoir utiliser leurs forces avec une bonne efficacité, autant pour établir et comprendre la vérité que pour apprendre des savoirs nouveaux. Pour qu'ils aiment le débat et la discussion, il faut aussi leur en faire respecter les règles et les leur enseigner.<sup>2</sup>

Le travail de l'enseignant va consister à ménager ces occasions. Ce n'est pas facile car, en tant que moyen d'action, la compréhension est toujours - localement - plus chère que l'application d'un algorithme. Pour acquérir une connaissance il paraît toujours meilleur marché de l'acheter que de la refaire soi-même: la réflexion, le débat, le raisonnement et la démonstration, ou le recours à l'expérience, paraissent toujours extrêmement plus coûteux que l'emprunt des conclusions, l'application, l'étude ou l'apprentissage formel. Et c'est souvent vrai! De plus, même bien préparés et bien menés, les débats entre élèves peuvent souvent s'enliser dans du verbiage sans objet, des "conflits" sans issue et des considérations sans

---

<sup>2</sup> Voir P. ORUS-BAGUENA, Le raisonnement des élèves dans la relation didactique, effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire Thèse 1992 (LADIST)

intérêt, entreprises dangereuses en ce qu'elles habituent certains élèves à fuir les "vrais" débats de savoir pour de fumeux artifices.

Mais la somme de comportements économiques localement optimaux ne produit pas nécessairement un processus - globalement - optimal. L'art didactique consiste à maintenir un *équilibre* entre des conditions opposées qui tendent à faire échouer le projet.

Les soixante lignes ci-dessus constituent un bel exemple de prêchi prêcha du genre de celui dont on nous nourrissait en formation pédagogique (j'ai eu la chance d'en avoir une à l'école normale d'Agen dans des temps désormais bien reculés): sympathique mais totalement incantatoire.

Car, pour que cet art puisse s'exercer, il faut une bien meilleure connaissance des phénomènes qui agitent et régissent la transmission des connaissances, le plus souvent à l'insu de ses protagonistes, et des indices qui permettent de les déceler. Il faut des moyens "techniques" c'est à dire des situations effectives, spécifiques de chaque savoir, capables de déterminer les relations effectives que les élèves doivent établir et que le professeur doit ménager et gérer. Il faut à la fois une bonne connaissance -réaliste- et une représentation OPTIMISTE de ce que PEUVENT faire les enfants, de ce qu'on peut attendre d'eux.

La première expérience qui me persuada de la possibilité d'organiser des situations de débats entre les élèves de l'école primaire, à propos d'énoncés de mathématiques, portait sur la découverte de la division à propos de la "course à vingt". Il y en a eu beaucoup d'autres depuis.

### **La démonstration et la preuve**

En tant que pratique sociale, la preuve est le moyen légitime de convaincre un interlocuteur : un tel moyen doit respecter l'interlocuteur en n'utilisant seulement que son répertoire et que les informations dont il dispose, lui, actuellement (répertoire logique, mathématique, scientifique...), et il doit exclure tous les autres moyens de pression, rhétoriques (habileté formelle), psychologiques (tels que la séduction, l'autorité, l'apitoiement) ou contrainte matérielle (menace, violence, etc.).

La pratique de la preuve se construit contre toute une série de barrières psychologiques, culturelles ou sociales telles que l'amour propre, l'instinct grégaire ou la fidélité... L'instrument de cette initiation est l'apprentissage de la démonstration, non pas (seulement) comme savoir officiel mais comme moyen courant de pratiquer la preuve (et de la limiter à son domaine de pertinence).

Elle est fondatrice de l'individu, et particulièrement de l'individu rationnel, tout autant que des rapports sociaux les plus essentiels. Il ne peut pas y avoir de démocratie sans une organisation sociale qui intègre le rôle de la connaissance dans la décision et sans une gestion commune et correcte du savoir, de la vérité et de la preuve.

A l'école primaire, cette formation civique fondamentale ne se formule pas, mais elle se fait aussi et peut être d'abord en mathématiques.

### **5. Sur les connaissances et les savoirs**

Quelle est la place de ce que l'élève comprend, de ce qu'il apprend lui même et de ce qu'on lui suggère ou qu'on lui enseigne et de ce qu'il étudie dans ce qu'il sait?

Résoudre un problème ou connaître une théorie mathématique mobilise un amalgame complexe de connaissances et de savoirs. Distinguons-en deux, pour simplifier, et appelons "connaissances" les ressources et les moyens, souvent implicites et complexes, développés plus ou moins spontanément, pour répondre aux exigences du milieu (par exemple on connaît

son quartier, on reconnaît ses voisins sans pouvoir dire exactement comment). Ces connaissances sont mises en oeuvre par un élève dans la résolution des problèmes pour solliciter et organiser les formes explicites et institutionnellement acceptables qui constituent la solution. Appelons "savoirs" ces formes, techniques et concepts (par exemple, savoir que les diagonales d'un rectangle sont égales). Ils sont produits par les institutions, et destinés à permettre le repérage, la reproduction, le contrôle, la justification et la diffusion des connaissances. Les connaissances ne sont pas la conversion, loin s'en faut, des savoirs utilisés officiellement pour la correction du problème, elles ne peuvent donc pas non plus se convertir directement en savoirs.

L'usage et l'apprentissage des savoirs exige toujours la présence de connaissances relatives à la notion enseignée (mais aussi à d'autres). Le professeur s'attend à ce que l'élève convertisse les savoirs qu'il lui enseigne en moyens de résolution des problèmes qu'il lui pose, et inversement à ce qu'il convertisse en savoirs, des connaissances qu'il considère comme cachées mais accessibles dans ses exercices.

Au cours de l'enseignement, les notions glissent d'un statut à un autre, mais à chaque instant le professeur ne peut en isoler une et la traiter avec un statut unique. Il gère ainsi un ensemble de notions dont quelques unes seulement peuvent être explicitement traitées.

A l'école primaire, la part des connaissances indicibles mais nécessaires est particulièrement importante et délicate et la gestion de leurs rapports avec les savoirs enseignés ne l'est pas moins.

L'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire offre des exemples typiques des difficultés à développer de façon harmonieuse la connaissance de l'espace et les savoirs de géométrie, ainsi que l'ont montré R. BERTHELOT et M. H. SALIN<sup>3</sup>

Dans les passages d'un niveau scolaire à un autre, il est souvent impossible pour l'enseignant du niveau supérieur d'utiliser les connaissances, pourtant acquises par ses élèves au niveau précédent, mais non converties en savoirs évaluables (impossibilité due au fait, entre autres, que l'enseignant ignore ou est sensé ignorer les situations, les exercices et les méthodes utilisées par son prédécesseur, due à l'absence de culture commune, ou à un goût prononcé pour les "questions vierges" ou supposées telles). En conséquence, les connaissances mal gérées perturbent les apprentissages ultérieurs, de nombreux savoirs "fonctionnent" mal, et la progression est ralentie.<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup>R. BERTHELOT et M. H. SALIN, L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse 1992 (LADIST)

<sup>4</sup>J. CENTENO et G. BROUSSEAU Communication à ICME (Budapest)  
et J. CENTENO, Thèse postume "la mémoire de l'enseignant" (LADIST)