



HAL
open science

Elément coque multicouches basé sur la théorie ZPST pour l'analyse dynamique

Ameur Chettah, Jean-Daniel Chazot

► **To cite this version:**

Ameur Chettah, Jean-Daniel Chazot. Elément coque multicouches basé sur la théorie ZPST pour l'analyse dynamique. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00550895

HAL Id: hal-00550895

<https://hal.science/hal-00550895>

Submitted on 31 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Elément coque multicouches basé sur la théorie ZPST pour l'analyse dynamique

Ameur Chettah¹, Jean-Daniel Chazot²

¹BATir - ULB, 87 Avenue Buyl, B-1050 Bruxelles, achettah@batir.ulb.ac.be

²Centre de Recherches de Royallieu, UTC, F-60205 Compiègne, jean-daniel.chazot@utc.fr

La théorie de déformation en cisaillement d'ordre p combinée avec la théorie de zig-zag (zig-zag p -order shear deformation theory - ZPST) a été utilisée ici pour l'analyse modale de structures multicouches viscoélastiques. Dans la théorie traditionnelle de Reissner-Mindlin, le champ de déplacement inclut un déplacement linéaire dans la section qui se traduit par une déformation en cisaillement transverse constante dans l'épaisseur. Cette formulation nécessite donc d'introduire un facteur de correction de cisaillement. La théorie ZPST généralise tous les modèles basés sur une approximation du déplacement polynomiale d'ordre $\leq p$ et prend en compte en plus des termes de zig-zag qui permettent de décrire les fortes variations de déformations et de contraintes dans l'épaisseur dues à des changements importants d'élasticité aux interfaces. La présente étude s'inscrit dans le cadre de la réduction du bruit et des vibrations par le développement de modèles numériques précis permettant de prédire correctement le comportement vibro-acoustique des structures composites contenant des matériaux viscoélastique et/ou poroélastiques. La performance numérique de l'élément ZPST est analysée pour des structures sandwichs à matériaux viscoélastiques. Le comportement mécanique des matériaux viscoélastiques est décrit par une loi WLF. La comparaison des résultats numériques avec l'expérience montre que l'élément ZPST est robuste et très précis.

1 Introduction

Les matériaux composites sandwichs sont largement rencontrés dans de nombreuses applications où ils apportent une rigidité accrue sans augmentation de masse excessive. La modélisation de tels matériaux, et en particulier les matériaux multicouches, est cependant toujours difficile à mettre en œuvre. La modélisation de type coque homogène n'est en effet pas bien adaptée pour prendre en compte des variations importantes de modules élastiques entre les couches. Les champs de déformations et de contraintes sont en effet plus complexes dans ce cas. Un modèle 3D permet alors de décrire correctement le comportement de ces matériaux, mais devient très rapidement coûteux en temps de calcul.

D'autres alternatives ont été développées pour la modélisation des matériaux multicouches. Cependant, la simulation du comportement mécanique des structures composites entraîne inévitablement l'augmentation de la complexité du modèle numérique et par conséquent un temps de calcul accru. Les différentes approches proposées pour modéliser un stratifié reposent principalement sur des hypothèses de comportement mécanique de type plaque/coque. Elles ont été développées sur la base de différents postulats cinématiques pour prédire correctement la réponse des laminas.

La première catégorie contient des théories de type Reissner-Mindlin [1] étendues aux multicouches où l'on remplace le multicouche par une plaque anisotrope homogène équivalente. Cette théorie considère une approximation du déplacement unique dans toute l'épaisseur du stratifié ce qui permet d'assurer la continuité des déformations entre les diverses strates mais ne permet pas de modéliser la continuité des contraintes aux interfaces des couches. En conséquence, les contraintes inter-

laminaires ne peuvent généralement pas être déterminées avec précision.

La théorie classique des plaques laminaires devient inadéquate pour l'analyse des laminas épaisses et plaques sandwichs puisqu'elle néglige la déformation de cisaillement inter-laminaire. Toutefois, il est nécessaire de considérer l'effet transverse des déformations de cisaillement dans l'étude des structures laminaires épaisses. Pour tenir compte des effets de déformation de cisaillement, la théorie du premier ordre (FSDT) [2] sont développées mais la précision de la solution de cette théorie dépend fortement du facteur de correction de cisaillement [3]. Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix des coefficients de correction et l'étude des composites épais reste aléatoire par ce type d'approche cinématique. Dans le but de franchir les limitations de cette théorie, les théories d'ordre supérieur (HSDT) qui incluent un ordre supérieur de développement de Taylor du champ de déplacement dans la direction de l'épaisseur ont été développées par Reddy [4]. Ces modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs dans l'épaisseur permettant de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée [5].

D'autres modèles incluent la fonction zig-zag (ZZ) couplée avec la théorie du premier ordre (FSDT) dont les déplacements membranaires sont les résultats de la superposition de ces deux contributions [6,7]. La fonction zig-zag donne une contribution des déplacements membranaires continue dans l'épaisseur mais sa dérivée première est discontinue à l'interface (Figure 1 et 2 de la référence [8]). Les déformations transverses sont donc discontinues et la continuité des contraintes de cisaillement transverse aux interfaces est assurée. Ainsi, l'avantage de la fonction ZZ réside dans la bonne modélisation de la distorsion de la normale de la surface déformée sans pour autant augmenter le

nombre de l'ordre des équations fondamentales de la théorie du premier ordre [9]. La théorie de zig-zag pour les plaques et coques composites est discutée dans le travail de Carrera [10] où les contributions originales de Lekhnitskii et Ambartsumian aux théories de zig-zag sont examinées en détail. Récemment, Sulmon et al. [8] ont proposé un élément coque ZPST (zig-zag p -order shear deformation theory) qui inclut les termes de zig-zag avec des déformations en cisaillement transverse d'ordre p variable permettant d'ajuster le rapport temps de calcul/précision. Il a été montré que cette formulation conduit à une excellente précision et une bonne convergence à un ordre $p = 3$. Cependant, l'efficacité de cet élément pour modéliser le comportement dynamique d'une structure comprenant un matériau viscoélastique fortement dissipatif n'a pas été étudiée.

L'utilisation de ces matériaux viscoélastiques est très répandue pour la réalisation de multicouches « silencieux ». Ils ont l'avantage de dissiper une grande partie de l'énergie vibratoire grâce à un amortissement structural important. Ils sont aussi souvent utilisés en combinaison avec des métaux ou des fibres composites pour renforcer et augmenter les performances d'atténuation des vibrations de la structure [11,12]. La modélisation de ce type de matériaux de manière fiable nécessite cependant une caractérisation précise de leurs propriétés mécaniques. Ces caractéristiques dépendent de différents facteurs tels que la fréquence, la température et l'amplitude des vibrations [13,14].

De nombreuses méthodes de caractérisation mécanique des matériaux viscoélastiques sont disponibles sur le marché. Néanmoins, il est difficile d'accéder directement aux propriétés dynamiques des polymères dans une gamme de fréquence suffisamment large. Généralement, on utilise une autre propriété de ces matériaux, appelée équivalence fréquence-température [15]. En effet, la loi WLF (Williams-Landel-Ferry) décrit le changement des propriétés viscoélastiques dans l'état caoutchouteux proche de la température de transition. Il en résulte qu'une campagne d'essais correspondant à un balayage en fréquence (typiquement de 0.01 Hz à 100 Hz) à plusieurs températures permet d'accéder au spectre complet du matériau [16]. Ainsi, il est possible de prévoir le comportement rhéologique d'un polymère sur une gamme de fréquence extrêmement large à partir d'une série de mesures réalisées dans une zone beaucoup plus restreinte.

Dans ce papier, un élément coque multicouches est mis en place pour l'étude de la réponse dynamique des matériaux sandwichs composés de deux couches d'acier et un cœur viscoélastique (acier/polymère/acier). Les propriétés mécaniques du polymère sont décrites par une loi WLF. La théorie ZPST est utilisée pour représenter le champ de déplacements. Des mesures expérimentales de la réponse dynamique des plaques sandwichs acier/polymère/acier ont été effectuées et les résultats numériques sont obtenus avec le modèle ZPST. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre que le l'élément ZPST est robuste et très précis.

2 Formulation éléments finis

Dans la figure 1 de la référence [8], les coordonnées nodales de chaque couche sont notées par $\xi_i, i = 1, 2, 3$, tandis que les coordonnées globales correspondantes sont notées par $x_i, i = 1, 2, 3$. Les hypothèses de base de l'approche ZPST sont : (i) élasticité linéaire, (ii) continuité des contraintes de cisaillement aux interfaces, et (iii) variation non-

linéaire des champs de déplacement et de contrainte dans l'épaisseur. En vertu de ces hypothèses, le vecteur de déplacement généralisé ${}^e\mathbf{u}^h$ est donné par [8] :

$${}^e\mathbf{u}^h(\xi, t) = \sum_{i=1}^{e_p} {}^a h_i(\xi_1, \xi_2) \left[\begin{aligned} & {}^e\mathbf{q}_i^{(0)}(t) + \xi_3 {}^e\mathbf{q}_i^{(1)}(t) \\ & + (-1)^k \zeta {}^e\mathbf{q}_i^Z(t) + \frac{\xi_3^2 {}^e\mathbf{q}_i^{(2)}(t)}{2!} + \dots \\ & + \frac{\xi_3^p {}^e\mathbf{q}_i^{(p)}(t)}{p!} \end{aligned} \right] \quad i = 1, 2, \dots, e_p \quad (1)$$

où ${}^a h_i(\xi_1, \xi_2)$ représente les fonctions de forme d'un élément coque classique à 8 nœuds.

${}^e\mathbf{q}_i^{(j)}(t) = \{ {}^e q_{1,i}^{(j)}, {}^e q_{2,i}^{(j)}, {}^e q_{3,i}^{(j)} \}^T$ ($j = 0, 1, \dots, p$) sont les degrés de liberté définis comme étant la j -ième dérivé du déplacement, ξ_3 coordonnée locale de l'épaisseur au nœud i et ${}^e\mathbf{q}_i^Z(t) = \{ {}^e q_{1,i}^Z, {}^e q_{2,i}^Z, {}^e q_{3,i}^Z \}^T$ ($i = 0, 1, \dots, e_p$) est un vecteur contenant les degrés de liberté au nœud i correspondant aux termes de zig-zag $f_{ZZ} = (-1)^k \zeta$ ($k = 1, 2, \dots, e_q$) selon Murakami [17].

La coordonnée transverse normalisée pour chaque couche $\zeta = [-1, +1]$ est reliée à la variable ξ_3 par l'expression :

$$\xi_3 = -1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} {}^e\theta_j + (1 + \zeta) {}^e\theta_k \quad (2)$$

avec ${}^e\theta_k = {}^e t_{3k}^i / {}^e t_3^i$ ($i = 1, 2, \dots, e_p; j = 1, 2, \dots, p$) est le rapport entre l'épaisseur de k -ième couche au nœud i sur l'épaisseur de l'élément au même nœud. L'approximation du champ de déplacement décrite ci-dessus donne $3(p + 2)$ degrés de liberté par nœud.

L'équation (1) peut être écrite sous la forme suivante :

$${}^e\mathbf{u}^h(\xi, t) = \sum_{i=1}^{e_p} {}^a \mathbf{H}_i(\xi) {}^e \mathbf{q}_i(t) = {}^a \mathbf{H}(\xi) {}^e \mathbf{q}(t) \quad (3)$$

où ${}^a \mathbf{H}(\xi)$ représente la matrice d'interpolation de dimensions de $3 \times 3(p + 2)$.

En élasticité linéaire, le tenseur de déformation linéarisé est donné par :

$${}^e \boldsymbol{\varepsilon}^h(\xi, t) = \sum_{i=1}^{e_p} \nabla {}^a \mathbf{H}_i(\xi) {}^e \mathbf{q}_i(t) = \sum_{i=1}^{e_p} {}^e \mathbf{B}_i(\xi) {}^e \mathbf{q}_i(t) \\ = \nabla {}^a \mathbf{H}(\xi) {}^e \mathbf{q}(t) = {}^e \mathbf{B}(\xi) {}^e \mathbf{q}(t) \quad (4)$$

avec ${}^e \mathbf{B}$ est une matrice qui relie le déplacement à la déformation obtenue par dérivation de la matrice des fonctions de forme, ∇ est l'opérateur différentiel global donné par :

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

L'approximation du vecteur de contrainte pour k -ième lamina dans e -ième élément fini coque est dérivée à partir du produit de la matrice déformation-déplacement ${}^e\mathbf{B}$ et de la matrice des constantes élastiques dans chaque couche :

$${}^e\boldsymbol{\sigma}_k^h(\boldsymbol{\xi}, t) = {}^e\mathbf{C}_k {}^e\boldsymbol{\varepsilon}^h(\boldsymbol{\xi}, t) = {}^e\mathbf{C}_k {}^e\mathbf{B}(\boldsymbol{\xi}) {}^e\mathbf{q}(t) \quad (6)$$

où ${}^e\mathbf{C}_k$ est la matrice d'élasticité 6×6 de la k -ième lamina. Il est à noter que, si les propriétés élastiques du multicouches dépendent de l'orientation des fibres, de la séquence de plis et du type de matériaux, les contraintes dans le plan obtenues avec l'élément ZPST sont généralement discontinues aux interfaces entre les couches. Néanmoins, cette discontinuité des contraintes n'affecte pas le comportement global de la structure. Dans le but d'aligner les axes globaux \mathbf{x} avec les coordonnées nodales $\boldsymbol{\xi}$ de l'élément, la matrice élastique globale dans l'équation (6) est réécrite sous la forme suivante :

$${}^e\mathbf{C}_k = {}^e\mathbf{Q}^T {}^e\bar{\mathbf{C}}_k {}^e\mathbf{Q} \quad (7)$$

où ${}^e\bar{\mathbf{C}}_k$ est la matrice d'élasticité locale de k -ième lamina et ${}^e\mathbf{Q}$ constitue une matrice orthogonale 6×6 qui transforme la relation contrainte-déformation du système de coordonnées globales aux coordonnées locales. Dans le cas d'un sandwich contenant plusieurs couches composites avec des orientations de fibres différentes, la matrice d'élasticité locale peut être exprimée par :

$${}^e\bar{\mathbf{C}}_k = {}^e\mathbf{T}_k^T {}^e\mathbf{D}_k {}^e\mathbf{T}_k \quad (8)$$

où la matrice de transformation ${}^e\mathbf{T}_k$ aligne le système de coordonnées de la coque avec le système de référence de la k -ième couche (orientation de matériau) via l'angle d'orientation de la couche et ${}^e\mathbf{D}_k$ est la matrice d'élasticité exprimée dans le repère matériel de la couche k .

Les matrices masse et raideur sont ainsi obtenues :

$${}^e\mathbf{M} = \sum_{k=1}^{e_q} \int_{\Omega_k} {}^e\rho_k {}^a\mathbf{H}^T {}^a\mathbf{H} {}^e\mathbf{j}^a d\Omega_k \quad (9)$$

$${}^e\mathbf{K} = \sum_{k=1}^{e_q} \int_{\Omega_k} {}^e\mathbf{B}^T {}^e\mathbf{C}_k {}^e\mathbf{B} {}^e\mathbf{j}^a d\Omega_k \quad (10)$$

En utilisant la relation (2), les matrices masse et raideur peuvent être exprimées de la manière suivante :

$${}^e\mathbf{M} = \sum_{k=1}^{e_q} \int_{\Omega_k} ({}^e\rho_k {}^a\mathbf{H}^T {}^a\mathbf{H} {}^e\mathbf{j})|_{\xi_3=\xi_3(\zeta)} {}^e\theta_k d\Omega_k \quad (11)$$

$${}^e\mathbf{K} = \sum_{k=1}^{e_q} \int_{\Omega_k} ({}^e\mathbf{B}^T {}^e\mathbf{C}_k {}^e\mathbf{B} {}^e\mathbf{j})|_{\xi_3=\xi_3(\zeta)} {}^e\theta_k d\Omega_k \quad (12)$$

avec \mathbf{j} est le déterminant de la matrice Jacobienne de la transformation des coordonnées. Comme le domaine de chaque couche est transformé en un volume normalisé simple, nous pouvons appliquer directement sur ce volume les méthodes classiques d'intégration numérique de Gauss-Legendre afin d'intégrer facilement les matrices structurales élémentaires ${}^e\mathbf{M}$ et ${}^e\mathbf{K}$. Ainsi, pour le cas d'un élément de coque à base quadrangulaire, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{e_q} \int_{\Omega_k} (\cdot)|_{\xi_3=\xi_3(\zeta)} {}^e\theta_k d\Omega_k \\ &= \sum_{k=1}^{e_q} \sum_{\ell=1}^r \sum_{m=1}^s \sum_{n=1}^t \omega_1^\ell \omega_2^m \omega_3^n {}^e\theta_k(\cdot)|_{\xi_1=\xi_1^\ell, \xi_2=\xi_2^m, \xi_3=\xi_3(\zeta^n)} d\Omega_k \end{aligned} \quad (13)$$

Les nombres r , s et t de points de Gauss dans chaque direction sont définis selon l'ordre des fonctions de forme dans les directions ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 . Afin d'intégrer exactement les matrices structurales dans l'épaisseur de l'élément, $p + 1$ points de Gauss sont nécessaires. On utilise cependant une intégration réduite pour les termes de cisaillement et de membrane afin d'éviter les problèmes de blocage.

3 Résultats et discussions

Dans un premier temps, la validation de l'élément coque ZPST est analysée dans le cas de calcul modal de structures sandwich par une comparaison avec des données expérimentales trouvées dans la littérature, et numériques obtenues avec un code commercial. Dans un second temps, l'élément ZPST est utilisé pour une comparaison expérimentale de la réponse dynamique de plaques multicouches viscoélastiques fournies par ArcelorMittal.

3.1 Analyse modale

La validation de l'élément fini ZPST a été réalisée par rapport à des mesures d'analyse modale expérimentale d'une plaque composite. La structure est une plaque rectangulaire de dimension $290 \times 234 \times 5$ mm constituée d'un stratifié $(90^\circ/0^\circ)_{2s}$ de 8 couches de composite Twintex constitué de fibres de verre/matrice thermoplastique polypropylène [18]. Les propriétés mécaniques de chaque couche ont été obtenues par des tests statiques de traction et de flexion ainsi que par une procédure d'identification modale mixte numérique-expérimentale sur plusieurs spécimens. Les propriétés élastiques ainsi que la masse volumique des strates Twintex Fabric 4/1 sont les suivantes :

$$\begin{aligned} E_1 &= 23.5 \text{ GPa}, & E_2 &= E_3 = 9.4 \text{ GPa} \\ G_{12} &= G_{13} = 2.5 \text{ GPa}, & G_{23} &= 1.8 \text{ GPa} \\ \nu_{12} &= 0.08, & \nu_{13} &= 0.35, & \nu_{23} &= 0.38 \\ \rho &= 1463 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Les fréquences propres expérimentales ont été obtenues par des mesures de la vitesse par vibromètre laser à balayage dans une plaque de fréquence de 50 à 1500 Hz. La structure est suspendue à l'aide de deux fils très souples afin de simuler les conditions aux limites libre-libre. Le maillage choisi pour la modélisation est constitué de 8×8 éléments quadrilatéraux à 8 nœuds de coque ZPST pour des valeurs de $p = 1$ et 3. La validation de l'élément ZPST dans le cas de calcul modal est montrée dans le tableau 1 par la comparaison des résultats expérimentaux et numériques.

Le tableau 1 montre que la modélisation avec un ordre de développement $p = 3$ donne satisfaction avec une erreur relative maximale de l'ordre de ± 2.5 %. L'utilisation d'une théorie avec déformation en cisaillement d'ordre élevé semble être justifiée et l'ordre p peut être optimisé pour un meilleur compromis précision/temps de calcul. Il est montré que le modèle ZPST donne d'excellents résultats pour $p \geq 3$.

Mode	EXP	P=1	Err [%]	P=3	Err [%]
1	101.7	102.3	-0.64	102.08	-0.38
2	190.1	197.4	-3.84	188.05	1.07
3	273.9	286.8	-4.71	278.93	-1.83
4	340.9	353.5	-3.69	339.32	0.46
5	389.7	406.1	-4.21	395	-1.36
6	524.5	551.4	-5.14	522.09	0.45
7	558.2	584.3	-4.67	566.66	-1.51
8	600.9	628.2	-4.54	603.64	-0.45
9	872.3	909.5	-4.26	876.99	-0.53
10	926.3	971.7	-4.9	938.67	-1.33
11	970.8	1019.8	-5.05	983.41	-1.29
12	1023.0	1088.3	-6.38	1034.53	-1.12
13	1076.0	1140.5	-5.99	1102.29	-2.44
14	1131.0	1194.2	-5.58	1135.61	-0.4
15	1339.0	1412.8	-5.51	1355.16	-1.2
16	1416.0	1463.5	-3.35	1409.03	0.49

Table 1 : Fréquences propres mesurées et numériques de la plaque Twintex ($90^{\circ}/0^{\circ}$)_{2s} et écarts relatifs.

3.2 Calcul dynamique

Afin d'étudier la précision du modèle de coque ZPST dans le cas de calculs dynamiques sur des structures viscoélastiques, une comparaison avec des essais expérimentaux a été réalisée. Celle-ci porte sur le calcul de la réponse dynamique de deux plaques sandwichs tri-couches, l'Usilight à âme polymère plus rigide pour finalité allègement et le Quiesteel à âme polymère très fine pour finalité amortissement.

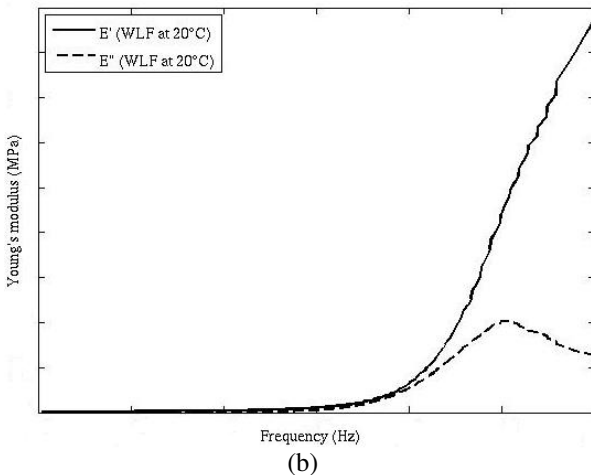
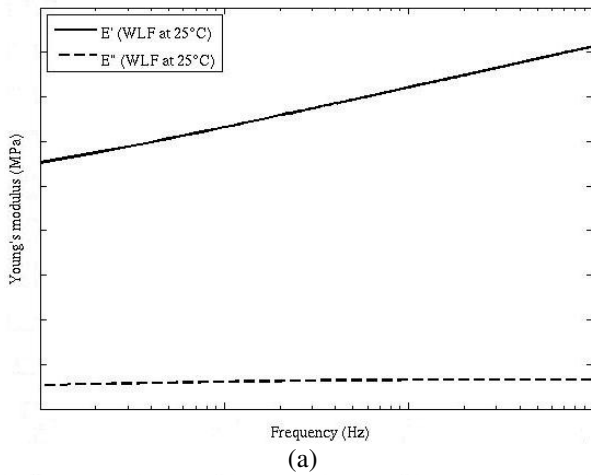


Figure 1 : Propriétés mécaniques en termes des modules d'Young réel et imaginaire obtenues par loi WLF : (a) âme polymère Usilight, (b) âme polymère Quiesteel

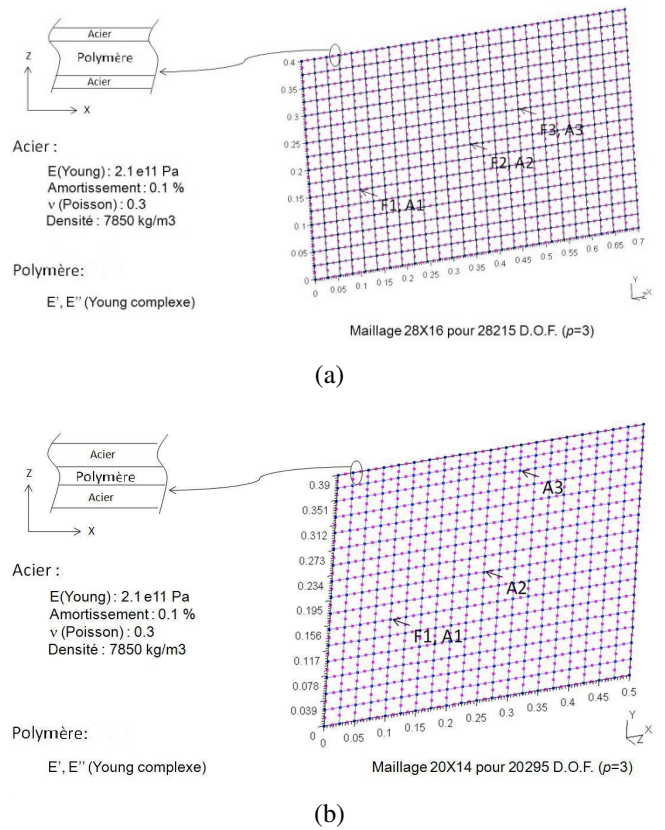


Figure 2 : Dimensions et caractéristiques du maillage des plaques sandwich ainsi que les points de mesure : (a) Usilight, (b) Quiesteel

Les propriétés mécaniques des matériaux polymères, fournies par ArcelorMittal, sont décrites par une loi WLF (Figure 1). Les dimensions de plaques ainsi que les caractéristiques de leurs maillages sont montrés dans la figure 2. Le matériau constitutif est défini isotrope pour chaque couche. Les mesures de la réponse dynamique ont été effectuées avec des conditions aux limites représentant des conditions de vibration totalement libres par suspension de la structure avec des fils de faible rigidité. Les points d'excitation ainsi que les points de mesure sont montrés dans la figure 2.

On peut constater que les simulations numériques de la réponse dynamique pour l'Usilight (Figure 3) concordent relativement bien avec les données expérimentales, en particulier pour la fonction de transfert A2/F2.

Il est également constaté sur le Quiesteel que l'écart observé devient de plus en plus important lorsqu'on s'éloigne du point d'excitation de la structure (voir figure 4). La qualité de la modélisation est remarquable dans le cas où il s'agit d'une FRF au même point (figure 4, A1/F1). Ce phénomène s'explique par les très faibles niveaux vibratoires dès lors que le point d'observation s'éloigne de l'excitation. En effet, les vibrations sont tellement amorties qu'il devient difficile de mesurer une quelconque réponse. Cependant, cela peut aussi s'expliquer par une mauvaise caractérisation des propriétés mécaniques du polymère. En effet, le polymère est caractérisé seul, mais lors de réalisation du multicouche les propriétés du viscoélastique se voient inévitablement altérées vu l'épaisseur très faible mis en jeu. La loi WLF dans ce cas pour un matériau homogène n'est plus valable. Par conséquent, il est très difficile de prévoir le comportement dynamique des multicouches lorsque l'épaisseur de la couche est très faible, en l'occurrence $\leq 30 \mu\text{m}$.

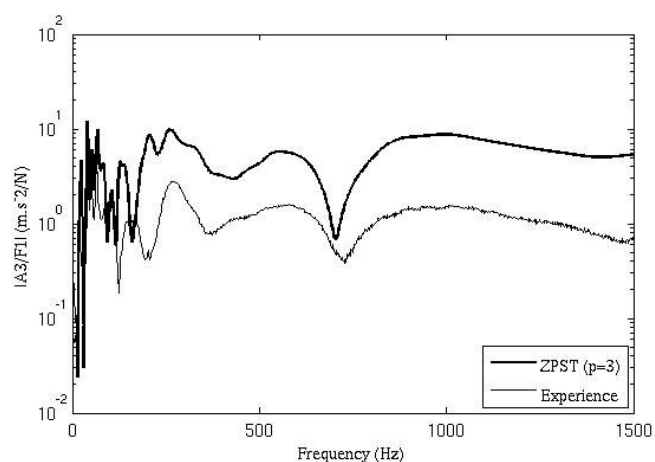
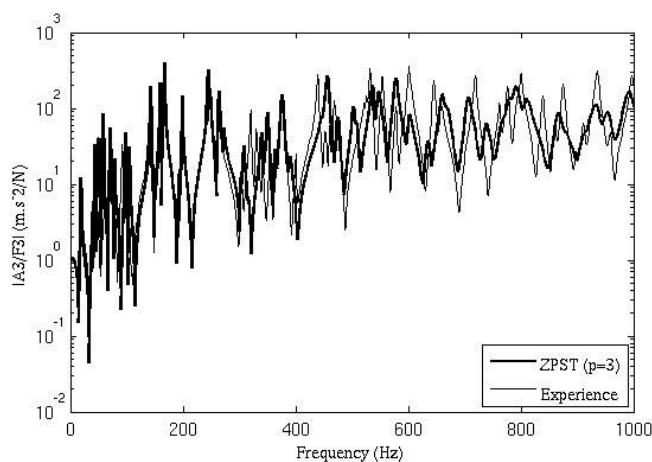
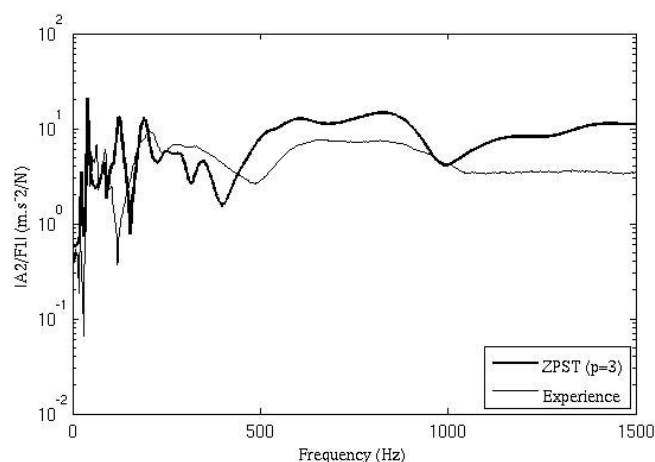
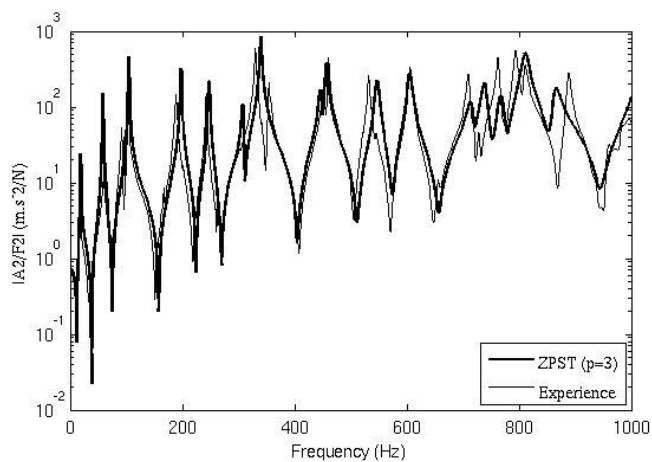
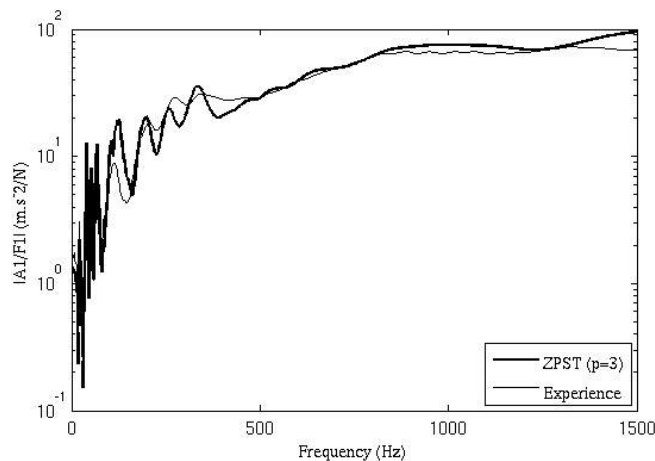
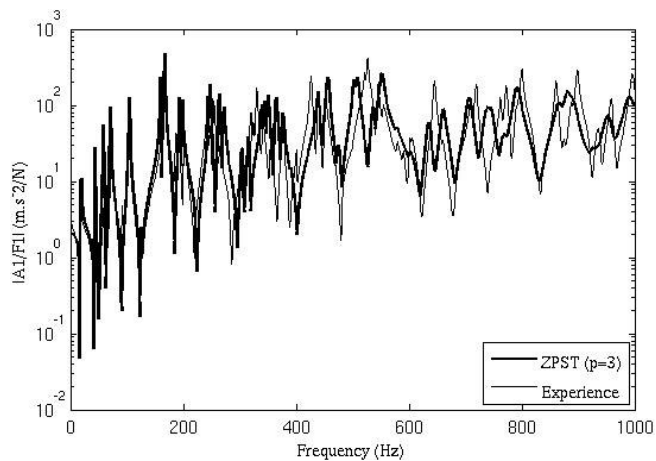


Figure 3 : Comparaison de la réponse en fréquence accélération/force mesurée avec le modèle coque ZPST ($p = 3$) pour le sandwich Usilight.

Figure 4 : Comparaison de la réponse en fréquence accélération/force mesurée avec le modèle coque ZPST ($p = 3$) pour le sandwich Quiesteel.

4 Conclusion

Dans ce papier, une étude qualitative du comportement dynamique des structures composites incluant des matériaux viscoélastiques a été réalisée. Nous avons effectué dans une première partie la précision du modèle ZPST pour une analyse modale sur une structure sandwich pour différentes valeurs de l'ordre p . Dans une seconde partie, la confrontation des résultats numériques avec les données expérimentales a permis de valider le modèle ZPST en calcul dynamique, d'une part, et de soulever des questions sur le changement des propriétés mécaniques des couches

lorsque l'épaisseur devient très faible, d'autre part

Notons enfin que l'écart entre la réponse dynamique numérique et celle expérimentale ne remet pas en cause les théories d'ordre supérieur mais plutôt de montrer l'effet de l'épaisseur de la couche viscoélastique sur l'altération de ses propriétés mécaniques lorsque cette couche est confinée entre deux couches d'épaisseurs plus grandes.

Remerciements

Ce travail est réalisé grâce au soutien financier du Fond Régional pour la Recherche. Les auteurs remercient également les partenaires industriels ArcelorMittal, Vibratex et ESI-Group pour leur contribution aussi bien dans la fourniture des matériaux que dans leurs caractérisations mécaniques.

Références

- [1] Mindlin, R. D. "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates", *J. Appl. Mech.* 18, 31-38 (1951)
- [2] Reissner, E. "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", *J. Appl. Mech.* 12 (2), 69-77 (1945).
- [3] Noor, A. K., and Burton, W. S. "Stress and free vibration analysis of multilayered composite plates", *Composite Structures* 11, 183-204 (1989).
- [4] Reddy, J. N. "Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis" (2nd edition) CRC Press: Boca Raton, 671-724 (2004).
- [5] Swaminathan, K. "Analytical solutions using higher-order refined theory for the static analysis of anti-symmetric angle-ply composite and sandwich plates", *Composite Structures.* 64, 405-417 (2004).
- [6] Di Sciuva, M. "A general quadrilateral multilayered plate element with continuous interlaminar stresses", *Computers and Structures.* 74, 91-105 (1993).
- [7] Di Sciuva, M. and Icardi, U. "Discrete-layer models for multilayered shells accounting for interlayer continuity", *Meccanica* 28, 281-291 (1993).
- [8] Sulmoni, M., Gmür, T., Cugnoni, J., and Matter, M. "Modal validation of sandwich shell finite elements based on p-order shear deformation theory including zigzag terms", *Int. J. Num. Meth. Eng.* 75, 1301-1319 (2008).
- [9] Cho, Y. B. and Averill, R. C. "First-order zig-zag sublaminate plate theory and finite element model for laminated composite and sandwich panels", *Composite Structures* 50, 1-15 (2000).
- [10] Carrera, E. "Historical review of zig-zag theories for multilayered plates and shells", *App. Mech. Rev.* 56, 287-308 (2003).
- [11] Snowdon, J. C. "Vibration isolation: use and characterization", *J. Acoust. Soc. Am.* 66 (5), 1245-1274 (1979).
- [12] Corsaro, R. D., and Sperling, L. H. "Sound and vibration damping with polymers", *Am. Chem.* (1990).
- [13] Lindley, P. B. "Engineering design with natural rubber", The Malaysian Rubber Producer's Research Association, 4th edition (1974).
- [14] Sjöberg, M. And Kari, L. "Testing of nonlinear interaction effects of sinusoidal and noise excitation on rubber isolator stiffness", *Polym. Testing.* 22, 343-351 (2003).
- [15] Ferry, J. D. "Viscoelastic properties of polymers", John Willey and Sons (1961).
- [16] Ashokan, B. K. And Kokini, J. L. "Determination of the WLF constants of cooked soy flour and their dependence on the extent of cooking", *Rheo. Acta.* 192-201 (2005).
- [17] Murakami, H. "Laminated composite plate theory with improved in-plan response", *J. Appl. Mech.* 53, 661-666 (1986).
- [18] Cugogni, J. "Identification par recalage modal et fréquentiel des propriétés constitutives de coques en matériaux composites", Thèse doctorat N°3106 (2004) Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.