HAL
open science

Filtre à fenêtre glissante pour l'estimation de l'attitude et des vitesses d'un projectile

Bertrand Grandvallet, Ali Zemouche, Mohamed Boutayeb, Sébastien Changey

To cite this version:

Bertrand Grandvallet, Ali Zemouche, Mohamed Boutayeb, Sébastien Changey. Filtre à fenêtre glissante pour l'estimation de l'attitude et des vitesses d'un projectile. Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010, Jun 2010, Nancy, France. pp.CDROM. hal-00543073

HAL Id: hal-00543073

https://hal.science/hal-00543073v1

Submitted on 5 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Filtre à Fenêtre Glissante Pour l'Estimation de l'Attitude et des Vitesses d'un Projectile

Bertrand Grandvallet[1,2], Ali Zemouche[1], Mohamed Boutayeb[1], Sébastien Changey[2]

[1]Centre de Recherche en Automatique de Nancy,
UMR 7039 – Nancy-Université, CNRS
IUT de Longwy
186 rue de Lorraine 54400 COSNES ET ROMAIN - France
Bertrand.Grandvallet@uhp-nancy.fr

[2]Institut Franco-Allemand de Recherche de Saint-Louis
5 rue du Général Cassagnou 68300 SAINT-LOUIS - France

Résumé—
Ce papier traite du problème de guidage d'un projectile stabilisé par rotation. Nous apportons une contribution au niveau la navigation grâce à des capteurs "bas-coût" de type accéléromètres et magnétomètres. Les fortes non-linéarités présentes dans les équations d'états (dynamique et sortie) du modèle nous restreignent à l'utilisation de peu de méthodes d'estimation. Nous proposons ici un Filtre de Kalman Etendu (FKE) utilisant une fenêtre glissante sur les mesures pour l'estimation de l'attitude (position angulaire) et des vitesses (linéaires et angulaires) de l'engin, en temps réel. Nous montrons au travers des simulations les bonnes performances du filtre particulièrement lors de fortes perturbations comme un coup de vent pendant la phase de vol.

Mots-clés— **Filtre de Kalman Etendu, Magnétomètres, Accéléromètres, Quaternions.**

Les auteurs remercient la Délégation Générale pour l'Armement (DGA) pour le financement de ce projet, contrat n° 07.34.028.

I. Introduction

Les munitions guidées deviennent aujourd'hui une nécessité dans le domaine militaire. Les principaux avantages de ce nouveau type d'armement est une meilleure capacité à atteindre une cible tout en limitant les dommages collatéraux. En conséquence la précision du guidage, la navigation et la commande embarquée sont des enjeux critiques. Pour commander ce type de système, le calculateur embarqué doit connaître en temps réel l'attitude, la vitesse et idéalement la position du projectile. Ces problèmes ont déjà été et sont encore largement traités depuis les années 60 dans le cadre des missions spatiales [1], [2], [3], mais ces méthodes sont difficilement applicables aux projectiles car il s'agit de deux comportements différents. Un projectile est stabilisé par un movement de rotation très rapide sur lui même. Pour marquer cette différence et ainsi exploiter cette caractéristique, nous utilisons des modèles spécifiques développés dans [4], et surtout dans l'ouvrage de référence [5], pour la synthèse de notre système de navigation. Le principal problème de ces modèles est la présence de non linéarités dans les équations d'évolution et surtout en sortie. De récents travaux traitent naturellement de la linéarisation de ces équations notamment dans [6], mais la perte d'informations ne permet que de prédire le point d'impact du projectile. Néanmoins cette approche est très utile dans le cadre de la synthèse de lois de commande de l'engin. Malheureusement la précision de ce modèle est insuffisante pour l'exploiter dans le cadre de la synthèse d'un estimateur, c'est pourquoi nous devons conserver un modèle non linéaire et donc utiliser des méthodes d'observation adaptées.

La théorie de l'estimation pour les systèmes non linéaires est un domaine de recherche très actif et ce depuis de nombreuses années [7], [8], [9], [10], [11]. Malgré l'important flux d'articles annuellement publiés sur le sujet, il reste un problème ouvert . En effet, les systèmes physiques sont en grande majorité modélisés par des équations non linéaires complexes, c'est pourquoi il fut tout naturel de chercher des solutions pour les contrôler. La synthèse d'estimateurs est un enjeu primordial pour la synthèse de loi de commande, diagnostique ou supervision des systèmes physiques. Parmi les méthodes standards, l'une d'elle consiste à utiliser des transformations non linéaires pour changer de repère et ainsi obtenir un système linéaire (ou pseudo linéaire). Il suffit alors d'utiliser les méthodes bien connues de synthèse d'estimateurs pour les systèmes linéaires. Malheureusement, d'un point de vue pratique, et pour beaucoup de processus multi entrées/sorties, ce type d'approche est rarement applicable. Lorsque les conditions de faisabilité ne sont pas réunies pour obtenir des formes canoniques, une solution simple et bien souvent efficace consiste à utiliser le FKE dans un contexte deterministe ou stochastique. En dépit d'une forte popularisation de l'algorithme notamment dans l'industrie, elle denote deux principaux défauts. Le premier est une grande sensibilité quand à son initialisation et aux perturbations (en particulier en présence de fortes non linearités du modèle). Les bonnes performances du filtres diminuent alors significativement pour de petites variations au niveau de l'initialisation ainsi que de légères perturbations. Le second concerne le fait que très peu de résultats ont été établit sur l'analyse de la stabilité du filtre. En effet même si aujourd'hui le mécanisme de convergence du Filtre de Kalman (FK) dans le cas linéaire est bien compris, l'analyse de la stabilité du FKE (systèmes non linéaires) est loin d'être établie. Le principal résultat concernant ce problème à été développé par Song et al. dans [12].

Dans cet article, nous apportons une contribution sur l'estimation d'attitude et de vitesse d'un projectile à l'aide

d'un filtre dérivé du célèbre FKE. Habituellement, le FKE est l'approche la plus courante pour ce type de système [13], [14], [15], [16], mais comme expliqué précédemment, ce filtre est très sensible aux erreurs d'initialisation et au perturbations. Le but est d'assurer la convergence du filtre en dépit de fortes non linearités dans les équations d'état mais également dans les équations de sorties. En effet nous utilisons des magnétomètres et des accéléromètres pour leur qualités de robustesse vis-à-vis l'accélération subie au moment du tir ($\simeq$ 15 000 g), ainsi que pour leur faible coût. Une autre contrainte imposée aux algorithmes développés est qu'ils doivent être suffisamment légers pour être calculés "en ligne" de manière embarquée à bord du projectile. Nous proposons donc un FKE tenant compte d'une fenêtre de mesures précédente pour accroître la quantité d'informations disponibles, en vue d'obtenir une meilleure précision du filtre tout en limitant l'influence des perturbations. L'un des principaux avantages de cette méthode réside dans le fait que peu de calculs supplémentaire sont requis par rapport au filtre standard, ce qui présente un atout important en vue de son implantation sur un système embarqué. L'idée d'utiliser une fenêtre glissante n'est pas nouvelle et a été éprouvée depuis longtemps [17],[18]. Le point faible de ces méthodes est qu'il est difficiles de les appliquer en temps-réel. C'est pourquoi nous avons cherché à définir des algorithmes tirant profit des informations précédentes tout en restant légers en charge de calculs, afin d'être facilement portés sur une architecture embarquée. Dans [19], nous avons notamment montré que cette approche dans le cadre de la synthèse d'observateurs robuste, permet d'obtenir de meilleures performances que l'approche classique dans un contexte bruité. Dans [20], nous avons déjà obtenu de bons résultats dans le cadre du filtre de Kalman, mais nous considérions un modèle pouvant présenter des singularités. Afin de s'en affranchir nous utilisons les quaternions plutôt que les angles d'Euler ou de Cardan afin de représenter l'attitude du projectile. Nous tenons également compte de mesures issues d'accéléromètres dans le but d'accroître la précision de l'estimateur.

Dans un premier temps nous présenterons le modèle considéré ainsi que la formulation de notre approche du FKE tenant compte des mesures précédentes. La dernière partie de l'article sera consacrée aux résultats de simulation, au travers desquels nous comparerons notre approche à la formulation standard ne considérant qu'une seule mesure. Enfin nous conclurons par quelques remarques.

Notations : Les notation suivantes seront utilisées tout au long de l'article.

- A^T est la matrice transposée de la matrice A
- I_r est une matrice identité de dimension r
- $E(x)$ est la moyenne du vecteur x
- diag$[a_1\ a_2\ ...\ a_k]$ est la matrice diagonale

$$\begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_k \end{bmatrix}$$

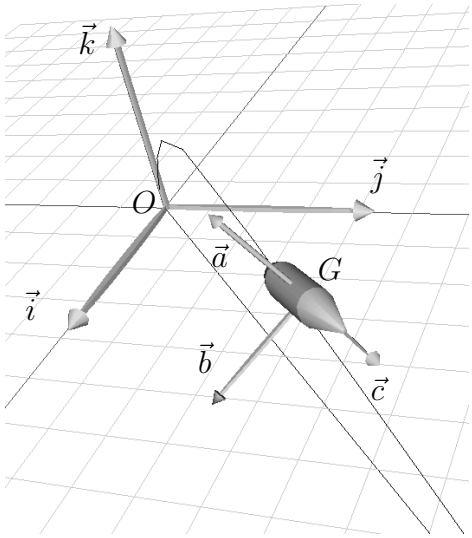

Fig. 1. Repères liés à la Terre et au projectile

II. Modélisation du système

De nombreux travaux traitent de la modélisation des projectiles [21], [6], [4], parmi eux nous utiliserons principalement [22] et [5] pour la synthèse du modèle que nous utilisons.

A. Représentation du système

Pour representer le comportement du projectile, nous considérons deux repères, $R_e(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le repère inertiel lié au sol, et $R_b(G, \vec{c}, \vec{a}, \vec{b})$ le repère lié au centre de gravité du projectile, voir Fig. 1. L'attitude du projectile est alors typiquement la position angulaire de R_b par rapport à R_e. Afin de s'affranchir de toutes singularités, nous choisissons d'utiliser les quaternions pour paramétrer la matrice d'attitude, selon [23].

B. Equations dynamiques

Le modèle dynamique est directement déduit des loi fondamentales de Newton-Euler :

$$m\frac{d\vec{v}_G}{dt}_{R_b} + \vec{w} \wedge m\vec{v}_G = \vec{F} \tag{1}$$

$$\frac{d\mathrm{I}\vec{w}}{dt}_{R_b} + \vec{w} \wedge \mathrm{I}\vec{w} = \vec{M} \tag{2}$$

Où I est la matrice d'inertie définie par diag$[I_{xx}\ I_{yy}\ I_{yy}]$, $\vec{w} = [p\ q\ r]^T$ est le vecteur vitesse angulaire exprimé dans R_b. $\vec{M}$ et $\vec{F}$ sont respectivement les moments et les forces appliquées au projectile. m est sa masse, $\vec{v}_G = [u\ v\ w]^T$ est le vecteur vitesse (linéaire) du centre de gravité par rapport au repère inertiel R_e et projeté sur le repère lié au projectile R_b. Les expressions des forces et moments ici présentées sont issues de [22] et [5].

Remarque 1 : u, v, w et p, q, r sont respectivement les vitesses linéaires et angulaires dans le repère R_b et $I_{yy} = I_{zz}$ en conséquence de la symétrie du corps autour de $\vec{c}$.

Nous considérons $\vec{F}$ comme la somme des forces suivantes exprimées dans R_b,

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_c \\ F_a \\ F_b \end{bmatrix} = \vec{L} + \vec{K} + \vec{D} + \vec{C} + \vec{G} \tag{3}$$

Où F_c, F_a, F_b sont les expressions des forces sur les axes du projectile (respectivement $\vec{c}$, $\vec{a}$ et $\vec{b}$). Les forces considérées sont celles de portance ($\vec{L}$), Magnus ($\vec{K}$), résistance ($\vec{D}$), Coriolis ($\vec{C}$) et de gravité ($\vec{C}$).

Nous considérons également $\vec{M}$ comme la somme des moments suivants,

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} M_c \\ M_a \\ M_b \end{bmatrix} = \vec{M}_{PY} + \vec{M}_K + \vec{M}_{RD} + \vec{M}_{PYD}$$

où M_c, M_a, M_b sont les expressions des moments autour des axes du projectile (respectivement $\vec{c}$, $\vec{a}$ et $\vec{b}$). Les moments considérés sont ceux de tangage ($\vec{M}_{PY}$), Magnus ($\vec{M}_K$), amortissement de roulis ($\vec{M}_{RD}$), et d'amortissement de pendulation ($\vec{M}_{PYD}$). Pour des raisons de place, le détail des équations (forces et moments) n'est pas indiqué mais est disponible dans [5].

B.1 Evolution des vitesses linéaires

En développant (1), nous obtenons les équations différentielles non linéaires de la vitesse suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_c}{m} \\ \frac{F_a}{m} \\ \frac{F_b}{m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{4}$$

B.2 Evolution des vitesses angulaires

En développant (2), nous obtenons les équations différentielles non linéaires de la vitesse angulaire suivantes :

$$\dot{p} = \frac{M_c}{I_{xx}} \tag{5}$$

$$\dot{q} = \frac{M_a - rp(I_{xx} + I_{yy})}{I_{yy}} \tag{6}$$

$$\dot{r} = \frac{M_b + qp(I_{xx} - I_{yy})}{I_{yy}} \tag{7}$$

B.3 Evolution de l'attitude

L'équation d'évolution du quaternion est donnée par :

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} Q \tag{8}$$

où $Q = [a\ b\ c\ d]^T$

B.4 Evolution de la position

La position du projectile est clairement non observable sans informations supplémentaires (GPS : Global Positioning System, par exemple). Néanmoins, nous introduisons ici les relations d'évolution de la position, même si elles ne sont pas utilisées dans l'algorithme de filtrage :

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{9}$$

où R est la matrice de rotation de R_e vers R_b définie en fonction du quaternion d'attitude, et P_x, P_y, P_z sont les coordonnées de la position du projectile dans R_e.

C. Modélisation des sorties (ou capteurs)

Nous utilisons deux type de capteurs, trois magnétomètres et trois accéléromètres montés orthogonalement. En effet, nous disposons donc de six mesures (deux par axe). Le triplet de magnétomètres mesure la projection du champ magnétique terrestre selon les axes du projectile ($\vec{c}$, $\vec{a}, \vec{b}$). Nous supposons que le champ magnétique est connu dans le repère lié au sol $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, et nous le mesurons donc dans le repère lié au projectile. La matrice de rotation permettant le passage d'un repère à l'autre représente l'information d'attitude.

$$Y_m = \vec{H}_{Corps} = \begin{bmatrix} H_c \\ H_a \\ H_b \end{bmatrix} \tag{10}$$

avec

$$\vec{H}_{Corps} = R^T \vec{H}_{Terre} \tag{11}$$

où

$$\vec{H}_{Terre} = \begin{bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_k \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = f(a, b, c, d) \tag{12}$$

Remarque 2 : $\vec{H}_{Terre}$ est la projection du champs magnétique terrestre sur R_e et est supposé connue au départ du tir.

Les mesures issues des accéléromètres sont directement exprimées en fonction des forces appliquées au projectile :

$$Y_a = \frac{\vec{F}}{m} \tag{13}$$

Où $\vec{F}$ est défini dans (3).

Le vecteur complet des mesures est alors :

$$y(k) = \begin{bmatrix} Y_a \\ Y_m \end{bmatrix} + \delta \tag{14}$$

Où δ est un bruit supposé blanc.

III. Synthèse de l'estimateur proposé

Le principal problème dans le cas du système associé au projectile réside dans le fait que peu de méthodes sont applicables. En effet, les nombreuses et fortes non linéarités en présence conduisent généralement les chercheurs ou les ingénieurs à utiliser le FKE pour résoudre le problème d'estimation. Nous proposons ici d'utiliser

un FKE qui prend en compte une fenêtre glissante de mesures afin d'augmenter la précision ainsi que la robustesse d'estimation. Nos récents travaux montrent que nous obtenons toujours de meilleurs résultats en utilisant notre approche sur des systèmes linéaires et non linéaires. Nous présentons donc dans cette section la synthèse de l'estimateur.

A. Structure de l'estimateur proposé

Pour construire un FKE avec fenêtre glissante, nous considérons une forme générale d'un système non linéaire temps discret :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k) + w_k \\ y_k = h(x_k) + v_k \end{cases} \tag{15}$$

Où $x_k \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $y_k \in \mathbb{R}^{\mathbb{P}}$ sont les vecteurs d'état et de sortie à l'instant k, respectivement. Les fonctions non linéaires $f(x_k)$ et $h(x_k)$ étant continues et dérivables. Par ailleurs, l'observateur que nous utilisons est donné par:

$$\hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k) + K_k \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-N+1} - h(\hat{x}_{k-N+1}) \end{pmatrix} \tag{16}$$

B. Calcul des paramètres du filtre

Par définition, nous pouvons écrire:

$$P_k^k = E(\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T) \tag{17}$$

où

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \tag{18}$$

Considérant les approximations suivantes:

$$f(x_k) - f(\hat{x}_k) \simeq A_k \tilde{x}_k \tag{19}$$

$$h(x_k) - h(\hat{x}_k) \simeq C_k \tilde{x}_k \tag{20}$$

où

$$A_k = \frac{\partial f}{\partial x_k}(\hat{x}_k) \tag{21}$$

et

$$C_k = \frac{\partial h}{\partial x_k}(\hat{x}_k) \tag{22}$$

ainsi que

$$E(w_k) = E(v_k) = 0$$

Nous pouvons développer P_{k+1}^{k+1} pour obtenir

$$\begin{aligned} P_{k+1}^{k+1} = {} & A_k P_k^k A_k^T + K_k H_k \bar{P}_k H_k^T K_k^T \\ & - A_k [P_k^k \ P_k^{k-1} \ \cdots \ P_k^{k-N+1}] H_k^T K_k^T \\ & - K_k H_k \begin{pmatrix} P_k^k \\ P_{k-1}^k \\ \vdots \\ P_{k-N+1}^k \end{pmatrix} A_k^T + K_k R_k K_k^T + Q \end{aligned} \tag{23}$$

où

$$H_k = \mathrm{diag}[C_k(\hat{x}_k) \ \ldots \ C_k(\hat{x}_{k-N+1})]$$

Nous définissons Q et R, respectivement les matrices de covariance de bruits sur les états mesures, comme :

$$Q = E(w_k w_k^T)$$

$$R = E(v_k v_k^T)$$

Dans l'expression de (23), intervient la matrice de covariance d'erreur d'estimation globale $\bar{P}_k$. Cette matrice est calculée à l'instant suivant comme suit :

$$\bar{P}_{k+1} = \begin{pmatrix} P_{k+1}^{k+1} & P_{k+1}^k & \cdots & P_{k+1}^{k-N+2} \\ P_k^{k+1} & & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ P_{k-N+2}^{k+1} & & \cdots & P_{k-N+2}^{k-N+2} \end{pmatrix} \tag{24}$$

Où d'une itération à l'autre, seule la première ligne est inconnue et peut être calculée par (23) pour le premier élément, les autres sont définis par :

$$P_{k+1}^{k-i} = E(\tilde{x}_{k+1} \tilde{x}_{k-i}^T) \tag{25}$$

$$P_{k+1}^{k-i} = A_k P_k^{k-i} - K_k H_k \begin{pmatrix} P_k^{k-i} \\ P_{k-1}^{k-i} \\ \vdots \\ P_{k-N+1}^{k-i} \end{pmatrix} \tag{26}$$

Nous devons calculer K_k, afin de minimiser la trace de la matrice de covariance d'erreur (P_{k+1}^{k+1}) :

$$\frac{\partial trace(P_{k+1}^{k+1})}{\partial K_k} = 0 \tag{27}$$

Ainsi, nous obtenons K_k satisfaisant (27) :

$$K_k = A_k [P_k^k \ P_k^{k-1} \ \cdots \ P_k^{k-N+1}] H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R)^{-1} \tag{28}$$

Le fait d'utiliser une fenêtre glissante sur les mesures introduit une matrice $\bar{P}_{k+1}$ et ses éléments, le calcul de K_{k+1} tient alors compte des mesures précédentes et diffère en ce sens d'un FKE classique.

L'initialisation du filtre est donnée par le FKE dans sa formulation classique :

$$\begin{aligned} S_{k+1} = {} & A_k S_k A_k^T - \bar{K}_k C_k S_k A_k^T + Q \\ = {} & A_k \left(S_k^{-1} + C_k^T R^{-1} C_k \right)^{-1} A_k^T + Q \end{aligned}$$

et

$$\bar{P}_0 = \mathrm{diag}[S_N \ S_{N-1} \ \ldots \ S_0]$$

Où S_k est la matrice de covariance d'erreur d'estimation d'état du FKE.

Le fait d'utiliser une fenêtre glissante sur les mesures introduit la matrice $\bar{P}_{k+1}$ et ses éléments. Ainsi, la formulation de K_{k+1} diffère du cas classique et tient alors compte des précédentes mesures.

IV. Simulations numériques

A. Méthode de simulation

Dans cette section nous présentons les résultats obtenus en simulation. Nous considérons ici le cas bruité avec vent pour montrer les meilleures performances de l'estimateur proposé par rapport à la formulation classique du FKE. Pour simuler le système, nous utilisons la méthode d'intégration de Runge-Kutta à l'ordre 4. En raison de la dynamique très élevée du système ($\simeq 200$ tr/s, de rotation autour de l'axe $\vec{c}$), le pas d'intégration est très faible (10^{-4}s).

Afin de préserver la contrainte unitaire du quaternion, à chaque estimé il est normalisé comme dans [24] par :

$$\hat{Q} = \frac{\hat{Q}_e}{\|\hat{Q_e}\|}$$

Où $\hat{Q}_e$est le quaternion estimé par le filtre et $\hat{Q}$ est la normalisation du quaternion estimé.

Pour la simulation, nous considérons un projectile de 155 mm et de 45 kg. Voici les vecteurs d'initialisation du système $x_0 = [680\ 0\ 0\ 1370\ 0\ \ -2\ Q_0^T]^T$ ainsi que du filtre $\hat{x}_0 = [690\ 10\ 10\ 1470\ 0.5\ \ -2.5\ \hat{Q}_0^T]^T$

où chaque Q_0 est calculé à partir des angles d'Euler (ψ, θ, ϕ, respectivement autour de $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$) pour avoir une représentation physique des angles, soit :

$$\psi_0 = 0°, \theta_0 = 25°, \phi_0 = 0°, \hat{\psi}_0 = 0°, \hat{\theta}_0 = 40°, \hat{\phi}_0 = 200°$$

Les paramètres du filtre sont :

- $S_0 = 10^7\ I_n$ avec n la dimension du système.
- $Q_0 = \text{diag}[10^{-2}\ 10^{-2}\ 10^{-2}\ 10^{-2} 10^{-2}$ $10^{-2} 10^{-10} 10^{-10} 10^{-10} 10^{-10}]$
- $R_0 = \text{diag}[10\ 10^{-1}\ 10^{-1}\ 10^{-1}\ 10^{-1}\ 10^{-1}]$

Remarque 3 : Le bruit ajouté est d'environ 10% de l'amplitude du signal sur chaque capteur.

B. Commentaires

Dans les résultats de simulations de l'attitude nous choisissons de montrer les angles d'Euler pour une meilleure visibilité du lecteur, même si ces angles ne sont pas explicitement présent dans le filtre (nous utilisons un quaternion). Pour montrer la robustesse de notre approche, nous appliquons un coup de vent latéral pour perturber le système à 1 seconde de simulation.

D'abord il est facile de constater sur toutes les figures que le FKE est peu robuste face à ce type de perturbation puisqu'il diverge immédiatement. Ensuite, il est intéressant de constater que si l'on augmente le nombre de mesures, la précision de l'estimation augmente elle aussi, ce phénomène est parfaitement visible sur les figures 2, 3 et 5. L'angle de lacet (ψ) est le plus difficilement estimable avec des magnétomètres et des accéléromètres, néanmoins nous constatons sur la figure 2 que si l'on utilise une fenêtre de vingt mesures l'estimateur alors converge. C'est à dire que si l'on augmente la taille de la fenêtre nous obtenons de meilleures performances. La limite sera alors imposée par le nombre de calculs et donc par la capacité du processeur. En effet, pour ce système, plus de vingt mesures n'est pas justifié car le benefice devient de plus en plus faible alors que le nombre de calcul croît significativement. L'utilisateur doit trouver le bon compromis entre précision et temps de calcul en fonction du système considéré.

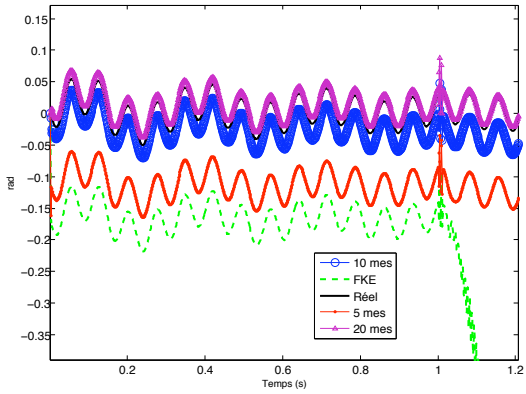

Fig. 2. Angle ψ (lacet)

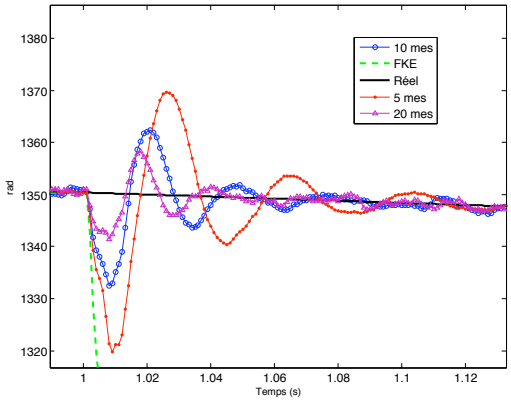

Fig. 3. Vitesse angulaire p

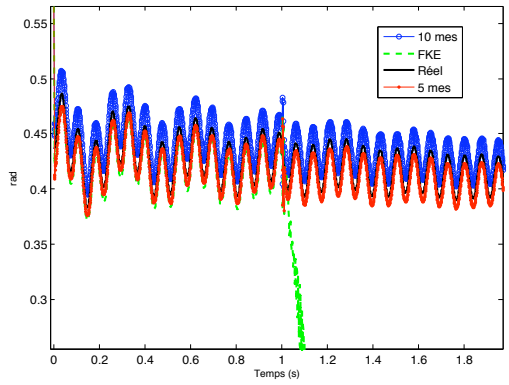

Fig. 4. Angle θ (tangage)

Remarque 4 : Le cas du filtrage avec vingt mesures n'apparaît sur les figures 4, 6, 7 et 8 dans un souci de clarté des simulations car les estimations avec cinq et dix mesures sont suffisamment précises.

V. Conclusion

Dans ce papier, nous présentons un nouvel estimateur appliqué à l'estimation d'attitude et de vitesses d'un projectile stabilisé par rotation. En dépit de la complexité du modèle, l'approche proposée montre de très bonnes performances et ce particulièrement en présence de perturba-

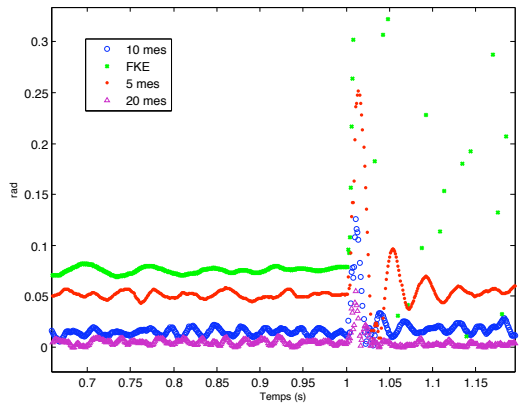

Fig. 5. Erreur d'estimation de l'angle ϕ (roulis)

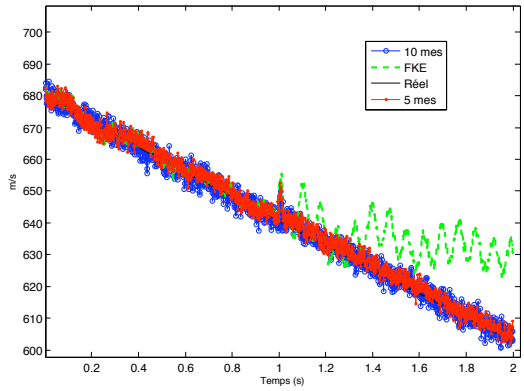

Fig. 6. Vitesse u (axe $\vec{c}$)

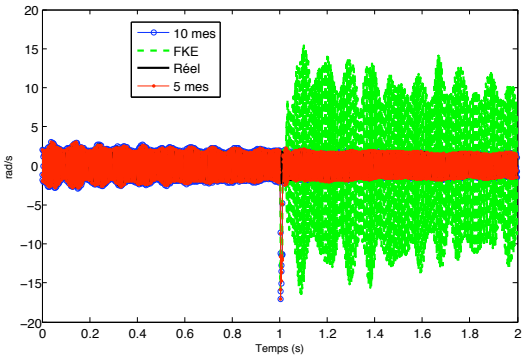

Fig. 7. Vitesse angulaire q

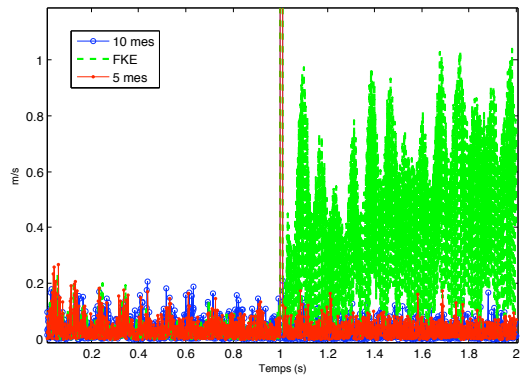

Fig. 8. Erreur d'estimation de la vitesse v (axe $\vec{a}$)

tions. Cette approche est simple à mettre en oeuvre et ne demande pas beaucoup plus de calculs que le FKE, notamment en vue de son implémentation sur un calculateur embarqué.

Références

[1] J. L. Crassidis, F. L. Markley, and Y. Cheng, "Survey of nonlinear attitude estimation methods," *Journal Of Guidance Control And Dynamics*, vol. 30, no. 1, p. 12, 2007.

[2] M. L. Psiaki, F. Martel, and K. P. Parimal, "Three axis attitude determination via kalman filtering of magnetometers data," *Journal of guidance*, vol. 13, 1990.

[3] M. D. Shuster, E. J. Lefferts, and F. L. Markley, "Kalman filtering for spacecraft attitude estimation," in *AIAA 20th Aerospace Sciences Meeting, Orlando, Florida*, vol. 232, 1982.

[4] R. F. Lieske, R. L. McCoy, and A. B. R. L. A. P. G. MD, *Equations of Motion of a Rigid Projectile*. Army Ballistic Research Lab Aberdeen Proving Gound MD, 1964.

[5] R. L. McCoy, *Modern exterior ballistics*. Schiffer Publishing, 2001.

[6] L. C. Hainz and M. Costello, "Modified projectile linear theory for rapid trajectory prediction," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 28, no. 5, p. 1006, 2005.

[7] M. Boutayeb, "Synchronization and input recovery in digital non-linear systems," *IEEE Trans. Circuits Syst. II:Express Brief*, vol. 51, no. 8, pp. 393–399, 2004.

[8] G. Ciccarella, M. Dalla Mora, and A. Germani, "A robust observer for discrete time nonlinear systems," *Syst. Contr. Lett.*, vol. 24, pp. 291–300, 1995.

[9] K. Reif and R. Unbehauen, "The extended kalman filter as an exponential observer for nonlinear systems," *IEEE Trans*, vol. 47, no. 8, pp. 2324–2328, 1999.

[10] A. Zolghadri, M. Monsion, D. Henry, C. Marchionini, and O. Petrique, "Development of an operational model-based warning system for tropospheric ozone concentrations in bordeaux, france," *Environmental Modelling and Software*, vol. 19, no. 4, pp. 369–382, 2004.

[11] P. M. N\org\aard, N. K. Poulsen, and O. Ravn, "New developments in state estimation for nonlinear systems," *Automatica*, vol. 36, no. 11, pp. 1627–1638, 2000.

[12] Y. Song and J. W. Grizzle, "The extended Kalman filter as a local asymptotic observer for nonlinear discrete-time systems," *J. Math., Estimation, Contr.*, vol. 5, no. 1, pp. 59–78, 1995.

[13] S. Changey, "Modelisation et estimation par filtrage nonlineaire de l'attitude d'un projectile a partir de magnetometres." Ph.D. dissertation, ISL/Supelec, 2005.

[14] S. Changey, D. Beauvois, and V. Fleck, "A mixed extended-unscented filter for attitude estimation with magnetometer sensor," in *American Control Conference, 2006*, 2006, p. 6.

[15] M. D. Ilg, "Guidance, navigation, and control for munitions," 2008.

[16] M. J. Wilson, *Projectile Navigation and the Application to Magnetometers*. University of Delaware, 2007.

[17] C. Rao, J. Rawlings, and D. Mayne, "Constrained state estimation for nonlinear discrete-time systems: stability and moving horizon approximations," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 2, pp. 246–258, Feb. 2003.

[18] A. Alessandri, M. Baglietto, and G. Battistelli, "Moving-horizon state estimation for nonlinear discrete-time systems: New stability results and approximation schemes," *Automatica*, vol. 44, no. 7, pp. 1753–1765, 2008.

[19] B. Grandvallet, A. Zemouche, M. Boutayeb, and S. Changey, "A moving horizon $\mathcal{H}_\infty$ observer for discrete-time systems," in *European Control Conference ECC'09, Budapest, Hungary*, August 2009.

[20] ——, "A software based approach for autonomous projectile attitude and position estimation," in *International Conference on Soft Computing as Transdisciplinary Science and Technology IEEE/ACM CSTST'08*, 2008.

[21] M. Costello and A. Peterson, "Linear theory of a dual-spin projectile in atmospheric flight," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 5, pp. 789–797, 2000.

[22] V. Fleck, *Introduction a la balistique exterieur*, 1999.

[23] V. Fleck, "The use of hamiltonian quaternions for determining the translational and rotational motion of a projectile," *Contrib. to Ballistics, Detonations, and Pulse Phys. p 22-35(SEE N 80-12205 03-31)*, 1979.

[24] D. Choukroun, I. Y. Bar-Itzhack, and Y. Oshman, "A novel quaternion kalman filter," *Multi-Campus: Retrieved from: http://www. escholarship. org/uc/item/16m98742*, 2006.