



**HAL**  
open science

## **Transducteurs réciproques capacitifs, du continu à 100 kHz : modélisation, comportement, applications**

Thomas Lavergne, Stéphane Durand, Dominique Rodrigues, Michel Bruneau

► **To cite this version:**

Thomas Lavergne, Stéphane Durand, Dominique Rodrigues, Michel Bruneau. Transducteurs réciproques capacitifs, du continu à 100 kHz : modélisation, comportement, applications. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00542885

**HAL Id: hal-00542885**

**<https://hal.science/hal-00542885v1>**

Submitted on 3 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Transducteurs réciproques capacitifs, du continu à 100 kHz : modélisation, comportement, applications

Thomas Lavergne<sup>1</sup>, Stéphane Durand<sup>1</sup>, Dominique Rodrigues<sup>2</sup>, Michel Bruneau<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM), UFR Sciences, av. Olivier Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9,  
{thomas.lavergne.etu,stephane.durand,michel.bruneau}@univ-lemans.fr

<sup>2</sup>Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE), 29 av. Roger Hennequin, 78197 Trappes Cedex, dominique.rodrigues@lne.fr

En raison d'une demande croissante de miniaturisation (par microfabrication en particulier) et en raison d'usages nouveaux notamment en métrologie de précision (étalonnages de précision, mesure de la constante de Boltzmann, ...), les transducteurs capacitifs réciproques de faibles dimensions, fonctionnant en haut-parleurs et en microphones, connaissent aujourd'hui un certain regain d'intérêt. Les exigences en termes de fréquences d'utilisation (du continu à 100 kHz), de précision dans la caractérisation, d'efficacité, de comportement en fluides divers et à des pressions statiques variées,... nécessitent de caractériser finement ces transducteurs dans diverses situations. Une modélisation analytique adaptée reste ainsi aujourd'hui un passage obligé, aussi bien pour l'étude amont d'un prototype dédié à une application nouvelle que pour la caractérisation aval d'un transducteur réservé à un usage particulier.

C'est l'objet de l'exposé que de présenter la modélisation analytique mise en place et d'en montrer l'application à un transducteur dont le mouvement de la membrane est caractérisé par des mesures de déformées au vélocimètre laser à balayage. L'intérêt du modèle repose sur les choix retenus pour la description de l'effet des orifices (dans l'électrode arrière) et de la fente périphérique sur la déformée de la membrane, en termes d'amortissements thermo-visqueux comme en termes de couplages avec les champs de déplacements particuliers dans la lame de fluide inter-électrodes et dans la cavité arrière de la capsule microphonique.

Le champ de déplacement d'une membrane de microphone demi-pouce (de caractéristiques géométriques et mécaniques connues), à des fréquences où la présence des orifices dans l'électrode arrière exerce une influence importante sur la déformée, et l'efficacité du transducteur sont analysés ; les performances du modèle et l'usage qui peut en être fait sont finalement discutés.

## 1 Introduction

De nombreux travaux portant sur les microphones de mesure électrostatiques (Figure 1), utilisés aussi bien comme émetteurs que récepteurs, ont été menés au cours des six dernières décennies [1-13]. Certains travaux traitent de l'influence de la pression statique, de la température statique et de la composition du gaz sur le comportement de ces microphones [14-16]. À l'heure actuelle, de nombreuses applications emploient de tels microphones dans des conditions et des gammes d'utilisation qui dépassent celles initialement prévues par le constructeur (comme par exemple l'étalonnage d'un microphone par la méthode de réciprocité en hautes fréquences [17,18] ou la détermination de la constante de Boltzmann par méthode acoustique sur une large gamme de pressions statiques et une large gamme de fréquences [19]).

La plupart des modèles analytiques qui traitent du comportement d'un microphone électrostatique sont basés sur -i) une description de l'impédance d'entrée (ou de la sensibilité) qui fait usage de circuits équivalents [11], -ii) une description globale (moyenne spatiale sur la surface du transducteur) du couplage entre la membrane, la lame de fluide (entre le diaphragme et l'électrode arrière) et la cavité arrière (par la fente annulaire périphérique et les orifices de l'électrode arrière) [5-7], -iii) une modélisation des effets dissipatifs dus aux perforations de l'électrode arrière [4,8,9], -iv) une description de l'effet d'une forme non-

plane de l'électrode arrière [12,13]. Bien que ces différents modèles analytiques de microphones capacitifs constituent des avancées significatives, ils ne prennent pas en compte l'effet local des perforations de l'électrode arrière ni sur le champ de déplacement de la membrane ni sur le champ de pression dans la lame de fluide.

Afin d'interpréter des résultats expérimentaux qui montrent que ces champs dépendent simultanément des coordonnées radiales et azimutales dans un large domaine de fréquences en usage de nos jours, le présent modèle prend en compte la composante normale de la vitesse particulière dans la lame de fluide au niveau des orifices de l'électrode arrière et de sa fente périphérique sous la forme de sources de débits volumiques (introduites dans le membre de droite de l'équation de propagation dans la lame de fluide). Les effets de la composante tangentielle de la vitesse particulière et de l'écart instantané de température dans la lame de fluide sont pris en compte, dans un nombre d'onde complexe, par application d'une condition de glissement et une loi polytropique pondérées par la porosité de l'électrode arrière.

Le champ de déplacement de la membrane mesuré par vélocimétrie laser à balayage sur un microphone demi-pouce type 4134 est comparé aux résultats théoriques (obtenus en utilisant des paramètres géométriques et mécaniques connus [7]) ; les performances du modèle sont ensuite discutées.

## 2 Le problème fondamental

Le système de coordonnées cylindrique  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  utilisé a son origine au centre  $O$  de la membrane et l'axe  $Oz$ , perpendiculaire à la membrane, est dirigé vers l'extérieur comme indiqué sur la figure 1. Les six perforations de l'électrode arrière sont régulièrement réparties à une distance  $r_1$  du centre. L'origine de la coordonnée azimutale ( $\theta=0$ ) est prise au centre d'un orifice de l'électrode arrière. L'épaisseur de la lame de fluide est notée  $\varepsilon$ . Le champ de pression entre la membrane et l'électrode arrière est supposé indépendant de la variable  $z$ .

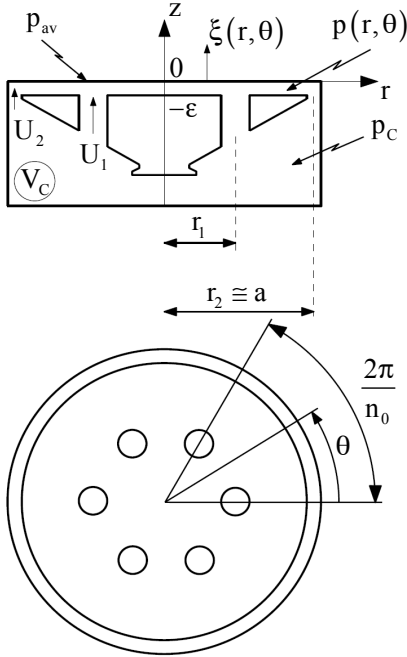


Figure 1 : vue en coupe d'un microphone électrostatique et vue de dessus de l'électrode arrière (membrane, électrode arrière avec perforations, fente annulaire périphérique et cavité arrière).

### 2.1 Équations du mouvement de la membrane

La membrane circulaire, appuyée à sa périphérie (condition de Dirichlet à la frontière du domaine en  $r = a$ ), est chargée à l'avant par une pression acoustique harmonique  $p_{av}$  supposée uniforme sur toute sa surface, et chargée à l'arrière par le champ de pression  $p(r, \theta)$  de la lame de fluide. Les équations du champ de déplacement de la membrane  $\xi(r, \theta)$  (positif lorsqu'il est dirigé le long de l'axe  $z$ ) s'écrivent

$$T \left( \partial_{rr}^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_{\theta\theta}^2 + K^2 \right) \xi(r, \theta) = p_{av} - p(r, \theta), \forall (r, \theta), \quad (1.a)$$

$$\xi(r=a, \theta) = 0, \forall \theta, \quad (1.b)$$

où  $K = \omega \sqrt{M_s/T}$ ,  $T$  et  $M_s$  étant respectivement la tension de la membrane et sa masse surfacique, et  $\omega$  la pulsation.

### 2.2 Équations du champ de pression dans la lame de fluide

Le champ de pression  $p(r, \theta)$  dans la lame de fluide, soumis à la condition de Neumann sur la périphérie, est à la fois couplé au champ de déplacement de la membrane et au champ de pression dans la cavité arrière par le biais de la fente annulaire périphérique et des perforations de l'électrode arrière.

L'effet de ces perforations se traduit d'une part par les effets de la composante tangentielle de la vitesse particulaire et de l'écart instantané de température dans la lame de fluide, pris en compte dans le nombre d'onde complexe  $\chi$  par application d'une condition de glissement et une loi polytropique pondérées par la porosité de l'électrode arrière [10], et d'autre part par la composante normale de la vitesse particulaire, non nulle en face des perforations, qui est prise en compte comme source de débit volumique dans le second membre de l'équation de propagation :

$$\left( \partial_{rr}^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_{\theta\theta}^2 + \chi^2 \right) p(r, \theta) = - \frac{\rho_0 \omega^2}{F_v} \frac{\xi(r, \theta)}{\varepsilon} - \frac{i \omega \rho_0}{F_v} \left[ \sum_{v_0=1}^{n_0} \frac{U_{1,v_0}(r, \theta)}{\varepsilon} \frac{\delta(r-r_1)}{r} \delta(\theta-\theta_{v_0}) + \frac{U(\theta)}{\varepsilon} \frac{\delta(r-r_2)}{r} \right], \forall (r, \theta), \quad (2.a)$$

$$\partial_r p(r=a, \theta) = 0, \forall \theta, \quad (2.b)$$

où  $\delta(r-r_1)\delta(\theta-\theta_{v_0})$  et  $\delta(r-r_2)$  sont des distributions de Dirac qui sont respectivement non nulles au droit des trous et de la fente annulaire.

### 2.3 Équations du champ de pression dans la cavité arrière

En hautes fréquences (jusqu'à 100 kHz) la cavité arrière ne peut plus être considérée comme étant une petite cavité car un champ modal y prend place. Le champ de pression à l'intérieur de la cavité, qui dépend des coordonnées radiales et azimutales, est traité de la même manière que le champ de pression dans la lame de fluide et est solution de l'équation de propagation :

$$\left( \partial_{rr}^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_{\theta\theta}^2 + \chi_c^2 \right) p_c(r, \theta) = \frac{i \omega \rho_0}{F_{vc}} \left[ \sum_{v_0=1}^{n_0} \frac{U_{1,v_0}(r, \theta)}{\varepsilon_c} \frac{\delta(r-r_1)}{r} \delta(\theta-\theta_{v_0}) + \frac{U(\theta)}{\varepsilon_c} \frac{\delta(r-r_2)}{r} \right], \quad (3.a)$$

$$\partial_r p_c(r=a, \theta) = 0, \forall \theta. \quad (3.b)$$

Considérant l'approximation onde plane pour les champs de pression dans chaque perforation et que la profondeur des orifices est très inférieure à la longueur d'onde, et considérant que l'épaisseur de la couche limite visqueuse est inférieure au rayon  $R$  de chaque orifice (les effets de la couche limite thermique sont ici négligés), la différence de pression de part et d'autre d'un trou est donnée par la loi de Poiseuille (en moyenne sur la section

d'un orifice) et traduite ici par l'admittance  $y_{1,v_0}$  [20], de telle sorte que le débit de chaque trou, noté  $U_{1,v_0}$ , prend la forme :

$$U_{1,v_0} = y_{1,v_0} [p_c(r_1, 0) - p(r_1, \theta = 0)]. \quad (4.a)$$

De la même manière le débit de la fente annulaire périphérique est écrit :

$$U(\theta) = y[p_c(r_2, \theta) - p(r_2, \theta)], \quad (4.b)$$

où  $y$  représente l'admittance d'entrée de la fente annulaire périphérique.

### 3 Solutions analytiques

La solution de l'équation (1.a) du champ de déplacement de la membrane est exprimée sur une base de fonctions propres de Dirichlet.

La solution pour le champ de pression dans la lame de fluide est exprimée sous la forme d'une somme de trois termes :

$$p(r, \theta) = p_h(r, \theta) + p_\xi(r, \theta) + p_u(r, \theta), \quad (5)$$

où  $p_h(r, \theta)$  représente la solution générale de l'équation (2.a) sans second membre,  $p_\xi(r, \theta)$ , qui est exprimée sur la base de fonctions propres de Dirichlet de la membrane, est la solution particulière de l'équation (2.a) en ne conservant que le premier terme du second membre (champ de déplacement de la membrane), et  $p_u(r, \theta)$ , qui est exprimée sur une base de fonctions propres de Neumann, est la solution de l'équation (2.a) avec comme unique second membre les termes de sources de débits volumiques des trous et de la fente périphérique. Les constantes d'intégration (qui apparaissent dans la solution  $p_h$ ) sont exprimées de façon à ce que la somme ( $p_h + p_\xi$ ) satisfasse aux conditions de Neumann (à l'instar de  $p_u$ ). Concernant les trous et la fente périphérique, les expressions des admittances (éq. 4.a et 4.b) sont celles données dans la littérature [20]. La forme de solution retenue pour le champ

de pression  $p_c$  dans la cavité arrière est analogue à celle retenue pour le champ de pression dans la lame de fluide.

Le champ de déplacement de la membrane est finalement obtenu par couplage de ces différentes solutions (via l'écriture des conditions d'interfaces).

### 4 Résultats et discussion

Le champ de déplacement de la membrane a été mesuré avec le système d'acquisition PVS 300-H, qui comprend un logiciel de post-traitement des données et de commande du vélocimètre laser à balayage. Le microphone B&K 4134, polarisé par un amplificateur de mesure B&K type 2609, possède six perforations au niveau de l'électrode arrière, et a été excité de façon électrostatique. Les paramètres géométriques et mécaniques utilisés pour les calculs sont ceux donnés dans l'article de Zuckerwar [7]. La valeur de la capacité du microphone a toutefois été « recalée » pour que la première fréquence de résonance de la membrane soit celle obtenue expérimentalement.

À titre d'exemple, la figure 2 représente le champ de déplacement de la membrane mesuré (à gauche) et théorique (à droite) à 72 kHz, fréquence à laquelle le déplacement est maximal au droit des perforations de l'électrode arrière.

Le résultat expérimental (figure 3a) montre bien que les orifices de l'électrode arrière peuvent avoir un effet important sur le champ de déplacement du diaphragme. L'amplitude maximale du déplacement (localisée en face de chaque perforation) prédit par le modèle est de 35 nm, résultat voisin de l'amplitude mesurée qui vaut 30 nm. De même, le déplacement du centre de la membrane, en opposition de phase par rapport au déplacement en face des orifices, vaut (-11) nm d'après la théorie et (-8,3) nm expérimentalement. Par contre, le modèle donne un champ de déplacement de la membrane surévalué sur sa périphérie (ceci résulte des approximations retenues sur la localisation des orifices entre le film fluide et la cavité arrière, représentées par des fonctions de Dirac).

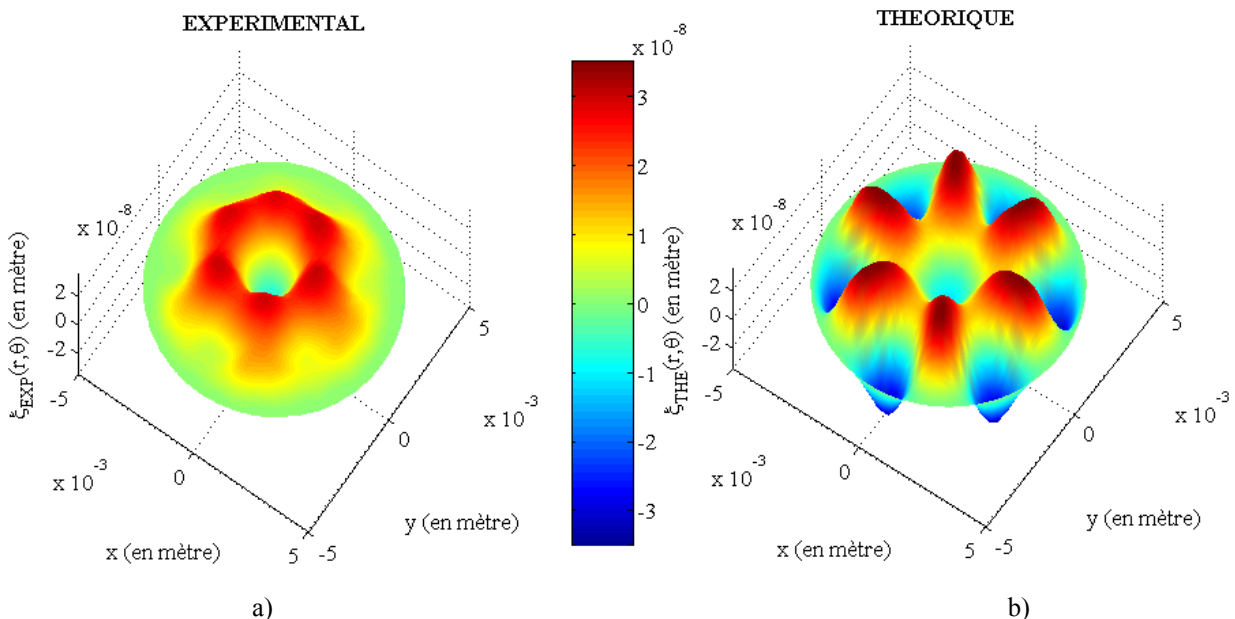


Figure 1 : champ de déplacement mesuré (à gauche) et théorique (à droite) de la membrane du microphone B&K type 4134 à la fréquence de 71,9 kHz.

## 5 Conclusion

Le comportement des membranes des microphones électrostatiques, de par leurs larges utilisations tant en émetteurs qu'en récepteurs et en raison de la demande toujours accrue de précision, doit être caractérisé le plus finement possible. L'approche analytique présentée ici, dont les solutions dépendent à la fois des coordonnées azimutales et radiales, permet d'obtenir des résultats mettant en évidence l'influence locale des perforations de l'électrode arrière sur le champ de déplacement du diaphragme.

La comparaison entre le résultat expérimental, obtenu par vélocimétrie laser à balayage, et le résultat théorique (présentés ci-dessus à une fréquence particulière à titre d'exemple), montre que le modèle permet d'estimer correctement l'amplitude du champ de déplacement. Il convient de préciser que les résultats théoriques peuvent être très sensibles aux valeurs de certains paramètres (notamment la capacité du microphone). Il convient également de noter que le champ de déplacement de la membrane sur sa périphérie est surévalué du fait que les perforations de l'électrode arrière sont considérées comme des sources de débits ponctuelles dans le modèle actuel, alors que ces orifices représentent environ 12% de la surface de l'électrode arrière.

## Références

- [1] Robey D.H., "Theory of the effect of a thin air film on the vibrations of a stretched circular membrane", *J. Acoust. Soc. Am.*, 26, 740-745 (1954).
- [2] Petritskaya I.G., "Impedance of a Thin Layer of Air in the Harmonic Vibration of Membrane", *Soviet Phys. Acoust.*, 12, 193-198 (1966).
- [3] Petritskaya I.G., "Vibrations of Membrane Loaded with Thin Layer of Air", *Soviet Phys. Acoust.*, 14, 105-106 (1968).
- [4] Škvor Z., "On acoustical resistance due to viscous losses in the air gap of electrostatic transducers", *Acustica* 19, 295-297 (1968).
- [5] Warren J.E., Brzezinski A.M., Hamilton J.F., "Capacitance microphone dynamic membrane deflections", *J. Acoust. Soc. Am.*, 54 (5), 1201-1213 (1973).
- [6] Warren J.E., "Capacitance microphone static membrane deflections: comments and further results", *J. Acoust. Soc. Am.*, 58 (3), 1201-1213 (1975).
- [7] Zuckerwar A.J., "Theoretical response of condenser microphones", *J. Acoust. Soc. Am.*, 64 (5), 1278-1285 (1978).
- [8] Homentcovshi D., R.N. Miles, "Modelling of viscous damping of perforated planar microstructures. Applications in acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.*, 116 (5), 2939-2947 (2004).
- [9] Homentcovshi D., Miles R.N., "Viscous microstructural dampers with aligned holes: Design procedure including the edge correction", *J. Acoust. Soc. Am.*, 112 (3), 1556-1567 (2007).
- [10] Grinnip R.S., "Advance simulation of a condenser microphone capsule", *AES 117th Convention*, San Francisco, 2004.
- [11] Bruneau M., Bruneau A.-M., Škvor Z., Lotton P., "An equivalent network modelling the strong coupling between a vibrating membrane and a fluid film", *Acta Acustica*, 2, 223-232 (1994).
- [12] Le Van Suu T., Durand S., Bruneau M., "Fluid layer trapped between a plane, circular membrane and an axisymmetrically curved, smooth backing wall: analytical model of the dynamic behaviour", *Acta Acustica*, 94 (3), 474-482 (2008).
- [13] Honzík P., Škvor Z., Durand S., Bruneau M., "Theoretical investigation on electrostatic transducers with non-planar backing electrode", *Acta Acustica.*, 95 (5), 671-686 (2009).
- [14] Thomas W.G., Preslar M.J., Farmer J.C., "Calibration of condenser microphones under increased atmospheric pressures", *J. Acoust. Soc. Am.*, 51, 6-14 (1972).
- [15] K. Rasmussen, "The static pressure and temperature coefficients of laboratory standar microphones", *Metrologia*, 36, 265-273 (1999).
- [16] C. Guianvarc'h, R. Gavioso, G. Benedetto, L. Pitre, M. Bruneau, "Characterization of condenser microphones under different environmental conditions for accurate speed of sound measurements with acoustic resonators", *Review of Scientific Instrument* 80 (7), (2009).
- [17] International Electrotechnical Commission IEC 6106-6, "Measurement microphones, part 6: Electrostatic actuators for determination of frequency response", (2004).
- [18] Guianvarc'h C., Durocher J.-N., Bruneau M., Bruneau A.-M., "Improved formulation of the acoustic transfer admittance of cylindrical cavities", *Acta Acustica-Acustica*, 92, 345-354 (2006).
- [19] Mehl J.B., Moldover M.R., Pitre L., "Designing quasi-spherical resonator for acoustic thermometry", *Metrologia*, 41, 295-304 (2004)
- [20] Bruneau M., Scelo T. (translator and contributor), "Fundamentals of Acoustics", *ISTE*, London (2006).