Simulations numériques de la multidiffusion acoustique en conduit, comparaison avec des modèles analytiques

Éric Lunéville, Jean-François Mercier

▶ **To cite this version:**

Éric Lunéville, Jean-François Mercier. Simulations numériques de la multidiffusion acoustique en conduit, comparaison avec des modèles analytiques. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00546835

HAL Id: hal-00546835
https://hal.science/hal-00546835

Submitted on 14 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème **C**ongrès **F**rançais d'**A**coustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Simulations numériques de la multidiffusion acoustique en conduit, comparaison avec des modèles analytiques

Eric Lunéville[1], Jean-François Mercier[1]

[1] Laboratoire POEMS, UMR 7231 CNRS/ENSTA/INRIA, ENSTA, 32, Boulevard Victor, 75739 Paris cedex 15, France

On s'intéresse ici à la caractérisation des effets de multi-diffusion dans les guides d'ondes. Pour cela nous considérons la propagation acoustique en régime harmonique dans un conduit horizontal 2D à parois rigides pour laquelle nous avons développé une approche numérique pour déterminer les propriétés effectives d'un milieu hétérogène aléatoire dans un conduit. A l'aide de simulations directes nous déterminons un champ cohérent en faisant la moyenne des champs sur de nombreuses réalisations différentes de désordre. En interprétant ce champ cohérent comme une onde se propageant dans un milieu homogène équivalent, les propriétés effectives de ce milieu sont extraites. Une comparaison avec des modèles analytiques de la littérature, développés en milieu infini et non en conduit, est effectuée.
Une méthode d'éléments finis a été choisie pour permettre de traiter des diffuseurs de formes arbitraires. Afin de réduire le nombre d'inconnues et donc les temps de calcul, la méthode des éléments finis est couplée à une représentation intégrale du champ diffracté. On obtient une réduction supplémentaire en considérant, non pas des configurations de diffuseurs complètement aléatoires, mais des configurations périodiques perturbées : les diffuseurs sont placés sur un réseau de référence périodique puis sont déplacés localement aléatoirement. Ceci permet de paralléliser les calculs, en divisant le domaine de calcul en tranches verticales. Pour chaque tranche, la matrice de diffusion est calculée. Enfin, la matrice de diffusion de la couche entière est obtenue par la combinaison des matrices de diffusion.
Les calculs de transmissions effectives et de nombres d'ondes effectifs montrent un bon accord avec plusieurs modèles analytiques, sauf pour certaines fréquences, les fréquences de bandes interdites des réseaux périodiques sous-jacents. Dans ce cas, le réseau périodique perturbé se comporte en moyenne comme un réseau périodique.

1 Introduction

Il existe divers modèles analytiques permettant de caractériser de façon simple un milieu fortement hétérogène. Ces modèles, comme notamment le modèle de Foldy [1], donnent en régime harmonique les caractéristiques d'un milieu homogène équivalent. La méthodologie pour obtenir ces formules ne permet pas de quantifier les gammes de paramètres pour lesquelles elles s'appliquent. Notre but est de tester la validité de ces formules. Ce travail s'inscrit dans la lignée de nombreuses études diverses sur ce thème, numériques par différences finies [2] ou éléments finis [3, 4] ou méthode des multi-pôles [5], expérimentales [6] ou semi-analytiques [7, 8].

Nous nous plaçons dans un guide 2D (Fig. 1) : le confinement unidirectionnel de l'énergie et la décomposition modale permettent alors d'analyser facilement les transferts d'énergie dans la zone multi-diffusante ainsi que d'accéder aux caractéristiques moyennes de la zone. Nous allons tester la validité de modèles analytiques dans un guide, ceux-ci étant initialement obtenus dans l'espace libre.

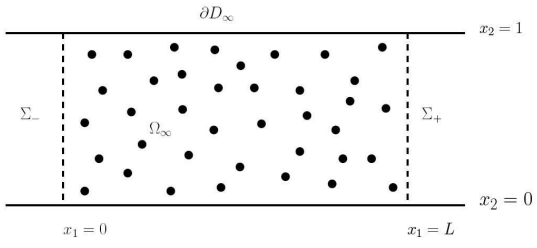

FIG. 1 – Géométrie du problème

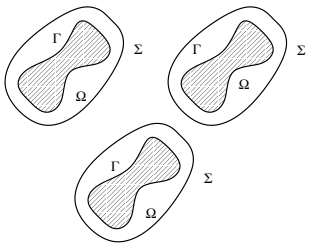

FIG. 2 – Noms des domaines

2 Procédure numérique

En régime harmonique de pulsation ω (dépendance $e^{-i\omega t}$ en temps), la pression totale s'écrit $P = p_{inc} + p$ où p_{inc} est l'onde incidente et le champ diffracté p satisfait

(voir Fig. 2 pour la définition des domaines) :

$$\left\{\begin{array}{rcll} \left(\Delta + k^2\right) p & = & 0 & \text{dans} \quad \Omega, \\ \dfrac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} & = & -\dfrac{\partial p_{inc}}{\partial \mathbf{n}} & \text{sur} \quad \Gamma, \\ \dfrac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} & = & 0 & \text{sur} \quad \partial D_\infty. \end{array}\right. \tag{1}$$

$k = \omega/c$ sera appelée la fréquence et $\mathbf{n}$ est la normale sortante. Sur les frontières artificielles Σ, afin de sélectionner les ondes sortantes on construit une condition aux limites à partir de la représentation intégrale du champ diffracté :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \left(\dfrac{\partial}{\partial \mathbf{n}} + \lambda\right) p(\mathbf{x}) & = & \left(\dfrac{\partial}{\partial \mathbf{n}} + \lambda\right) \displaystyle\int_\Gamma \left(p(\mathbf{y}) \frac{\partial G(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{n}_y} \right. \\ & + & \left. \dfrac{\partial p_{inc}}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{y}) G(\mathbf{x},\mathbf{y}) \right) d\Gamma_y, \end{array}\right.$$

où $G(\mathbf{x},\mathbf{y})$ est la fonction de Green du guide. Ceci est l'étape pénalisante de notre méthode car $G(\mathbf{x},\mathbf{y})$ s'exprime comme une série convergeant lentement lorsque $\mathbf{x}$ est proche de $\mathbf{y}$, ce qui nécessite des temps de calculs non négligeables. Les détails de la méthode éléments finis sont exposés dans [9].

Dans toute la suite nous considérons un guide le hauteur $H = 1$. Nous considérons $N_s = 50$ diffuseurs dans une portion de longueur $L = 2$. On introduit Φ la densité surfacique de diffuseurs. Lorsque les diffuseurs sont des disques identiques, leur rayon a est lié à la densité Φ par la relation $a = \sqrt{\Phi HL/N_s\pi}$. Une disposition complètement aléatoire des diffuseurs (voir Fig. 3) conduit à des temps de calculs trop élevés pour pouvoir étudier l'influence de divers paramètres (longueur d'onde incidente et densité de diffuseurs). Nous avons donc préféré utiliser des configurations périodiques perturbées. On construit de telles

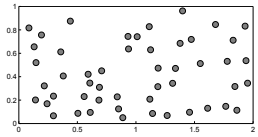

FIG. 3 – Répartition aléatoire $\phi = 5\%$

configurations en découpant le rectangle $H \times L$ en N_s carrés (de côté $d = 0.2$) et en disposant aléatoirement un diffuseur par carré (Fig. 4). Cette méthode permet

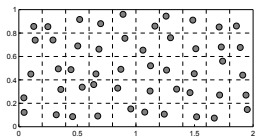

FIG. 4 – Répartition périodique perturbée $\phi = 5\%$

en outre de paralléliser les calculs, chacun des sous-calculs étant beaucoup plus rapide. Ainsi pour chacune des dix tranches de cinq diffuseurs, on calcule la matrice de transfert. Par exemple le calcul direct de la matrice pour les 50 diffuseurs prend de l'ordre de $(50/5)^2 = 100$ fois plus de temps que celui d'une tranche. Puis en combinant de façon appropriée ces matrices, on déduit la matrice de transfert de la couche entière. Cette méthode présente néanmoins l'inconvénient de produire des configurations où la répartition des diffuseurs voit son caractère aléatoire atténué par la périodicité de l'arrangement. Pour quantifier le désordre, on utilise la fonction RDF (Radial Distribution Function [10]) g, définie telle que $n_0 g(r)$ soit la densité locale moyenne à la distance r d'un diffuseur où $n_0 = N_s/(HL)$ est la densité totale de diffuseurs. Pour une densité surfacique $\Phi = n_0 \pi a^2 = 0.01$ et une répartition alétoire des diffuseurs, la RDF est nulle tant que r est plus petite que la distance d'exclusion entre diffuseurs (notre méthode pour générer un maillage éléments finis conduit à une distance $3a$) puis atteint rapidement la valeur asympotique 1 (Fig. 5). Pour une répartition périodique perturbée de même

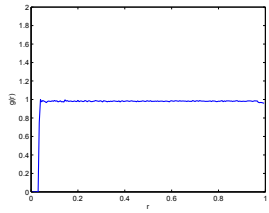

FIG. 5 – RDF pour une répartition aléatoire $\phi = 1\%$

densité (Fig. 6), la RDF oscille en phase avec la RDF d'une répartition purement périodique, correspondant à des pics localisés en des valeurs discrètes de la distance r. Les oscillations sont suffisamment faibles pour qu'on puisse considérer la répartition encore aléatoire. Plus la densité est grande, plus l'influence du réseau

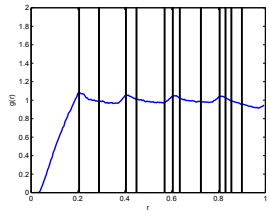

FIG. 6 – RDF pour une répartition périodique perturbée $\phi = 1\%$

périodique sous-jacent se fait ressentir. Dès une densité de 5% la répartition ne peut plus être considérée très proche d'une répartition aléatoire suivant une loi uniforme (cas $\Phi = 0.05$ en Fig. 7)

Dans toute la suite nous considérons comme champ incident le mode plan $p_{inc}(\mathbf{x}) = e^{ikx_1}$. Pour chaque configuration $j = 1$ to N_c on détermine autour des diffuseurs le champ diffracté p_j. Puis on déduit les champs p_j^+/p_j^- se propageant en aval/amont de la zone diffusante en déterminant leurs décompositions modales :

$$p_j^\pm(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{\pm,j} e^{\pm i\beta_n(x_1 \mp L/2)} \theta_n(x_2),$$

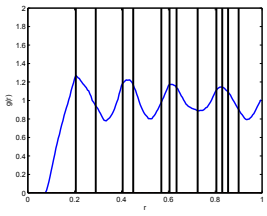

FIG. 7 – RDF pour une répartition périodique perturbée $\phi = 5\%$

pour $\pm(x_1 \mp L/2) \leq 0$. Les modes du guide sont définis par $e^{\pm i\beta_n x_1}\theta_n(x_2)$ où $\beta_n = \sqrt{k^2-(n\pi)^2}$ pour $n \leq N \equiv E(k/\pi)$ et $\beta_n = i\sqrt{(n\pi)^2-k^2}$ pour $n > k/\pi$ et $\theta_n(x_2) = \sqrt{2}\cos(n\pi x_2)$ ($\theta_0(x_2) = 1$).

3 Analyse des transferts d'énergie

De façon générale le flux de $p(x_1, x_2)$ à travers la section transverse du guide σ est défini par

$$\Phi(p) = \Im m\left(\int_\sigma \left(\bar{p}\frac{\partial p}{\partial x_1} - p\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1}\right) dx_2\right).$$

L'énergie de l'onde incidente est $2k$. Les énergies réfléchie et transmise par la configuration j, évaluées en $\sigma = \Sigma^{\mp}$, sont :

$$\left\{\begin{array}{rcl} R_j &=& \sum_{n=0}^N \dfrac{\beta_n |a_n^{-,j}|^2}{k}, \\ T_j &=& \sum_{n=0}^N \dfrac{\beta_n |a_n^{+,j}|^2}{k}. \end{array}\right.$$

Les énergies moyennes réfléchie et transmise sont naturellement définies par :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \langle R\rangle &=& \dfrac{1}{N_c}\displaystyle\sum_{j=1}^{N_c} R_j = \sum_{n=0}^{N} \dfrac{\beta_n \langle |a_n^-|^2\rangle}{k}, \\ \langle T\rangle &=& \displaystyle\sum_{n=0}^{N} \dfrac{\beta_n \langle |a_n^+|^2\rangle}{k}. \end{array}\right.$$

La conservation de l'énergie pour chaque configuration $R_j + T_j = 1$ implique la conservation des énergies moyennes $\langle R\rangle + \langle T\rangle = 1$. Par exemple, à la fréquence $k = 45$ pour laquelle il existe 15 modes propagatifs dans le guide, on observe que la transmission moyenne est totale pour les petites densité et décroît lorsque la densité croît (Fig. 8 (a)) ; ce qui n'est pas surprenant. Il est intéressant de déterminer comment l'énergie se répartit sur les différents modes. L'écriture $\langle R\rangle = \sum_{n=0}^N \langle R_n\rangle$ où $\langle R_n\rangle = \beta_n\langle |a_n^-|^2\rangle/k$ donne naturellement cette décomposition. L'analyse des coefficients $\langle R_n\rangle$ montre que tous les modes sont réflechis de façon significative : le mode plan est le plus réfléchi (il représente 20% de l'énergie réfléchie en $\Phi = 0.2$) et la contribution des autres modes est de l'ordre de 5% (Fig. 8 (b)). En transmission la situation est différente : seul le mode plan est transmis, les autres modes contribuant peu à l'énergie moyenne transmise.

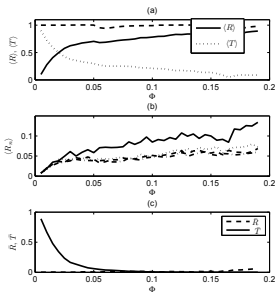

FIG. 8 – Bilans d'énergie $k = 45$

Les modèles analytiques pour la multi-diffusion considèrent le champ moyen :

$$\langle p^{\pm}\rangle(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \langle a_n^{\pm}\rangle e^{\pm i\beta_n(x_1 \mp L/2)}\theta_n(x_2),$$

pour $\pm(x_1 \mp L/2) \leq 0$. On associe naturellement le flux du champ moyen

$$\overline{\Phi}(p) = \Im m\left(\int_\sigma \left(\overline{\langle p\rangle}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x_1} - \langle p\rangle\overline{\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x_1}}\right) dx_2\right),$$

qui donne accès aux énergies du champ moyen réfléchi et transmis :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \bar{R} &=& \sum_{n=0}^N \dfrac{\beta_n |\langle a_n^+\rangle|^2}{k}, \\ \bar{T} &=& \sum_{n=0}^N \dfrac{\beta_n |\langle a_n^-\rangle|^2}{k}. \end{array}\right.$$

On obtient numériquement que $\bar{R} \simeq 0$, même lorsque $\langle R\rangle$ est grand, et on n'a évidemment plus conservation de l'énergie : $\bar{R} + \bar{T} \leq 1$ (Fig. 8 (c)). Ceci signifie que le champ réfléchi est totalement incohérent. En transmission nous avons obtenu que seule la contribution du mode plan ne disparaît pas après moyennage. Nous montrerons ultèrieurement que cette contribution se conserve entièrement après moyennage et donc qu'elle est totalement cohérente.

Un point important de cette analyse est que le champ moyen obtenu est purement plan, comme le suppose dans les modèles analytiques : $\langle p^{\pm}\rangle(\mathbf{x}) \simeq \langle a_0^{\pm}\rangle e^{\pm ik(x_1 \mp L/2)}$ pour $\pm(x_1 \mp L/2) \leq 0$.

4 Paramètres effectifs et comparaison à des modèles analytiques

Nous avons utilisé deux modèles analytiques de nombres d'onde effectifs, ceux de Foldy [1] et de Linton et Martin [11] :

$$\left\{\begin{array}{rcl} k_{\text{foldy}}^2 &=& k^2 + \delta_1 n_0, \\ k_{LM}^2 &=& k^2 + \delta_1 n_0 + \delta_2 n_0^2. \end{array}\right.$$

Ces formules sont obtenues pour des faibles densités ($n_0 a^2 \ll 1$ ou de façon équivalente $a \ll d$ où d est la distance moyenne entre diffuseurs) et pour des petites valeurs de n_0/k^2 (ou $\lambda \ll d$). Nos simulations numériques

sont effectuées dans les conditions $a \ll \lambda$ et $a \ll d$. Nous avons balayé la large gamme $\lambda/d = 0.5$ à 63. Notons que nous ne satisfaisons pas la condition $\lambda \ll d$. Au premier ordre en n_0 les deux formules analytiques coïncident. Les valeurs des constantes [11] sont $\delta_1 = 4i\sum_{n=-\infty}^{\infty} Z_n$ et $\delta_2 = 4\pi i b^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} Z_n Z_s d_{s-n}(kb)$ où $Z_n = J_n'(ka)/H_n'(ka)$, $d_n(x) = J_n'(x)H_n'(x) + [1 - (n/x)^2]J_n(x)H_n(x)$ où b est la distance d'exclusion ($b = 3a$ dans notre cas).

Pour déterminer le nombre d'onde effectif de nos expériences numériques, nous avons supposé, comme il est usuel en multi-diffusion, que le milieu diffusif pouvait être remplacé par un milieu homogène (Fig. 9). On

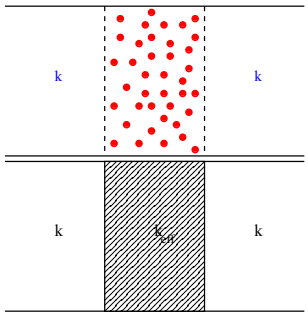

FIG. 9 – Milieu réel-milieu équivalent

cherche donc un champ moyen qui s'écrit :

$$\begin{aligned} p_-(\mathbf{x}) &= e^{ik(x_1+\frac{L}{2})} + re^{-ik(x_1+\frac{L}{2})} \quad \text{pour} \quad x_1 < -\frac{L}{2}, \\ p(\mathbf{x}) &= Ae^{ik_{\text{eff}}x_1} + Be^{-ik_{\text{eff}}x_1} \quad \text{pour} \quad -\frac{L}{2} < x_1 < \frac{L}{2}, \\ p_+(\mathbf{x}) &= te^{ik(x_1-\frac{L}{2})} \quad \text{pour} \quad x_1 > \frac{L}{2}, \end{aligned}$$

et qui satisfait les conditions de continuité :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} p_\pm\left(\pm\frac{L}{2}\right) & = & p\left(\pm\frac{L}{2}\right), \\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_\pm}{\partial x_1}\left(\pm\frac{L}{2}\right) & = & \frac{1}{\rho_{\text{eff}}}\frac{\partial p}{\partial x_1}\left(\pm\frac{L}{2}\right). \end{array} \right.$$

k et ρ sont des quantités connues, associées au fluide baignant les diffuseurs. Les experiences numériques donnent les amplitudes moyennes refléchie $r =< a_0^- >$ et transmise $t =< a_0^- >$. Les quantités A, B, k_{eff} et ρ_{eff} sont inconnues. En introduisant les paramètres :

$$\tau = \frac{k}{k_{\text{eff}}}\frac{\rho_{\text{eff}}}{\rho} \qquad \text{et} \qquad u = \frac{1+\tau}{1-\tau},$$

et en eliminant A and B on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} r+u & = & te^{-ik_{\text{eff}}L}u, \\ 1+ru & = & te^{ik_{\text{eff}}L}. \end{array} \right. \qquad (2)$$

L'élimination de u dans Eq. 2 conduit à $2t\cos(k_{\text{eff}}L) = 1+t^2-r^2$ (on remarque que k_{eff} est indépendant de ρ_{eff}) ce qui donne le nombre d'onde effectif numérique :

$$k_{\text{eff}}L = \pm\arccos\left[\frac{1+t^2-r^2}{2t}\right] + 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Le signe est choisi tel que $\Im m(k_{\text{eff}}) > 0$ (l'amplitude de l'onde cohérente doit décroître) et l'entier n tel que k_{eff} est proche de k (au moins pour les petites densités). Pour $k = 45$ la comparaison de k_{eff} à k_{foldy} et k_{LM} montre un bon accord pour des densités inférieures à 10%. Au delà de 10% l'atténuation obtenue numériquement est plus forte que celle prédite par les modèles analytiques (Fig. 10). Cette dernière remarque

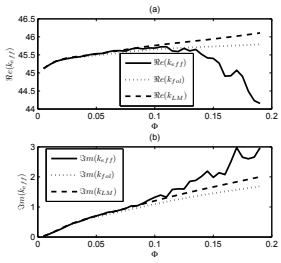

FIG. 10 – k_{eff} en fonction de la densité pour $k = 45$

n'est pas valable pour toutes les fréquences. Ainsi pour $\Phi = 0.12$ (Fig. 11) l'atténuation obtenue numériquement est moins forte que celle prédite par les modèles analytiques pour des fréquences moyennes (k entre 20 et 30) mais plus forte pour les hautes fréquences (k au delà de 40). Les pics en $k = 15(\simeq 5\pi)$ et $k = 31(\simeq 10\pi)$

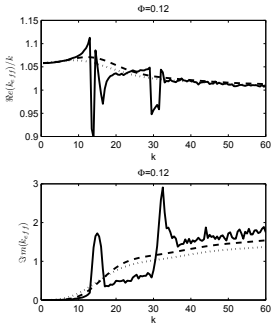

FIG. 11 – k_{eff} en fonction de la fréquence pour une densité $\Phi = 12\%$

correspondent aux fréquences centrales des bandes interdites du réseau périodique sous-jacent. En dehors de ces fréquences, les modèles de multi-diffusion analytiques s'appliquent comme le montre le cas d'une densité plus faible $\Phi = 0.04$ (Fig. 12). En d'autres termes, une répartition périodique perturbée ne se comporte en moyenne comme un réseau périodique qu'aux fréquences des bandes interdites de ce réseau. Pour toutes les autres fréquences, le comportement du champ moyen suit les lois des modèles analytiques, qui sont rappelons le fondés sur des distributions complètement aléatoires. Notons que ce résultat est aussi observé pour des densités moyennes.

Nous pouvons facilement accéder à la masse volumique effective, quantité "artificielle" (notamment complexe) introduite pour pouvoir écrire des conditions aux limites "usuelles" :

$$\frac{\rho_{\text{eff}}}{\rho} = \tau\frac{k_{\text{eff}}}{k} \quad \text{où} \quad \tau = \frac{u-1}{u+1} \quad \text{et} \quad u = \frac{te^{ik_{\text{eff}}L}-1}{r}.$$

A notre connaissance il n'existe pas de modèle donnant l'expression de ρ_{eff}/ρ, sauf en homogénéisation (régime basse fréquence [12]). Les variations de ρ_{eff}

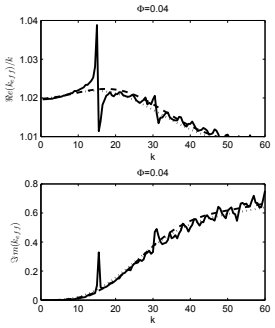

FIG. 12 – k_{eff} en fonction de la fréquence pour une densité $\Phi = 4\%$

en fonction de la densité ou de la fréquence obtenues numériquement, ne permettent d'intuiter aucun modèle simple. En pratique, comme r mesuré est très petit, on obtient une valeur de u très grande conduisant à une valeur de $\tau \simeq 1$. Nos résultats montrent clairement que ρ_{eff} reste proche de ρ (car k_{eff} est proche de k) et qu'il ne suit pas du tout la loi obtenue par homogénéisation, et ce même en régime basse fréquence.

5 Lien entre milieu effectif et milieu réel

Nous avons montré que pour des densités assez faibles le champ moyen est associé à un nombre d'onde effectif prévu par des modèles analytiques. Il est intéressant de s'interroger sur le lien entre un champ moyen et le champ associé à une réalisation. En d'autres termes il s'agit de quantifier la variance du processus aléatoire. Par ailleurs, en pratique on n'a pas réellement accès au champ moyen car on ne dispose que d'une réalisation. Néanmoins dans certaines situations (particules en mouvement, déplacement de l'émetteur d'ondes et du recepteur [6]), on peut calculer une approximation plus ou moins pertinente de cette moyenne.

Pour étudier l'écart entre le champ associé à une réalisation et le champ moyenné, nous avons comparé les transmissions de diverses quantités. Nous avons obtenu deux résultats complémentaires (Fig. 13) :

• La moyenne de l'énergie du mode plan $\langle T_0 \rangle$ est proche de l'énergie de la composante plane du champ moyen $\bar{T_0}$ (Fig. 13 (a)) ; ce phénomène ne s'observant que pour le mode plan.

• Pour des densités faibles (ou en régime basse fréquence) la moyenne de l'énergie transmise du mode plan $\langle T_0 \rangle = \sum_{j=1}^{N_c} T_0^j / N_c$ est proche de chacune des composantes T_0^j ; ce résultat étant obtenu en calculant la variance $\sigma^2(T_0) = \langle (T_0 - \langle T_0 \rangle)^2 \rangle$ (Fig. 13 (b)). Plus précisemment, pour $k = 45$ on obtient une variance d'au plus 10% ($\sigma(T_0)/\langle T_0 \rangle = 0.1$) pour $\Phi \leq 1\%$. Ce seuil croît pour les basses fréquences et on atteint $\Phi \leq 16\%$ pour $k = 10$.

Finalement ces deux résultats combinés indiquent que pour des densités modérées, une mesure de l'énergie transmise par la composante plane d'un champ issu d'une réalisation T_0^j est proche de l'énergie de la composante plane du champ moyen $\bar{T_0}$. En pratique, si on mesure un champ transmis et qu'on en extrait la composante plane, celle-ci est bien décrite par les modèles analytiques dès lors que l'on se situe dans une gamme de densités modérées ou dans un régime basse fréquence.

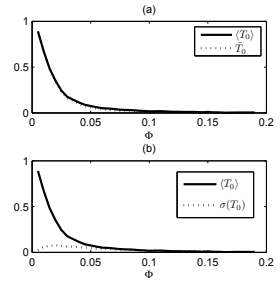

FIG. 13 – Bilans d'énergie pour la composante plane et $k = 45$

6 Extensions de la méthode

L'utilisation d'une méthode à base d'éléments finis permet de considérer des obstacles de forme quelconque. Nous avons ainsi testé le cas d'obstacles carrés orientés aléatoirement (Fig. 14)

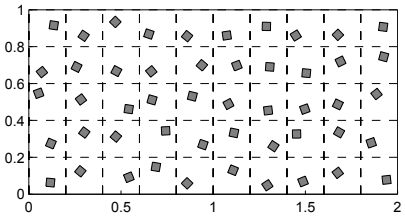

FIG. 14 – Cas de diffuseurs carrés

La comparaison entre la transmission obtenue numériquement et celles prévues par les modèles analytiques (Fig. 15) montre, comme pour les obstacles cylindriques, qu'il y a un très bon accord pour le régime basse fréquence. L'atténuation obtenue numériquement est moins forte que celle prédite par les modèles analytiques pour des fréquences moyennes (k entre 20 et 30) et plus forte pour les hautes fréquences (k au delà de 30). On observe aussi qu'à densité égale, l'atténuation en présence des carrés est plus forte qu'en présence de disques. Ceci est certainement dû à la diffraction plus forte induite par les coins des carrés. L'extension au cas

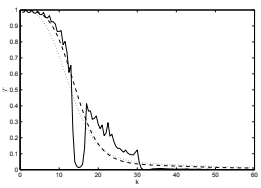

FIG. 15 – Transmissions par des carrés en fonction de la fréquence pour $\Phi = 8\%$

de diffuseurs pénétrables (obstacles remplis d'un fluide ou obstacles élastiques en présence d'ondes SH) nécessite des développements supplémentaires mais ne soulève aucune difficulté nouvelle.

Références

[1] L.L. Foldy, "The multiple scattering of waves. I : General Theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers", *Physical Review.* 67, 107-119 (1945).

[2] M. Chekroun, L. Le Marrec, B. Lombard, J. Piraux, O. Abraham, "Comparison between a multiple scattering method and direct numerical simulations for elastic wave propagation in concrete", *Ultrasonic Wave Propagation in Non Homogeneous Media*, Series : Springer Proceedings in Physics, 128, A. Leger, M. Deschamps (Eds.), 317-327 (2008).

[3] K. Nakashima, S. Biwa, E. Matsumoto, "Elastic Wave Transmission and Stop Band Characteristics in Unidirectional Composites", *J Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering* 2, 1195-1206 (2008).

[4] J. Segurado, J. Llorca, "A numerical approximation to the elastic properties of sphere-reinforced composites", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 50, 2107-2121 (2002).

[5] N.A. Gumerov, R. Duraiswami, "Computation of scattering from clusters of spheres using the fast multipole method", *J. Acoust. Soc. Am.* 117, 1744-1761 (2005).

[6] A. Derode, V. Mamou, A. Tourin, "Influence of correlations between scatterers on the attenuation of the coherent wave in a random medium", *Phys. Rev. E* 74, id. 036606 (2006).

[7] B.C. Gupta, Z. Ye, "Localization of classical waves in two-dimensional random media : A comparison between the analytic theory and exact numerical simulation", *Physical Review E* 67, id. 036606 (2003).

[8] S. Biwa, F. Kobayashi, N. Ohno, "Influence of disordered fiber arrangement on SH wave transmission in unidirectional composites", *Mechanics of Materials* 39, 1-10 (2007).

[9] Eric Lunéville, Jean-Francois Mercier, "Waves in Random and Complex MediaFinite Element Simulations of Multiple Scattering in Acoustic Waveguides", accepté par *Waves in Random and Complex Media* (2010).

[10] R. Pyrz, "Correlation of microstructure variability and local stress field in two-phase materials", *Mater. Sci. Eng.* A177, 253-259 (1994).

[11] C.M. Linton, P.A. Martin, "Multiple scattering by random configurations of circular cylinders : Second-order corrections for the effective wavenumber", *J. Accoust. Soc. America* 117, 3413-3423 (2005).

[12] J. G. Berryman, "Long-wavelength propagation in composite elastic media I. Spherical inclusions", *J. Accoust. Soc. America* 68, 1809-1819 (1980).