



**HAL**  
open science

## Réfraction négative d'ondes transverses dans les cristaux phononiques

Anne-Christine Hladky, Jerome O. Vasseur, Charles Croënne, Jean-Philippe Groby, Bertrand Dubus, Bahram Djafari-Rouhani, Bruno Morvan, Alain Tinel

► **To cite this version:**

Anne-Christine Hladky, Jerome O. Vasseur, Charles Croënne, Jean-Philippe Groby, Bertrand Dubus, et al.. Réfraction négative d'ondes transverses dans les cristaux phononiques. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00550536

**HAL Id: hal-00550536**

**<https://hal.science/hal-00550536v1>**

Submitted on 28 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Réfraction négative d'ondes transverses dans les cristaux phononiques

A-C. Hladky-Hennion<sup>1</sup>, J. Vasseur<sup>1</sup>, C. Croëne<sup>1</sup>, J.-P. Groby<sup>1</sup>, B. Dubus<sup>1</sup>,  
B. Djafari-Rouhani<sup>1</sup>, B. Morvan<sup>2</sup>, A. Tinel<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie, UMR CNRS 8520, Cité Scientifique, F-59652 Villeneuve d'Ascq Cedex, anne-christine.hladky@isen.fr

<sup>2</sup>Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (FRE CNRS 3102) Université du Havre, 76610 Le Havre, France

L'étude des cristaux phononiques et de leurs applications potentielles pour l'effet superlentille, le filtrage sélectif ou les dispositifs de multiplexage ont fait l'objet de très nombreux travaux de recherche durant ces vingt dernières années. Le travail présenté ici porte sur la réfraction négative des ondes élastiques par des cristaux phononiques et concerne certaines études récentes réalisées dans le cadre du projet ANR blanc SUPREME. Après une présentation générale du contexte du projet, les courbes de dispersion de cristaux phononiques sont analysées et montrent que, sous certaines conditions de géométrie et de matériaux constituants, des ondes élastiques transverses peuvent se réfracter négativement. C'est en particulier le cas pour un cristal phononique 2D constitué d'un réseau carré de cavités cylindriques dans une matrice aluminium. Après la présentation des courbes de dispersion mettant en évidence une branche négative isolée, les ondes sont caractérisées. Le dispositif expérimental est ensuite présenté. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec les résultats numériques et mettent bien en évidence une onde réfractée négativement.

## 1 Introduction

Les cristaux phononiques (CP), arrangements périodiques de plusieurs matériaux, ont fait l'objet d'un intérêt considérable ces vingt dernières années, car ils présentent dans certaines conditions des bandes de fréquences interdites absolues, bandes de fréquence dans lesquelles la propagation des ondes élastiques est interdite, quelle que soit la direction de propagation [1]. Dès lors, plusieurs applications potentielles d'un tel matériau artificiel sont possibles, telles que le filtrage sélectif, le guidage des ondes ou le démultiplexage. De plus, les CP présentent aussi des propriétés inhabituelles associées à la forme des courbes de dispersion telles que la réfraction négative des ondes élastiques. Ces phénomènes conduisent à des applications potentielles prometteuses, par exemple l'effet superlentille [2,3], et plus récemment l'effet hyperlentille [4]. La réalisation de la réfraction négative repose sur la structure de bande du CP, où le vecteur de Poynting et le vecteur d'onde, associés au flux d'énergie et à la vitesse de phase, sont de signes opposés. Ce phénomène a tout d'abord été étudié pour les ondes électromagnétiques [5] et les recherches dans le domaine de l'acoustique progressent rapidement, conduisant à la première lentille plate permettant une focalisation avec une résolution inférieure à la limite de la diffraction [3].

Si la réfraction négative des ondes a été mise en évidence précédemment dans le cas d'un CP fait de cylindres d'acier immergés dans un liquide, les études menées dans le cadre du projet ANR blanc SUPREME concernent la réfraction négative des ondes lorsque le CP a une matrice solide, pour faciliter la mise en œuvre pratique de lentilles plates. Dans cet article, les courbes de dispersion de cristaux phononiques sont tout d'abord analysées puis caractérisées. Le dispositif expérimental est ensuite présenté. Les expériences mettent bien en évidence la réfraction négative des ondes. Plusieurs pistes d'amélioration du dispositif sont enfin proposées.

## 2 Courbes de dispersion

Dans cette section, un CP comportant un réseau carré périodique de cavités cylindriques dans une matrice en aluminium est considéré. La distance entre deux trous voisins est de 3,9 mm et le rayon des trous est de 1,6 mm, le facteur de remplissage est donc de 52%. Les courbes de dispersion d'un tel réseau sont présentées à la figure 1, représentées dans la première zone de Brillouin, sur le chemin  $\Gamma X M$ . Les courbes de dispersion présentent plusieurs branches dont une branche à pente négative, pour laquelle la fréquence décroît lorsque le nombre d'onde croît. Cette région est repérée sur la figure par la zone grisée [480 kHz-520 kHz]. Dans le cas de notre étude, les courbes iso-fréquences, représentation des nombres d'ondes des différents modes de propagation associés à une fréquence donnée, sont circulaires, le vecteur d'onde de l'onde élastique et la vitesse de groupe sont antiparallèles, quelle que soit la direction de propagation. La vitesse de groupe est déduite de la figure 1 en prenant la pente de la branche négative. Elle reste à peu près constante ( $\sim 2100$  m/s) dans la gamme de fréquence d'intérêt. Cependant, la vitesse de phase varie rapidement (entre 6000 m/s et 30000 m/s) et a des valeurs bien plus élevées que la vitesse des ondes longitudinales et transversales dans l'aluminium massif, respectivement 6338 m/s et 3091 m/s. Si seule une onde purement longitudinale peut se propager dans un réseau de cylindres immergés dans un fluide, des modes mixtes longitudinaux et transversaux peuvent se propager dans un CP à matrice solide. Afin de déterminer la nature du mode induisant la réfraction négative, une analyse par éléments finis, couplée à des éléments frontières, a été menée et a montré que la branche à pente négative correspondait à un mode mixte mais ayant un comportement transverse prédominant [6].

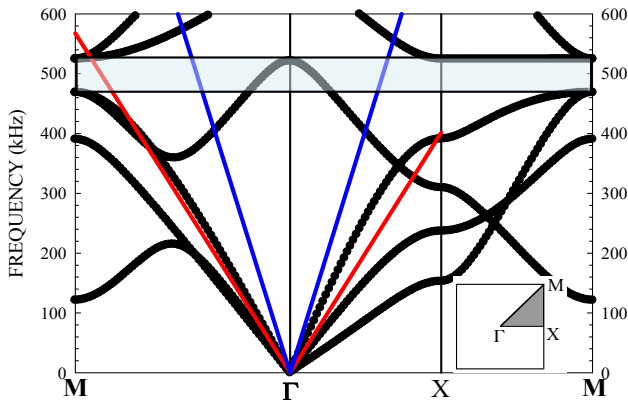


Figure 1 : Courbes de dispersion du CP 2D – réseau carré de trous dans de l’aluminium. La partie grisée correspond à la bande de fréquence dans laquelle une branche unique à pente négative existe. Les lignes bleue et rouge correspondent respectivement aux ondes longitudinales et transversales dans l’aluminium massif.

### 3 Démonstration théorique de la propriété de réfraction négative

Afin de mettre en évidence la propriété de réfraction négative pour le cristal phononique choisi, un CP de forme prismatique est considéré, comportant 15 rangées par 15 rangées de trous. Les simulations sont menées sur ce dispositif (figure 2), en utilisant la méthode des éléments finis, avec l’aide du code ATILA [7]. Une analyse temporelle est considérée et l’excitation correspond à un train de 5 sinusoides, de fréquence centrale 500 kHz. Une excitation est imposée sur une ligne horizontale inférieure et correspond à un déplacement transverse le long de cette ligne. L’onde à caractère transverse se propage dans l’aluminium massif, atteint le CP en incidence normale, se propage dans le CP selon la direction  $\Gamma X$ , atteint la surface de sortie avec un angle de  $45^\circ$  et finalement sort du CP avec un angle qui met en évidence la réfraction négative.

La figure 3 présente une image du champ de déplacement simulé à l’instant  $t = 30 \mu s$ , c’est-à-dire lorsque l’onde a traversé le CP et présente une réfraction négative à la sortie du CP. L’angle négatif en sortie est faible, en vertu de la loi de Snell Descartes, car les vitesses de phase entre les deux milieux (CP et aluminium massif) sont très différentes, comme indiqué à la section précédente. De même, on note que l’amplitude de l’onde transmise est faible, du fait de la mauvaise adaptation d’impédance entre l’aluminium massif d’une part, et le CP d’autre part. Cependant, en plus d’une onde à réfraction négative, une onde à réfraction positive rasante est observée sur la figure 3. Afin de caractériser les deux ondes en sortie, une double FFT (transformées de Fourier rapides) en espace et en temps est effectuée à partir des déplacements sur trois lignes parallèles à l’interface de sortie, comme indiqué à la figure 2 (lignes L1 à 2,8 mm, L2 à 6,2 mm et L3 à 20 mm). Ces doubles FFT permettent de transformer les signaux dans l’espace (temps-position) en des signaux dans l’espace réciproque (fréquence-nombre d’onde) (Figure 4).

Sur la figure 4, pour les relevés sur les 3 lignes L1, L2 et L3, une tache principale est observée dans la région à nombre d’onde négatif, correspondant à un angle de réfraction négatif. La valeur de l’angle de réfraction est déterminée à l’aide de ces figures en utilisant une projection

du vecteur d’onde le long d’une ligne parallèle à l’hypoténuse. A la distance de 20 mm, l’angle de réfraction négative est de  $-6.9^\circ$ , alors qu’il est plus faible lorsque le relevé est effectué sur la ligne L2, plus proche du CP:  $-5.2^\circ$ . Cette observation est liée au phénomène de reconstruction des ondes à la sortie du CP : l’angle de réfraction doit être défini dans le champ lointain, car le champ proche est perturbé sur une distance représentant quelques longueurs de l’onde transverse. L’onde plane est reconstituée à l’extrémité de cette zone.

La valeur de l’angle négatif trouvée par cette analyse numérique temporelle peut être comparée à la valeur déduite de la loi de Snell Descartes, en utilisant les valeurs des nombres d’onde dans le CP issus des courbes de dispersion. Considérant que l’onde dans le CP atteint l’interface de sortie avec un angle de  $45^\circ$ , l’angle déduit par la loi de Snell Descartes est de  $-7.2^\circ$ . L’accord est bon entre les angles de l’onde à réfraction négative obtenus par les deux approches, l’une basée sur les courbes de dispersion, l’autre sur une analyse numérique temporelle.

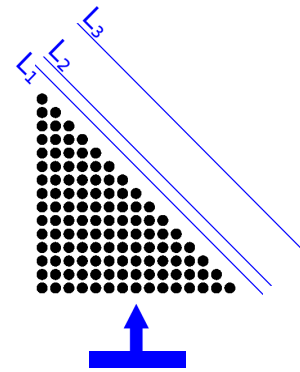


Figure 2 : Description schématique du CP de forme prismatique, présentant la position de l’excitation.

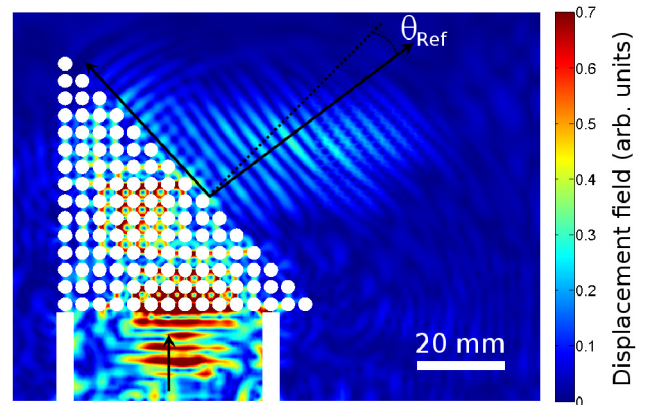


Figure 3 : Amplitude du champ de déplacement à l’instant  $t = 30 \mu s$ . La ligne pointillée est la normale au CP et la flèche noire montre qu’un angle négatif est observé lorsque l’onde sort du CP.

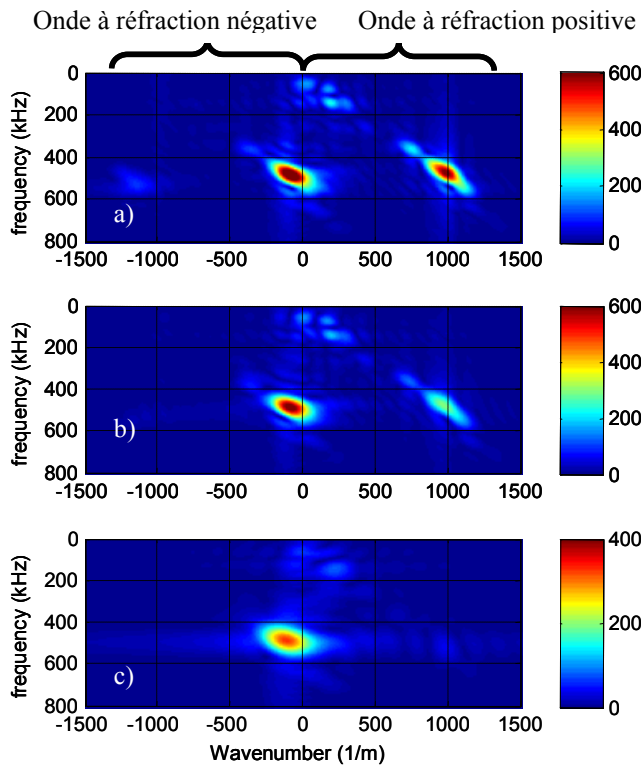


Figure 4 : Amplitude du déplacement du signal transmis à la sortie du CP dans l'espace réciproque (fréquence-nombre d'onde), le long de trois lignes parallèles à l'hypoténuse du prisme, à trois distances du CP : 2.8 mm (L1), 6.2 mm (L2) et 20 mm (L3). La fréquence d'excitation est 500 kHz.

Des taches apparaissent également dans la région à réfraction positive. Elles sont liées à l'onde rasante observée sur la figure 3. Cette onde à réfraction positive a précédemment été observée par Sukhovich [8] à la sortie d'un réseau triangulaire de cylindres d'acier immergés dans de l'eau. Elle provient de la périodicité 1D à la surface du CP et son existence est physiquement expliquée avec le vecteur d'onde dans la deuxième zone de Brillouin. Cependant, dans notre cas, l'onde correspondant à la seconde zone de Brillouin présente un comportement évanescent. Cette onde ne contribue donc que dans le champ proche et peut être associée à l'onde rasante observée à la figure 3.

## 4 Expériences

Des expériences ont été menées sur un bloc massif d'aluminium (Fig. 5). Un CP de forme prismatique, identique à celui présenté dans la section précédente, est fabriqué dans le bloc. La hauteur des trous est de 6 cm. La génération d'ondes transverses dans le bloc est réalisée par un transducteur Panametrics V151. Le diamètre de ce transducteur est de 2,54 cm et sa fréquence centrale est 500kHz. La divergence du faisceau est suffisamment faible pour pouvoir considérer que le problème est bidimensionnel. Un train de 10 sinusoïdes est appliqué sur le transducteur. Un gel acoustique avec une forte viscosité est utilisé à l'interface entre le transducteur et le bloc aluminium. Les ondes transverses transmises à travers le CP sont détectées sur la face opposée au transducteur émetteur. Un vibromètre laser Polytec est utilisé pour mesurer les déplacements normaux à la surface. L'échantillon est translaté par pas de 0,2 mm et le relevé du déplacement en

fonction du temps est représenté à la figure 6. Le signal correspondant à la transmission directe de l'onde transverse à travers le CP est entouré de rouge sur la figure 6. Il est clairement localisé dans la région où la réfraction négative est attendue. La mesure du temps d'arrivée de cette onde (57  $\mu$ s) est en bon accord avec le temps théorique (52  $\mu$ s). Ce temps est incompatible avec la vitesse des ondes longitudinales pour lesquelles la transmission à travers le CP n'est pas observée. Les signaux apparaissant plus tard sont attribués aux multiples réflexions de l'onde transverse dans le bloc aluminium.

La valeur expérimentale de l'angle de réfraction négative peut être déterminée en faisant, comme pour l'étude numérique menée dans la section 3, une double transformée de Fourier. Le signal expérimental résultant dans l'espace (fréquence-nombre d'onde) est présenté à la figure 7.a. Il est comparé à la figure 7.b aux résultats de la simulation par éléments finis du même bloc d'aluminium. L'accord est très bon entre les représentations expérimentales et numériques. On note cette fois que la tache principale se situe du côté nombre d'onde positif car la projection du nombre d'onde est effectuée sur un axe différent de celui de la figure 2. Cette représentation permet, par projection, de déduire un angle de réfraction négatif de  $-5^\circ$ . L'accord entre la valeur théorique ( $-6.9^\circ$ ) et la valeur expérimentale ( $-5^\circ$ ) est correct. Des études numériques ont montré une grande sensibilité des résultats aux valeurs des propriétés du matériau. L'écart entre la valeur numérique et la valeur expérimentale de l'angle de réfraction négative pourrait être attribué à l'incertitude sur la densité et les vitesses de propagation de l'aluminium utilisées dans les expressions.

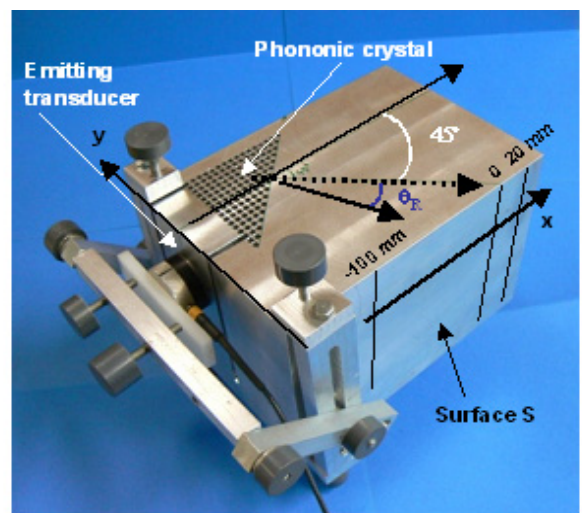


Figure 5 : CP de forme prismatique et dispositif expérimental.

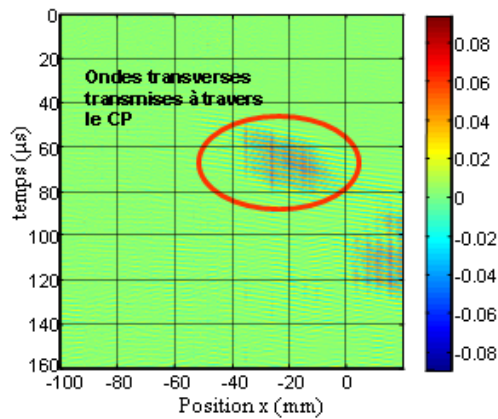


Figure 6 : Représentation dans l'espace (temps-position) du signal mesuré avec le vibromètre laser sur la surface S. L'échelle des couleurs est arbitraire.

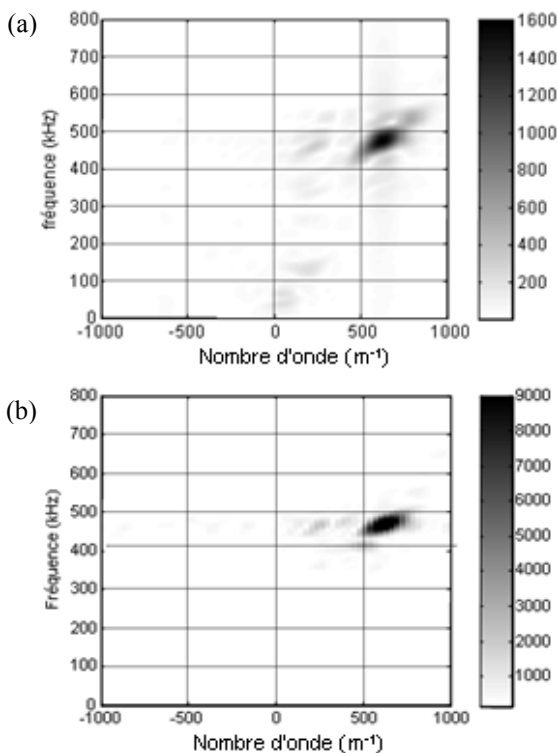


Figure 7 : Amplitude du déplacement du signal transmis à la sortie du CP dans l'espace réciproque (fréquence-nombre d'onde). (a) expériences, (b) simulation par éléments finis. L'échelle est arbitraire.

## 5 Conclusion

Dans ce papier, les études numériques et expérimentales sur le processus de réfraction négative ont été décrites. Le cristal phononique constitué d'un réseau carré de cavités

cylindriques dans une matrice aluminium, présente bien une réfraction négative des ondes transverses. Des recherches sont menées actuellement en vue d'adapter l'impédance entre le cristal phononique et le milieu élastique externe et sur l'accord des indices de réfraction afin de pouvoir envisager des applications pour la focalisation. Enfin, des études sont aussi menées afin que la branche à pente négative corresponde à un mode à caractère longitudinal plutôt que transversal.

## Remerciements

Les études ont été menées dans le cadre du projet ANR blanc SUPREME (SUPER lentille à REfraction négative à base de METamatériaux et cristaux phononiques ANR-08-BLAN-0101-01).

## Références

- [1] Voir "the Phononic Crystal database", <http://www.univ-lehavre.fr/recherche/lomc/phonon/PhononicDatabase1.html>
- [2] J. H. Page, A. Sukhovich, S. Yang, M. L. Cowan, F. Van Der Biest, A. Tourin, M. Fink, Z. Liu, C. T. Chan et P. Sheng, "Phononic Crystals", *Phys. Status Solidi B*, vol. 241, no. 15, pp. 3454–3462, Nov. 2004.
- [3] A. Sukhovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J. O. Vasseur, Y. Pennec, P. A. Deymier et J. H. Page, "Experimental and theoretical evidence for subwavelength imaging in phononic crystals", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, no. 15, pp. 154301 (1–4), Apr. 2009.
- [4] J. Li, L. Fok, X. Yin, G. Bartal et X. Zhang, "Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens", *Nature Mater.*, vol. 8, pp. 931–934, Dec. 2009.
- [5] J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, no. 18, pp. 3966–3969, Apr. 2000.
- [6] A.-C. Hladky-Hennion, J. O. Vasseur, B. Dubus, B. Djafari-Rouhani, D. Ekeom et B. Morvan, "Numerical analysis of negative refraction of transverse waves in an elastic material", *J. Appl. Phys.*, vol. 104, p. 064906, Sep. 2008.
- [7] *ATILA finite element code for piezoelectric and magnetostrictive transducers modeling, user's manual, version 5.2.1*, ISEN, Acoustics Laboratory, Lille, France, 2002.
- [8] A. Sukhovich, L. Jing et J. H. Page, "Negative refraction and focusing of ultrasound in two-dimensional phononic crystals", *Phys. Rev. B*, vol. 77, no. 1, pp. 014301 (1–9), Jan. 2008.