



**HAL**  
open science

## Optimisation d'un absorbeur électroacoustique par plans d'expériences: approche expérimentale et numérique

Romain Boulandet, Hervé Lissek, Anne-Sophie Moreau

### ► To cite this version:

Romain Boulandet, Hervé Lissek, Anne-Sophie Moreau. Optimisation d'un absorbeur électroacoustique par plans d'expériences: approche expérimentale et numérique. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00542882

**HAL Id: hal-00542882**

**<https://hal.science/hal-00542882v1>**

Submitted on 3 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Optimisation d'un absorbeur électroacoustique par plans d'expériences: approche expérimentale et numérique

Romain Boulandet<sup>1</sup>, Hervé Lissek<sup>1</sup>, Anne-Sophie Moreau<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LÉMA, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, CH-1015 Lausanne, romain.boulandet@epfl.ch

13 avril 2010

Dans cet article, le processus d'optimisation d'absorbeurs électroacoustiques est étudié par planification d'expériences. En introduisant de la statistique dès l'amont de la démarche expérimentale, cette méthode permet d'augmenter la fiabilité des résultats et de faciliter la recherche d'optimum. Appliquée à un absorbeur électroacoustique, c'est-à-dire un système haut-parleur dont l'impédance acoustique peut être ajustée électriquement de manière passive ou active, elle permet d'analyser l'effet de certains paramètres de conception et l'information fournie permet de piloter des réglages pour optimiser l'absorption acoustique. Pour évaluer la contribution des principaux mécanismes dissipatifs impliqués dans l'absorption acoustique, quatre facteurs ou paramètres de conception ont été retenus : la masse de l'équipage mobile, la compliance induite par le volume de l'enceinte close, le taux de remplissage en fibre minérale et la charge électrique connectée aux bornes du haut-parleur. Afin de quantifier la sensibilité d'un tel système soumis à différentes contraintes physiques, un plan d'expériences pour surfaces de réponses a été choisi pour développer un modèle multivariable. Cette étude préliminaire, réalisée par une double approche expérimentale et numérique, illustre les possibilités du processus d'optimisation développé. Le résultat obtenu est une mise en équation du coefficient d'absorption en fonction des facteurs permettant de piloter des réglages et de trouver un optimum en fonction de la fréquence.

## 1 Introduction

Trouver les conditions optimales est une problématique courante aussi bien en recherche que dans l'industrie : développement de nouveaux produits ou procédés, optimisation de la qualité, de la performance, d'un système. Vu le coût souvent élevé des essais, il est essentiel que leur nombre soit limité, ce qui est l'objectif principal des plans d'expériences pour l'optimisation [1, 2, 3, 4]. Modifier un facteur (ou paramètre) à la fois, conduit souvent à sélectionner un optimum erroné, les interactions potentielles entre facteurs n'étant pas prises en compte. Parmi les plans d'expériences disponibles pour l'optimisation, les plans pour surfaces de réponses (RSM) sont classiquement utilisés pour développer un modèle reliant les facteurs dominants aux réponses permettant de quantifier les résultats (performance, rendement, qualité) [4]. Cet article présente une application de la RSM à un absorbeur électroacoustique [5] pour piloter les réglages de ses paramètres les plus influents et trouver un optimum pour maximiser l'absorption de l'énergie sonore en fonction de la fréquence. En première partie une présentation générale des absorbeurs électroacoustiques est faite en montrant que leur caractère multi variable en fait de bons candidats à une optimisation par la RSM. Ensuite, les principes et notions nécessaires à la mise en place de plans d'expériences pour surfaces de réponses sont brièvement discutés. Enfin, l'utilisation des modèles développés pour prédire et optimiser les performances acoustiques d'un absorbeur est détaillée.

## 2 Absorbeur électroacoustique

### 2.1 Présentation générale

Un absorbeur électroacoustique est un système haut-parleur comprenant enceinte et circuit acoustique, dont l'impédance acoustique peut être modifiée de manière électrique.

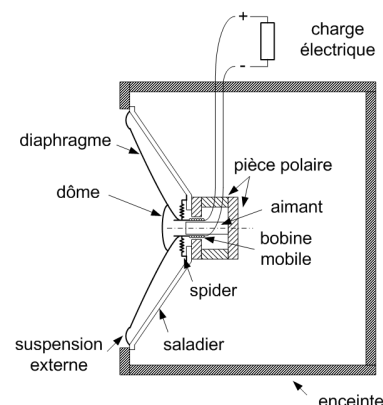


FIGURE 1 – Schéma d'un absorbeur électroacoustique.

Pour un haut-parleur à bobine mobile (Fig. 1), le modèle *lumped elements* inclut une masse mobile  $M_{ms}$ , une compliance  $C_{ms}$  et une résistance  $R_{ms}$  mécanique, ainsi que les termes de couplage (facteur de force  $Bl$  et surface rayonnante  $S$ ) [7]. Les éléments cités tiennent également compte des conditions de rayonnement acoustique (par exemple la compliance  $C_{ab} = V/\rho c^2$  apportée

par l'enceinte de volume  $V$ , où  $\rho$  est la masse volumique de l'air et  $c$  la célérité du son dans l'air, ou encore les masse et résistance acoustiques de rayonnement). Les composants de la partie électrique du transducteur sont également pris en compte comme éléments mécaniques équivalents, notamment la résistance d.c. et l'inductance de la bobine, respectivement  $R_e$  et  $L_e$ , mais aussi toute autre charge électrique connectée aux bornes du haut-parleur. Si la charge électrique est une simple résistance  $R_s$ , un tel dispositif peut être caractérisé en termes d'admittance normalisée équivalente, dont l'expression est de la forme [5, 6] :

$$Y = Z_{mc} \frac{1}{R_{ms} + \frac{Bl^2}{R_e + R_s} + j\omega M_{ms} + \frac{1}{j\omega C_{ms}}} \quad (1)$$

où  $Z_{mc} = SZ_c$  est l'impédance mécanique équivalente à l'impédance caractéristique de l'air, à savoir  $Z_c = \rho c$ . La principale fonction de tels systèmes multivariables est d'absorber l'énergie sonore et leur performance globale se mesure par le coefficient d'absorption acoustique  $\alpha$  :

$$\alpha = 1 - \left| \frac{1 - Y}{1 + Y} \right|^2 \quad (2)$$

Pour fournir une absorption totale, le coefficient doit être égal à 1. Le cas échéant, les performances de l'absorbeur peuvent être augmentées par processus d'optimisation, lequel est une des principales motivations de cette communication.

## 2.2 Evaluation des performances acoustiques

La mesure du coefficient d'absorption d'un absorbeur électroacoustique peut être réalisée en tube d'impédance, selon la norme ISO 10534-2, en utilisant la méthode de la fonction de transfert [8]. L'installation correspondante est décrite schématiquement par la figure 2. Le coefficient d'absorption est alors déduit de l'évaluation de la pression pour deux positions différentes du tube d'impédance, et se calcule comme :

$$\alpha = 1 - |r|^2 \quad (3)$$

où  $r$  représente le coefficient de réflexion calculé selon :

$$r = \frac{H_{12} - H_I}{H_R - H_{12}} \exp(2jkx_1) \quad (4)$$

Le terme  $H_{12} = p_1/p_2$  est la fonction de transfert entre les pressions  $p_1$  et  $p_2$  captées respectivement en  $x_1$  et  $x_2$ ,  $H_I = \exp(-jk(x_1 - x_2))$  et  $H_R = \exp(jk(x_1 - x_2))$  sont les fonctions de transfert correspondant respectivement aux ondes sonores incidente  $p_i$  et réfléchie  $p_r$ , et  $k$  représente le nombre d'onde.

## 3 Méthode des surfaces de réponses

La méthode des surfaces de réponses (RSM) est une stratégie expérimentale pour développer un modèle reliant les facteurs dominants d'un processus aux réponses. Cette approche inclut aussi une procédure d'optimisation pour identifier les niveaux des facteurs qui produisent une réponse désirée [4].

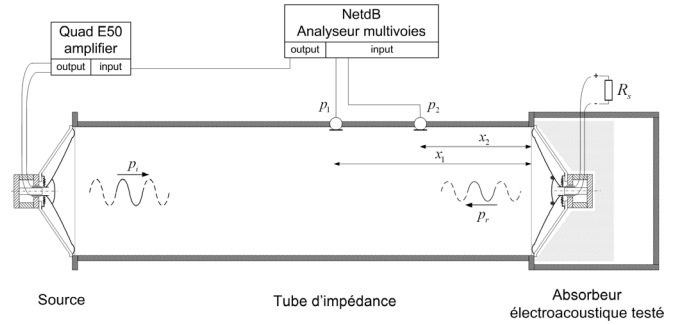


FIGURE 2 – Setup expérimental pour l'évaluation du coefficient d'absorption d'un absorbeur électroacoustique.

### 3.1 Estimation de la réponse

La forme générale des modèles de surface de réponse pour décrire la relation entre une réponse  $y$  et  $m$  facteurs indépendants est une fonction polynomiale du second degré qui s'écrit [4] :

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{i=1, j>i}^m b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m b_{ii} x_i^2 + \varepsilon \quad (5)$$

où  $x_i$  et  $x_j$  représentent les facteurs,  $b_i$  et  $b_{ij}$  les coefficients du polynôme à identifier, et  $\varepsilon$  l'erreur représentant les sources de variabilité supposées normalement distribuées. Pour  $n$  observations, le modèle (5) peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon \quad (6)$$

où  $\mathbf{y}$  est un  $n \times 1$  vecteur des observations,  $\mathbf{X}$  la matrice  $n \times p$  du plan, et  $\beta$  un  $p \times 1$  vecteur des coefficients de régression. La méthode des moindres carrés est communément appliquée pour estimer les inconnues  $\beta$  dans une analyse de régression multiple :

$$\beta = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (7)$$

Les données collectées pour identifier les coefficients  $\beta$  peuvent être issues d'essais physiques réels ou bien de simulations numériques. En remplaçant les coefficients  $\beta$  obtenus par (7) dans (5), la réponse approchée du processus peut être calculée pour différents niveaux des facteurs.

### 3.2 Décomposition de la variance

L'objectif de l'analyse de la variance est d'estimer dans quelle mesure le modèle global et ses paramètres individuels contribuent à la compréhension du processus étudié. La forme générale de l'analyse de variance repose sur le test de Fisher,  $F$ -test, et donc sur la normalité des distributions et l'indépendance des données collectées. Dans la théorie des probabilités et en statistique,  $F = MS_R/MS_E$  est le rapport entre la variabilité expliquée  $SS_R$  et la variabilité inexpliquée  $SS_E$ , chacune divisée par les degrés de liberté correspondants (voir Tab. 1). Si la valeur  $F$  est supérieure au seuil de rejet  $F_{p, n-p-1, \sigma}$ , lequel peut être consulté à partir de tables de distribution, alors l'hypothèse nulle est rejetée

|            | Somme des carrés                     | Degré de liberté | Moyenne des carrés        | F-test          | p-value                  |
|------------|--------------------------------------|------------------|---------------------------|-----------------|--------------------------|
| Régression | $SS_R = \sum(\hat{y}_k - \bar{y})^2$ | $p$              | $MS_R = SS_R/p$           | $F = MS_R/MS_E$ | $F > F_{p,n-p-1,\sigma}$ |
| Erreur     | $SS_E = \sum(y_k - \hat{y})^2$       | $n - p - 1$      | $MS_E = SS_E/(n - p - 1)$ |                 |                          |
| Total      | $SS_T = \sum(y_k - \bar{y})^2$       | $n - 1$          |                           |                 |                          |

TABLE 1 – Table d'analyse de la variance.

et le modèle (5) est statistiquement significatif au seuil  $\sigma$  [9, 10].

### 3.3 Analyse canonique

L'intérêt d'effectuer une analyse canonique est de mieux comprendre la nature de la surface de réponse, notamment de savoir si cette surface présente un maximum, un minimum ou un point selle [4]. Dans ce but, il est plus commode d'exprimer le modèle du second degré (5) avec la notation matricielle suivante :

$$\hat{y} = b_0 + \mathbf{b}\mathbf{x} + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x} \quad (8)$$

où  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ,  $\mathbf{b}$  et  $\hat{\mathbf{B}}$  proviennent de (7) selon :

$$\hat{\mathbf{B}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{12} & 2b_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 2b_{33} & \dots \\ b_{1m} & \dots & \dots & 2b_{mm} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \quad (10)$$

Une fois le modèle (8) établi dans l'espace expérimental donné, les directions de pente maximale sont obtenues en normalisant les facteurs et en les différenciant par rapport à  $\mathbf{x}$ .

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{b} + 2\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x} \quad (11)$$

La position du point stationnaire  $\mathbf{x}_s$  est celle qui annule (11), et la réponse en ce point  $\mathbf{y}_s$  s'obtient selon [4] :

$$\mathbf{x}_s = -\frac{1}{2}\hat{\mathbf{B}}^{-1}\mathbf{b} \quad (12)$$

$$\mathbf{y}_s = b_0 + \frac{1}{2}\mathbf{x}'_s\mathbf{b} \quad (13)$$

La nature de la surface de réponse est déterminée par les signes et amplitudes relatives des  $\lambda_i$  valeurs propres de  $\hat{\mathbf{B}}$  associées aux facteurs  $x_i$ . Finalement, la forme canonique de la surface de réponse s'exprime selon :

$$\hat{y} = \mathbf{y}_s + \sum_{i=1}^f \lambda_i w_i^2 \quad (14)$$

où les  $w_i$  sont appelées variables canoniques.

## 4 Plans d'expériences sur un absorbeur électroacoustique

### 4.1 Situation expérimentale

La première étape consiste à identifier des facteurs et la fois représentatifs des mécanismes d'absorption et

contrôlables. Les facteurs choisis (voir Fig. 3), dont les indices dans (1) ont été retirés pour faciliter l'écriture, sont énumérés ci-après :

- la masse mobile  $M$  du haut-parleur,
- le volume de l'enceinte  $V$ ,
- le taux de remplissage en fibre minérale  $\tau$ , et
- la charge électrique  $R$  connectée au haut-parleur.

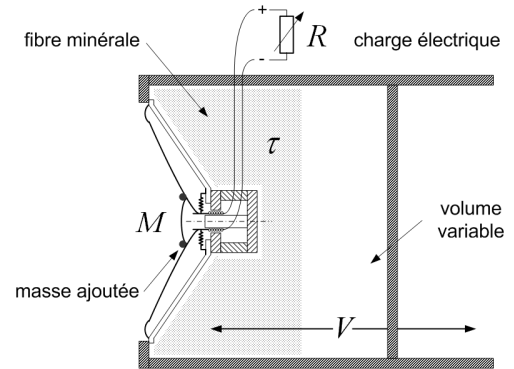


FIGURE 3 – Schéma de l'absorbeur électroacoustique et facteurs impliqués dans le plan d'expériences.

Pour pouvoir comparer des quantités hétérogènes, il est commode de transformer les facteurs, exprimés en unités physiques, en variables codées sans dimension mais ayant toutes même écart-type et même moyenne. Les transformations appliquées sont données ci-après :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{M - \bar{M}}{\Delta M}; & x_2 &= \frac{V - \bar{V}}{\Delta V} \\ x_3 &= \frac{\tau - \bar{\tau}}{\Delta \tau}; & x_4 &= \frac{\log R - \log \bar{R}}{\log \Delta R} \end{aligned} \quad (15)$$

où pour le facteur  $M$ ,  $\bar{M} = (M_{min} + M_{max})/2$  et  $\Delta M = (M_{max} - M_{min})/4$ . Comme précisé dans (15), une transformation logarithmique a été appliquée pour tenir compte de la vaste gamme qui se rapporte au facteur  $R$ . La table 2 montre les valeurs correspondantes entre facteurs et niveaux codés.

| Niveaux codés                  | -2  | -1 | 0  | 1   | 2    |
|--------------------------------|-----|----|----|-----|------|
| Facteurs                       |     |    |    |     |      |
| Masse mobile (g)               | 13  | 17 | 21 | 25  | 29   |
| Volume enceinte (l)            | 4   | 12 | 20 | 28  | 36   |
| Taux de remplissage (%)        | 0   | 25 | 50 | 75  | 100  |
| Charge électrique ( $\Omega$ ) | 0.1 | 1  | 10 | 100 | 1000 |

TABLE 2 – Niveaux des facteurs et niveaux codés.

Afin de lester expérimentalement la masse mobile du haut-parleur comme indiqué dans la table 2, des billes de plomb sont collées sur la membrane. De même, afin de permettre la variation du volume de l'enceinte, un

caisson spécifique a été conçu, lequel était rempli d'une quantité variable de laine de verre établie selon le plan d'expériences (voir Fig. 4).



FIGURE 4 – Aperçu de l'installation expérimentale.

## 4.2 Simulations numériques

La modélisation d'absorbeur électroacoustique est possible par éléments finis. Dans le cadre de cette étude, le tutoriel *Loudspeaker Driver* de *Comsol Multiphysics*<sup>®</sup> a servi de base au modèle numérique développé. Ce modèle 2D axisymétrique a d'abord été adapté de manière à tenir compte de la géométrie et des caractéristiques électriques et mécaniques du haut-parleur utilisé (voir Tab. 4). Dans le module *AC/DC* utilisé pour modéliser la force motrice par exemple, la densité de flux rémanent dans l'aimant ( $B_0 = 1.1\text{T}$ ) ainsi que le nombre de spires de la bobine ( $N = 125$ ) ont été changés pour atteindre le facteur de force  $Bl$  désiré. Ensuite, dans le modèle mécanique, les matériaux ont été paramétrés selon les valeurs fournies dans la table 3.

|                    | $E$<br>(Pa) | $\nu$ | $\rho$<br>( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | $m$<br>(g) |
|--------------------|-------------|-------|---|------------|
| dôme               | 7e10        | 0.33  | 2700  | 1.1        |
| diaphragme         | 7e10        | 0.33  | 140   | 0.8        |
| spider             | 1e7         | 0.45  | 215   | 0.9        |
| suspension externe | 1e7         | 0.45  | 405   | 1.2        |
| support bobine     | 3.8e9       | 0.37  | 1500  | 0.6        |
| bobine mobile      | 1.1e11      | 0.30  | 8700  | 7.5        |

TABLE 3 – Paramètres des matériaux de la simulation.

Pour utiliser celui-ci en absorbeur électroacoustique, aucune tension n'est appliquée à ses bornes mais une résistance de shunt intervient,  $R_s$ . La détermination du coefficient d'absorption se fait grâce à la méthode détaillée dans [8], en modélisant le tube et la source par une condition de pression. Pour le plan d'expériences, cinq modèles ont été dessinés avec différents volumes spécifiés par la table 2. La fibre minérale est modélisée avec un amortissement du type Delany-Bazley en paramétrant la valeur de la résistivité à  $R_f = 45000\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$ . L'ajout de masse est rendu possible par l'intermédiaire

d'un cylindre collé à la membrane, de masse volumique variable.

|                                   | Données<br>constructeur | Modèle<br>Comsol <sup>®</sup> |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| Fréq. de résonance $f_s$          | 38 Hz                   | 37 Hz                         |
| Masse mobile $M_{ms}$             | 13 g                    | 12.1 g                        |
| Résistance d.c. $R_e$             | 5.6 $\Omega$            | 5.6 $\Omega$                  |
| Inductance bobine $L_e$           | 0.9 mH                  | 3.2 mH                        |
| Facteur de force $Bl$             | 6.9 Tm                  | 6.7 Tm                        |
| Surface diaphragme $S$            | 133 $\text{cm}^2$       | 137 $\text{cm}^2$             |
| Volume équivalent $V_{as}$        | 34 l                    | 39 l                          |
| Fact. qualité mécanique $Q_{ms}$  | 3.88                    | 3.9                           |
| Fact. qualité électrique $Q_{es}$ | 0.43                    | 0.38                          |
| Fact. qualité total $Q_{ts}$      | 0.39                    | 0.35                          |

TABLE 4 – Données techniques (Visaton AL-170).

## 5 Résultats et discussion

### 5.1 Matrice d'expériences et réponses

Pour illustrer la méthode, seuls les résultats obtenus dans la bande de tiers d'octave 50Hz sont présentés. La matrice d'expériences du plan composite centré [4] appliqué est donnée dans le tableau 5 qui fait correspondre à chaque expérience les réponses mesurées  $\alpha$ , et celles calculées par simulation  $\alpha_s$ . Figurent également les valeurs estimées par les modèles de régression, respectivement  $\hat{y}$  et  $\hat{y}_s$ . La première colonne décrit l'ordre dans lequel se sont opérées les expériences.

### 5.2 Analyse des tables d'ANOVA

Pour la suite, seules les données se rapportant aux réponses mesurées  $\alpha$  sont traitées. Le tableau 6 présente les résultats de l'analyse de variance du modèle et de ses effets pour un seuil  $\sigma = 5\%$ , c'est-à-dire un risque d'erreur de 5%.

A partir de la table 6, la valeur  $F = 370$  du modèle de régression est bien supérieure à la valeur de rejet  $F_{(15,14,0.05)} = 2.46$ . L'analyse des effets du modèle sur les réponses mesurées montre cependant que certains effets ne contribuent pas de manière significative au modèle,  $F < F_{(1,14,0.05)} = 4.60$ . Ainsi, les coefficients des effets quadratiques  $M \times M$ ,  $\tau \times \tau$ , et d'interaction  $M \times \tau$ ,  $M \times R$ ,  $V \times \tau$ , et  $V \times R$  peuvent être retirés en vue d'obtenir un meilleur modèle. Par ailleurs, la table 6 indique également que les effets dominants du modèle sont la charge électrique  $R$  et le volume de l'enceinte  $V$ .

### 5.3 Equation du modèle

Suite à l'analyse de variance, l'équation du modèle "réduit" est donnée en variables codées par :

$$\hat{y} = 0.924 + 0.027x_1 + 0.04x_2 + 0.017x_3 - 0.085x_4 - 0.038x_1x_2 + 0.044x_3x_4 - 0.046x_2^2 - 0.046x_4^2 \quad (16)$$

| #  | Matrice d'expériences |            |               |                     | Rép. mes. |           | Rép. simu. |             |
|----|-----------------------|------------|---------------|---------------------|-----------|-----------|------------|-------------|
|    | $M$<br>(g)            | $V$<br>(l) | $\tau$<br>(%) | $R$<br>( $\Omega$ ) | $\alpha$  | $\hat{y}$ | $\alpha_s$ | $\hat{y}_s$ |
| 4  | 17                    | 12         | 25            | 1                   | 0.81      | 0.84      | 0.77       | 0.79        |
| 20 | 17                    | 12         | 25            | 100                 | 0.52      | 0.58      | 0.28       | 0.32        |
| 12 | 17                    | 12         | 75            | 1                   | 0.83      | 0.78      | 0.78       | 0.68        |
| 6  | 17                    | 12         | 75            | 100                 | 0.69      | 0.70      | 0.52       | 0.52        |
| 8  | 17                    | 28         | 25            | 1                   | 0.93      | 0.99      | 0.96       | 1.02        |
| 17 | 17                    | 28         | 25            | 100                 | 0.66      | 0.74      | 0.60       | 0.71        |
| 25 | 17                    | 28         | 75            | 1                   | 0.92      | 0.94      | 0.91       | 0.91        |
| 10 | 17                    | 28         | 75            | 100                 | 0.82      | 0.86      | 0.87       | 0.90        |
| 13 | 25                    | 12         | 25            | 1                   | 0.95      | 0.97      | 0.88       | 0.88        |
| 21 | 25                    | 12         | 25            | 100                 | 0.70      | 0.71      | 0.40       | 0.43        |
| 11 | 25                    | 12         | 75            | 1                   | 0.91      | 0.91      | 0.87       | 0.79        |
| 5  | 25                    | 12         | 75            | 100                 | 0.85      | 0.84      | 0.68       | 0.65        |
| 18 | 25                    | 28         | 25            | 1                   | 0.95      | 0.97      | 0.97       | 1.01        |
| 19 | 25                    | 28         | 25            | 100                 | 0.62      | 0.72      | 0.59       | 0.71        |
| 26 | 25                    | 28         | 75            | 1                   | 0.92      | 0.92      | 0.93       | 0.92        |
| 9  | 25                    | 28         | 75            | 100                 | 0.79      | 0.84      | 0.91       | 0.93        |
| 2  | 13                    | 20         | 50            | 10                  | 0.85      | 0.87      | 0.87       | 0.83        |
| 23 | 29                    | 20         | 50            | 10                  | 0.92      | 0.98      | 0.96       | 0.95        |
| 30 | 21                    | 4          | 50            | 10                  | 0.64      | 0.66      | 0.20       | 0.29        |
| 29 | 21                    | 36         | 50            | 10                  | 0.95      | 0.82      | 0.95       | 0.80        |
| 3  | 21                    | 20         | 0             | 10                  | 0.97      | 0.89      | 0.96       | 0.78        |
| 15 | 21                    | 20         | 100           | 10                  | 0.88      | 0.96      | 0.77       | 0.89        |
| 24 | 21                    | 20         | 50            | 0.1                 | 0.91      | 0.91      | 0.92       | 0.99        |
| 28 | 21                    | 20         | 50            | 1000                | 0.68      | 0.57      | 0.66       | 0.53        |
| 1  | 21                    | 20         | 50            | 10                  | 0.97      | 0.93      | 0.95       | 0.95        |
| 7  | 21                    | 20         | 50            | 10                  | 0.97      | 0.93      | 0.95       | 0.95        |
| 14 | 21                    | 20         | 50            | 10                  | 0.97      | 0.93      | 0.95       | 0.95        |
| 16 | 21                    | 20         | 50            | 10                  | 0.97      | 0.93      | 0.95       | 0.95        |
| 22 | 21                    | 20         | 50            | 10                  | 0.98      | 0.93      | 0.95       | 0.95        |
| 27 | 21                    | 20         | 50            | 10                  | 0.98      | 0.93      | 0.95       | 0.95        |

TABLE 5 – Matrice d'expériences et réponses obtenues.

Après transformations selon (15), (16) devient en fonction des facteurs :

$$\hat{\alpha} = -0.011 + 30.5M + 58.7V - 0.11\tau - 0.08 \log(R) - 1187MV + 0.18\tau \log(R) - 718V^2 - 0.05 \log(R)^2 \quad (17)$$

## 5.4 Analyse canonique

En utilisant (12) et (13), le point stationnaire est observé en  $\mathbf{x}_s = (-0.65, 0.71, 1.12, -0.38)$  et la valeur prédite est  $\mathbf{y}_s = 0.96$ . Le calcul des valeurs propres de  $\hat{\mathbf{B}}$  fait apparaître, selon (14), la forme canonique suivante :

$$\hat{y} = 0.96 - 0.05w_1^2 - 0.05w_2^2 + 0.007w_3^2 + 0.009w_4^2 \quad (18)$$

Les valeurs propres étant positives et négatives, le point stationnaire est un point de selle. Ainsi, (18) représente une surface hyperbolique sur laquelle une diminution de la réponse est attendue lorsque l'on s'éloigne de  $\mathbf{x}_s$  selon  $w_1$  et  $w_2$ , et où une augmentation est prédite en se déplaçant selon  $w_3$  ou  $w_4$ . De plus, les valeurs propres étant d'ordre de grandeur différent, un même déplacement dans chacune de ces directions principales n'entraînera pas de variation comparable de la réponse.

|                             | $SS$   | $df$ | $MS$   | $F$ -test | $p$ -value |
|-----------------------------|--------|------|--------|-----------|------------|
| <i>Second degré</i>         |        |      |        |           |            |
| Regression                  | 22.12  | 15   | 1.5    | 370       | <0.001     |
| Erreur                      | 0.06   | 14   | 0.004  |           |            |
| Total                       | 22.18  | 29   |        |           |            |
| <i>Effets principaux</i>    |        |      |        |           |            |
| $M$                         | 0.018  | 1    | 0.018  | 4.41      | 0.053      |
| $V$                         | 0.039  | 1    | 0.039  | 9.82      | 0.007      |
| $\tau$                      | 0.007  | 1    | 0.070  | 1.75      | 0.205      |
| $R$                         | 0.172  | 1    | 0.172  | 43.02     | <0.001     |
| <i>Effets d'interaction</i> |        |      |        |           |            |
| $M \times V$                | 0.023  | 1    | 0.023  | 5.83      | 0.029      |
| $M \times \tau$             | 0.001  | 1    | 0.001  | 0.13      | 0.727      |
| $M \times R$                | <0.001 | 1    | <0.001 | 0.01      | 0.907      |
| $V \times \tau$             | <0.001 | 1    | <0.001 | 0.01      | 0.969      |
| $V \times R$                | 0.001  | 1    | 0.001  | 0.01      | 0.727      |
| $\tau \times R$             | 0.032  | 1    | 0.032  | 7.89      | 0.013      |
| <i>Effets quadratiques</i>  |        |      |        |           |            |
| $M \times M$                | 0.007  | 1    | 0.007  | 1.82      | 0.197      |
| $V \times V$                | 0.053  | 1    | 0.053  | 13.30     | 0.002      |
| $\tau \times \tau$          | 0.004  | 1    | 0.004  | 1.05      | 0.322      |
| $R \times R$                | 0.075  | 1    | 0.075  | 18.71     | 0.001      |

TABLE 6 – Analyse de variance du modèle.

## 5.5 Représentation des surfaces de réponse

Les tracés de contours peuvent alors être utilisés afin de repérer graphiquement les conditions optimales, et pour déterminer plus précisément la sensibilité de la réponse estimée pour tout déplacement à partir du point stationnaire. L'exemple choisi montre l'influence de la masse mobile  $M$  et de la charge électrique  $R$  sur le coefficient d'absorption estimé, sous condition que  $\tau$  et  $V$  soient maintenus constants. Pour un volume de 10 l laissé vide ( $\tau = 0\%$ ), une absorption optimale est attendue pour  $M > 25$  g et  $R \approx 1 \Omega$  (voir Fig. 5(a)). Pour ce même volume partiellement rempli de fibre minérale, le modèle prédit des conditions optimales pour  $M > 29$  g et  $R \approx 10 \Omega$  (voir Fig. 5(b)). Cet exemple montre ainsi que les performances de l'absorbeur électroacoustique dépendent de manière significative de la quantité de fibre minérale remplissant l'enceinte. Pour un volume vide, la charge électrique doit être inférieure à la résistance d.c. du transducteur, alors que pour un volume rempli à 80%, la charge électrique doit lui être supérieure.

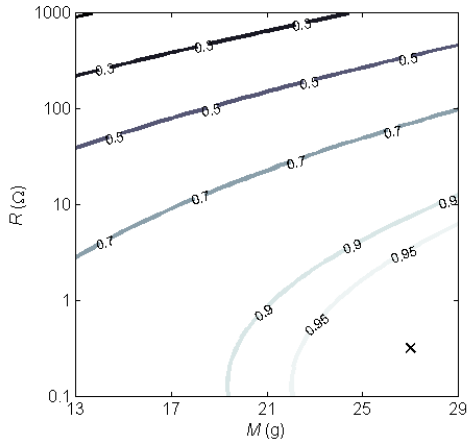
## 5.6 Vérification expérimentales

Pour les niveaux mis en évidence par une croix sur les tracés de contour 5(a) et 5(b), l'équation du modèle estime les coefficients d'absorption suivants :

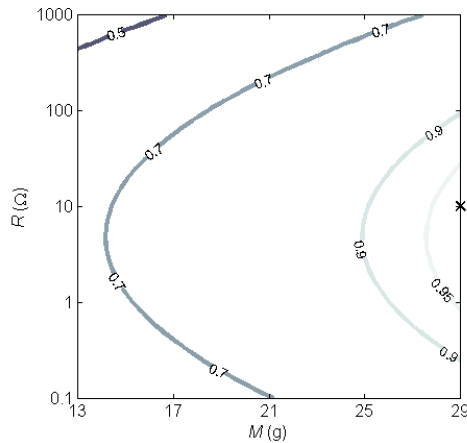
$$\hat{\alpha}(M = 27, V = 10, \tau = 0\%, R = 0.68) \approx 1 \quad (19)$$

$$\hat{\alpha}(M = 29, V = 10, \tau = 80\%, R = 10) \approx 0.97 \quad (20)$$

Afin de vérifier ces estimations, de nouvelles mesures peuvent s'opérer en ajustant l'absorbeur électroacoustique comme indiqué dans (19) et (20). Les courbes



(a)  $\tau = 0\%$



(b)  $\tau = 80\%$

FIGURE 5 – Estimations pour un volume fixe  $V = 10$  l et différents taux de remplissage.

mesurées représentant le coefficient d'absorption par bandes de tiers d'octave sont présentées en Fig. 6.

Il apparaît ainsi que les valeurs obtenues après optimisation sont conformes aux estimations du modèle. Le modèle du second degré avec interactions (17) est ainsi suffisamment pertinent.

## 6 Conclusion

En introduisant de la statistique dès l'amont de la démarche expérimentale, la méthode des surfaces de réponse montre un réel intérêt pour l'optimisation de systèmes multivariables, comme les absorbeurs électroacoustiques. A partir des tests et simulations effectués, plusieurs conclusions peuvent être tirées. Premièrement, les renseignements fournis par la RSM sont utiles pour donner le sens des modifications de conception à apporter au système, et les tracés des surfaces de réponses peuvent être utilisés pour identifier les directions appropriées d'améliorations potentielles en vue d'optimiser l'absorption de l'énergie sonore. L'exemple traité montre ainsi que, pour un volume donné, le choix de la charge électrique à connecter au transducteur dépend de la quantité de fibre minérale remplissant l'enceinte. De plus, l'utilisation de la RSM peut donner un éclairage fiable sur l'estimation du coefficient d'absorption pour différents niveaux de facteurs, y compris des combinai-

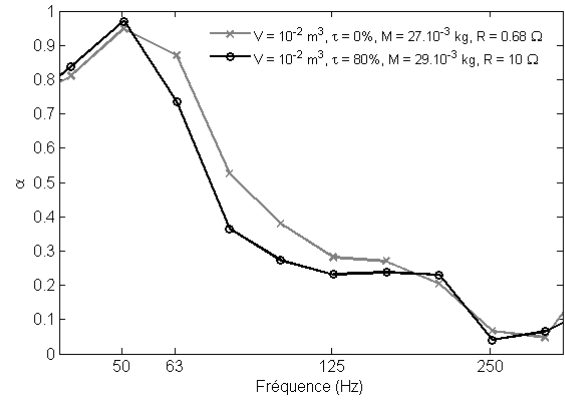


FIGURE 6 – Coefficients d'absorption après optimisation.

sons non prévues par le plan. Les résultats se rapportent uniquement à la bande de tiers d'octave 50 Hz, mais en appliquant la même démarche, il est tout aussi possible d'identifier les conditions optimales variant avec la fréquence.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le Swiss National Science Foundation pour leur soutien dans ce travail, dans le cadre de la subvention de recherche 200021-116977.

## Références

- [1] Box G. E. P., Wilson K. B., "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions", *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 13, no. 1, (1951).
- [2] Hill W. J., Hunter W. G., "A review of Response Surface Methodology : A literature survey", *Technometrics*, vol. 8, no. 4, (1966).
- [3] Box G. E. P., Hunter W. G., Hunter J. S., "Statistics for experimenters", *New York Wiley*, (1978).
- [4] Myers R. H., Montgomery D. C., "Response surface methodology : Process and product optimization using designed experiments", *Wiley-Interscience Publication*, 2nd ed., (2002).
- [5] Lissek H., "Electroacoustic absorbers : a unifying theory for active acoustic impedance control", *Submitted to the JAES*, (2009).
- [6] Lissek H., Boulandet R., René P.-j., "Shunt loudspeakers for modal control in rooms", *Proceedings of ICSV16*, (2009).
- [7] Rossi M., "Audio", *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*, (2007).
- [8] "ISO 10534-2 : Acoustics - Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes - Part 2 : Transfer-function method", *International Standard Organisation*, (1998).
- [9] Box G. E. P., "Non-normality and tests on variances", *Biometrika*, vol. 40, no. 3/4, (1953).
- [10] Snedecor G. W., Cochran, W., "Statistical Methods", *IOWA State University Press*, (1989).