



HAL
open science

Simulation temps-réel d'un étage électronique non linéaire d'amplificateur guitare, et améliorations à l'aide de mesures de triodes

Ivan Cohen, Thomas Hélie

► To cite this version:

Ivan Cohen, Thomas Hélie. Simulation temps-réel d'un étage électronique non linéaire d'amplificateur guitare, et améliorations à l'aide de mesures de triodes. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00542873

HAL Id: hal-00542873

<https://hal.science/hal-00542873v1>

Submitted on 8 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Simulation temps réel d'un étage électronique non linéaire d'amplificateur guitare, et améliorations à l'aide de mesures de triodes

Ivan Cohen¹, Thomas Hélie²

¹ Orosys / Two Notes, Cap Omega, Rond Point Benjamin Franklin, F-34960 Montpellier, ivan.cohen@orosys.fr

² Ircam, équipe Analyse Synthèse, 1 place Igor Stravinsky, F-75004 Paris, thomas.helie@ircam.fr

Les amplificateurs guitare sont des éléments cruciaux de la chaîne électro-acoustique permettant d'amplifier le son provenant d'une guitare électrique, et sont composés d'un préamplificateur, et d'un étage de puissance, reliés à une enceinte. Dans ce papier, on cherche à modéliser et simuler en temps réel la partie non linéaire de cette chaîne, en particulier un étage à triode 12AX7 à cathode commune, composante essentielle du préamplificateur. Un modèle dynamique de triode basé sur le modèle de Norman Koren, et un certain nombre de phénomènes comme l'effet de distorsion de grille et les capacités parasites, sont considérés. Ensuite, l'étage électronique est modélisé sous la forme d'un système algèbro-différentiel non linéaire, utilisant des représentations d'états étendues. Des schémas de discrétisation standard explicites et implicites sont utilisés pour obtenir des simulations stables, implémentées sous forme de plug-ins VST temps réel. Un banc de mesures a été développé, pour améliorer le réalisme des modèles, et tenir compte des différences entre triodes neuves et triodes usagées. Les résultats obtenus avec les différentes méthodes sont présentés puis comparés, (1) en utilisant les modèles de la littérature sur le sujet avec des paramètres ad hoc, (2) avec les paramètres estimés à partir de nos mesures de lampes, et (3) en utilisant des modèles interpolés sur les mesures.

1 Introduction

Un certain nombre de simulations d'amplificateurs guitare existent aujourd'hui sur le marché, et de nombreux articles scientifiques ont été publiés sur le sujet [1, 2, 4, 7, 9]. Les études sont souvent axées sur la modélisation de l'amplificateur à triode à cathode commune, une topologie de circuit qui est utilisée dans les amplificateurs guitare et Hi-Fi pour amplifier la tension d'un signal audio, d'une façon qui est agréable à l'oreille. Un modèle de triode est alors choisi, le plus souvent celui de Norman Koren [2]. Ce modèle se rapproche beaucoup du comportement des triodes décrites dans les fiches techniques. Néanmoins, certains aspects du comportement de la triode sont rarement décrits, comme l'influence du courant de grille ou des capacités parasites, et la précision du modèle de base par rapport au comportement courant/tension réel de la triode.

Dans cet article, le comportement d'un étage à 12AX7 classique est étudié. On s'intéresse aux modèles de triode, en particulier à celui de Norman Koren. Puis on propose des améliorations, basées sur des mesures. Elle sont réalisées sur des triodes réelles ayant différentes caractéristiques, leur qualité étant assez variable, en utilisant des tableaux de valeurs et des procédures d'estimation de paramètres. Ces modèles sont alors simulés numériquement en temps réel, en utilisant des représentations d'états étendues, des algorithmes d'interpolation bilinéaire, et de résolutions de systèmes d'équations différentielles et implicites. Enfin, les résultats obtenus sont décrits et comparés.

2 Montage amplificateur à triode à cathode commune

L'amplificateur à triode à cathode commune se trouve dans la plupart des préamplificateurs guitare, dont le but est d'amplifier le niveau du signal provenant de la guitare (avec en général une tension maximale de 400 mV et une impédance de 20 k Ω), et d'enrichir son contenu harmonique. La triode choisie par les concepteurs est souvent une double triode 12AX7 / ECC83.

Le circuit électronique étudié correspond à la figure 1. La triode est une source de courant contrôlée en tension, reliée à une source de tension fixe V_{bias} via la résistance R_p . Le tube est polarisé par la résistance R_k , ainsi que le condensateur de découplage C_k qui limite les variations du potentiel de polarisation à la cathode de la triode. Les effets de saturation de grille (voir sections suivantes) sont limités par la résistance R_g . Enfin, les constructeurs utilisent les composants de couplage R_o et C_o . Ils permettent de cascader plusieurs amplificateurs à triode, si plus de distorsion harmonique est recherchée dans le signal de sortie. En effet, la capacité supprime la composante continue du signal, la résistance modifie le gain de sortie du montage, et ces deux éléments agissent comme un filtre passe-haut, qui peut être paramétré en fonction de la réponse en fréquence désirée [3]. Plus d'informations sont disponibles dans [9].

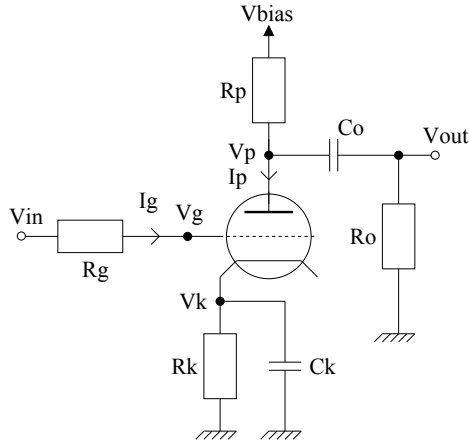


FIGURE 1 – L’amplificateur à triode à cathode commune

3 Modèles de triodes

La triode est un tube à vide, un composant à trois pôles : la grille (G), la cathode (K) et l’anode ou plaque (P). Des électrons sont générés par un filament chauffant, qui crée un flux d’électrons de la cathode vers l’anode. Ce flux est alors contrôlé par la tension au niveau de la grille. Ce composant électrique a un comportement fortement non linéaire, en particulier dans la plage de fonctionnement qui nous intéresse. Sa modélisation a un rôle essentiel pour la simulation de l’étage complet. On s’intéresse à la double triode 12AX7. Cette triode est dite ”à haut gain”, son paramètre de gain μ étant approximativement égal à 100.

On considère le comportement de la triode comme étant équivalent à deux sources de courant I_g et I_p , fonctions des tensions V_{pk} (anode-cathode) et V_{gk} (grille-cathode). Ces courants sont toujours positifs, avec un ordre de grandeur de quelques mA.

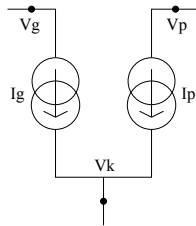


FIGURE 2 – Modèle de la triode

3.1 Modèle de Norman Koren

Le modèle statique de Norman Koren [2] est standard, et largement utilisé dans les simulations d’amplificateurs du marché, comme Peavey Revalver MKIII.

$$E_1 = \frac{V_{pk}}{K_p} \ln \left[1 + \exp \left(K_p \left(\frac{1}{\mu} + \frac{V_{gk} + V_{ct}}{\sqrt{K_{vb} + V_{pk}^2}} \right) \right) \right]$$

$$I_p = \frac{E_1^{E_v}}{K_g} (1 + \text{sign}(E_1)) \quad (1)$$

Ce modèle est dit ”phénoménologique”, car il modélise des phénomènes en utilisant des observations empiriques sur le comportement de la triode, et pas seulement des lois de la physique. Son expression permet de rectifier le comportement du courant d’anode au

voisinage des tensions V_{pk} faibles du modèle de Leach [1].

3.1.1 Effet de distorsion de grille

Le courant I_g est souvent négligé dans les simulations. Pourtant, il est responsable de l’effet de saturation de grille que les concepteurs essaient de contenir, en utilisant des polarisations spécifiques, et des grandeurs particulières pour la résistance R_g . Quand la tension d’entrée devient positive, la valeur de I_g augmente de quelques mA, ce qui limite la course du potentiel mesurable à la grille sur des valeurs positives. La triode agit alors comme une diode. Ce type de distorsion n’est pas recherché par les concepteurs, mais il existe, et il est un des facteurs provoquant la saturation de la tension de sortie d’anode [9]. Il est aussi un des phénomènes qui différencie le comportement des triodes de celui des transistors [8].

Dans un précédent article [9], l’expression du courant I_g était une simple approximation du comportement d’une diode. On ajoute une transition entre son comportement résistif et la plage de valeurs où le courant est nul, avec un polynôme du second degré. Ce modèle donne des résultats très proches des modèles SPICE basés sur des diodes réelles, et des mesures que nous avons faites comme nous allons le voir.

$$I_g = \begin{cases} 0 & \text{si } V_{gk} < V_\gamma - K_n \\ \frac{V_{gk} - V_\gamma}{R_{gk}} & \text{si } V_{gk} > V_\gamma + K_n \\ aV_{gk}^2 + bV_{gk} + c & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

avec

$$a = \frac{1}{4K_n R_{gk}}$$

$$b = \frac{K - V_\gamma}{2K_n R_{gk}}$$

$$c = -a(V_\gamma - K_n)^2 - b(V_\gamma - K_n) \quad (3)$$

Le paramètre R_{gk} exprime le comportement résistif du courant I_g , V_γ est le seuil en tension entre le comportement résistif du courant et son régime nul. Enfin, le paramètre K_n est la taille de la transition entre les deux régimes de fonctionnement.

3.1.2 Capacités parasites et effet Miller

La précision du modèle de triode peut être améliorée en considérant son comportement dynamique. On introduit dans le modèle trois capacités parasites entre chaque pôle. Les valeurs choisies sont issues des fiches techniques, et leur ordre de grandeur est de quelques pF. Malgré les faibles ordres de grandeur, l’une d’entre elles, C_{gp} , a une influence dans la plage des fréquences audibles. Ceci est dû à l’effet Miller, qui fait que la capacité entre la grille et l’anode est vue approximativement comme ayant une valeur multipliée par le gain de l’étage A_v (typiquement, environ 60). Elle agit comme un filtre passe-bas combinée à la résistance R_g , avec des fréquences de coupure supérieures à 5 kHz. Les autres capacités peuvent être négligées (voir [9]). Ces résultats ont été confirmés par des simulations SPICE et sont audibles.

3.2 Mesures

Un appareil de mesure de triodes a été développé, pour caractériser un certain nombre de triodes. Ces mesures se présentent sous la forme d'une série de triplets $(I_p, V_{gk}, V_{pk})_i$ et $(I_g, V_{gk}, V_{pk})_i$. Les triodes mesurées ont différentes propriétés : une 12AX7 Sovtek achetée dans un magasin de musique (1), une 12AX7 neuve de mauvaise qualité (2) et une 12AX7 utilisée pendant plusieurs années dans un amplificateur guitare (3). On s'intéresse dans un premier temps au courant I_p seulement.

Les triplets mesurés sont utilisés dans MATLAB pour générer une surface $I_p = f(V_{gk}, V_{pk})$ par interpolation. Les mesures couvrent toute la zone de fonctionnement de la triode, délimitée par des contraintes indiquées dans les fiches techniques, à savoir une puissance à l'anode inférieure à 1.5W, et un courant d'anode inférieur à 10 mA. Ces mesures peuvent ensuite être utilisées de deux façons.

3.2.1 Mesures par interpolation

On peut dans un premier temps générer un tableau de valeurs de courants I_p , extraits à différents points de la surface à égale distance en abscisse et en ordonnée (tensions V_{gk} et V_{pk}). On fixe par exemple les limites des tensions à $0 \leq V_{pk} \leq 400$ V et $-10 \leq V_{gk} \leq 5$ V. Ce tableau peut être utilisé tel quel en simulation, si le pas est suffisamment petit, à l'aide d'interpolations bilinéaires ou bicubiques pour calculer n'importe quelle valeur du courant dans le cadre imposé, ainsi que les dérivées [11].

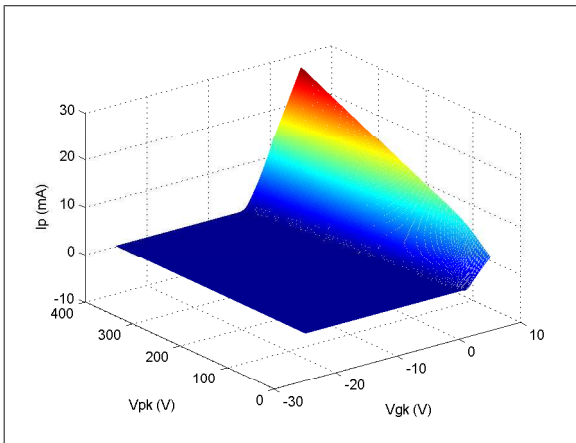


FIGURE 3 – Surface de caractérisation du courant I_p

3.2.2 Estimation de paramètres

Dans un deuxième temps, on réutilise le modèle de Norman Koren, dont on estime les paramètres pour chaque triode mesurée. Soit n le nombre de mesures qu'on utilise pour l'estimation. Soit θ le vecteur des paramètres du modèle de Norman Koren à estimer à partir des mesures.

$$\theta = [\mu \quad E_x \quad K_g \quad K_p \quad V_{ct} \quad K_{vb}]^T \quad (4)$$

On note y_i la valeur du courant I_p à la mesure i , et $\hat{Y}_i(\theta)$ la valeur du courant I_p pour les paramètres θ et les tensions (V_{gk}, V_{pk}) de la mesure i . Soit $\Phi(\theta)$ la

fonction objet du critère des moindres carrés, que l'on définit ainsi :

$$\Phi(\theta) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i(\theta))^2 \quad (5)$$

Cette fonction constitue le critère d'optimisation, qui va nous permettre de déterminer la précision de notre estimation de θ . On utilise la fonction *fminsearch* de MATLAB, qui implémente la méthode de Nelder Mead d'optimisation non linéaire [10], pour minimiser la fonction objet. On l'applique sur différentes sources, les 3 triodes de test (1) (2) (3), et sur des données issues d'une fiche technique (4).

On vérifie d'abord que le modèle de Norman Koren est identifiable. On teste la procédure d'optimisation sur le modèle en sélectionnant des paramètres réalistes (connus), et en vérifiant que l'optimisation les retrouve : l'erreur est inférieure à 1%. Ensuite, on effectue l'estimation sur une dizaine de points, en prenant des valeurs classiques de paramètres comme initialisation. On obtient les résultats suivants :

	μ	E_x	K_g	K_p	V_{ct}	K_{vb}
neuve (1)	106	1.46	1572	464	0.49	179
neuve (2)	107	1.46	1551	538	0.52	201
usagée (3)	96	1.39	1408	866	0.29	171
datasheet (4)	105	1.53	1934	712	0.67	255

TABLE 1 – Paramètres de Norman Koren de plusieurs triodes 12AX7

Avec les mesures, on obtient des paramètres dont les ordres de grandeur semblent pertinents, en particulier le gain μ de la triode qui s'approche de 100, ou encore le facteur de puissance E_x autour de 1.5. Il existe également d'autres méthodes possibles d'estimation des paramètres de Norman Koren, dont certaines sont décrites sur le site web de Norman Koren (voir [2]).

3.2.3 Comparaisons entre les modèles de triodes

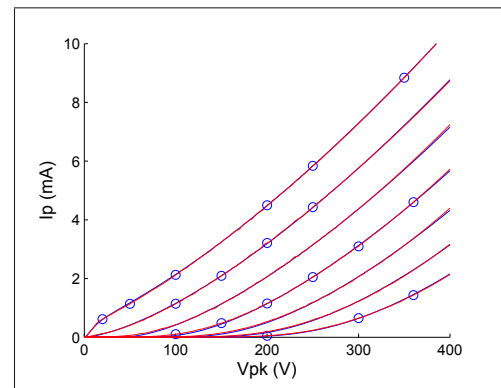


FIGURE 4 – Estimation à partir de données (points) et interpolation

On s'intéresse sur la figure 5 aux différences de comportement entre les modèles interpolés des deux triodes neuves ((1) et (2)), et celui de la triode usagée (3). Ces différences s'observent également avec l'estimation de

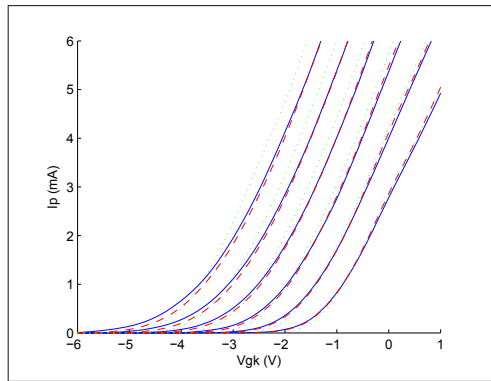
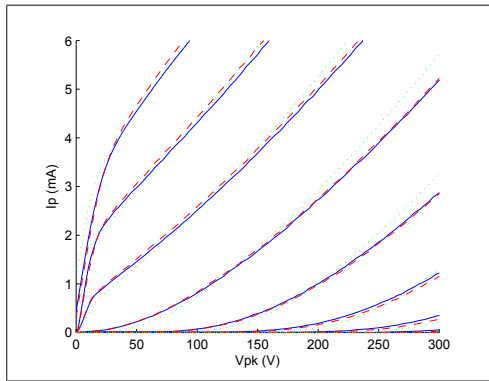


FIGURE 5 – Caractérisations de la triode (1), de la triode (2), et de la triode (3)

leurs paramètres (voir tableau 1). L'âge de la lampe se traduit par une réduction du gain de la triode (paramètre μ). Globalement, pour des tensions V_{gk} et V_{pk} données, les valeurs de courant I_p seront plus faibles dans le cas de la triode (3) que dans les cas des triodes (1) et (2). Cette observation est celle qui est utilisée par les détecteurs de lampes usagées du commerce. On observe également pour la triode usagée (3) une réduction des paramètres E_x , K_g et V_{ct} , ainsi qu'une hausse du paramètre K_p par rapport aux triodes (1) et (2). Pour de plus amples informations sur la caractérisation des triodes, d'autres mesures et tests subjectifs sont nécessaires, sur un plus large panel de triodes.

Dans la figure 4, des différences minimales entre le modèle interpolé et estimé de la lampe (1) sont observées. On considère qu'elles peuvent être dues à deux facteurs. D'abord, la procédure d'estimation pourrait être améliorée, par exemple en rajoutant des mesures supplémentaires, ou en modifiant le critère d'optimisation, par exemple avec des moindres carrés pondérés. L'autre facteur concerne la viabilité du modèle de Norman Koren. Celui-ci peut s'avérer incapable de coïncider totalement avec le comportement d'une triode réelle. Par exemple, la dérivée en 0 du courant I_p modélisé par rapport à la tension V_{pk} est nulle, ce qui n'est pas le cas dans la réalité. Ou encore certains paramètres comme μ ou E_x peuvent admettre des variations en fonction des tensions d'entrée.

3.2.4 Courant I_g

La figure 6 indique la caractéristique du courant de grille de la triode (1) mesurée. Elle est présentée en fonction de la tension V_{gk} , pour plusieurs valeurs

constantes de V_{pk} . Ces mesures nous montrent une faible dépendance du courant I_g à la tension V_{pk} . On choisit donc d'utiliser le modèle de l'équation 2, dont on estime facilement les paramètres à partir des courbes mesurées. On obtient les paramètres du tableau 2.

	V_ϕ	R_{gk}	K
neuve (1)	0.35	1300	0.5
neuve (2)	0.18	1280	0.49
usagée (3)	0.33	1350	0.55

TABLE 2 – Paramètres du courant de grille pour plusieurs triodes 12AX7

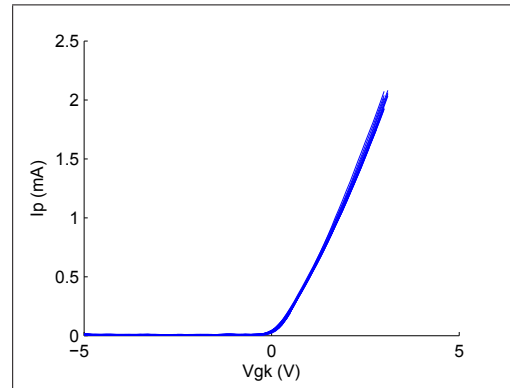


FIGURE 6 – Courant de grille mesuré pour différentes valeurs de V_{pk} , pour la triode (1)

4 Simulation numérique

4.1 Représentations d'états étendus

Les représentations d'états sont un outil standard utilisé en automatique. Pour des systèmes non linéaires, on peut utiliser une formulation étendue, introduisant des fonctions dans la formulation classique, et permettant de tenir compte des éventuelles équations implicites. Soit X le vecteur d'états dynamiques du système étudié, W a un vecteur d'états statiques non linéaire, U le vecteur d'entrée et Y le vecteur de sortie.

$$dX/dt = f(X, W, U) \quad (6)$$

$$0 = g(X, W, U) \quad (7)$$

$$Y = h(X, W, U) \quad (8)$$

Notons que le cas linéaire est un cas particulier de la représentation d'états étendue, avec $\dim W = 0$, $g(X, U) = 0$, les fonctions $f(X, U) = AX + BU$ et $h(X, U) = CX + DU$.

En utilisant les lois de Kirchoff, et les expressions des modèles de triode, l'étage amplificateur à triode peut être modélisé par un système non linéaire différentiel algébrique, et une représentation d'états étendue du système. La discrétisation suivante permet alors de simuler le circuit électronique en temps réel.

4.2 Schémas numériques

La discrétisation et la résolution des équations en représentations d'états étendus consistent à résoudre

des équations différentielles, et des équations implicites, conséquences des choix réalisés en termes de schéma numériques, et du bouclage au niveau équations dans le circuit électronique non linéaire. On note T_e la période d'échantillonnage.

4.2.1 Équations différentielles

Pour résoudre les équations différentielles ordinaires (équation 6), on utilise en général les méthodes explicites de Runge-Kutta, pour leurs propriétés intéressantes en termes de précision et de stabilité, par exemple la méthode d'ordre 2 (équation 9). On utilise également des méthodes de résolution implicites, comme la méthode d'Euler implicite (équation 10), ou la méthode des trapèzes (équation 11), appelée aussi transformée bilinéaire, souvent utilisée en traitement du signal.

$$k_1 = T_e f(X_n, W_n, U_n) \quad (9)$$

$$X_{n+1} = X_n + T_e f\left(X_n + \frac{k_1}{2}, W_n, \frac{U_n + U_{n+1}}{2}\right)$$

$$X_{n+1} = X_n + T_e f(X_{n+1}, W_{n+1}, U_{n+1}) \quad (10)$$

$$X_{n+1} = X_n + \frac{T_e}{2} f(X_{n+1}, W_{n+1}, U_{n+1}) + \frac{T_e}{2} f(X_n, W_n, U_n) \quad (11)$$

Nous avons vu dans [9] que le fait de considérer la capacité parasite C_{gp} dans le modèle fait apparaître un problème raide. Il n'existe pas de définition rigoureuse de la raideur dans la littérature. Mais on peut considérer comme raide une équation différentielle pour laquelle certaines méthodes de résolution numérique sont instables, avec des variations rapides de la solution d'un échantillon à calculer sur l'autre. Il existe deux façons de corriger l'instabilité avec un problème de raideur : réduire le pas d'échantillonnage, pour réduire l'ordre de grandeur de la variation de la solution à chaque pas ; ou bien utiliser des schémas numériques implicites adaptés et des algorithmes de résolution d'équations implicites. Nous avons choisi la deuxième solution, le premier cas nécessitant augmenter la fréquence d'échantillonnage au delà du mégahertz, pour avoir une solution stable.

4.2.2 Équations implicites

La méthode standard de Newton-Raphson permet de trouver les racines Z d'une équation de la forme $f(Z) = 0$ avec Z un vecteur de dimension quelconque. L'algorithme nécessite de connaître le jacobien de f par rapport à Z , et converge après quelques itérations.

Il importe de vérifier si ses conditions d'application sont respectées, à savoir si le jacobien est lipschitzien, et isomorphe localement autour de la solution [5]. Ces propriétés sont vérifiées pour les équations en représentations d'états, et pour celles des modèles de triodes 12AX7. En particulier, dans le cas où on utilise le modèle de 12AX7 interpolé à partir de mesures, on s'est assuré par le filtrage des surfaces que les dérivées des courants I_p et I_g en fonction des tensions V_{gk} et V_{pk} soient monotones.

Les algorithmes de résolution des équations implicites permettent de résoudre l'équation 7, mais aussi l'équation 6 dans le cas où les méthodes implicites de Euler implicite ou Bilineaire sont utilisés. Si la capacité C_{gp} n'est pas considérée dans la modélisation, les équations différentielles sont résolues avec un schéma explicite, et Z est simplement égal au vecteur W . Dans le cas contraire, $Z = [X \ W]^T$.

Soit Z_n^k la valeur approximative de Z à l'itération k de l'algorithme pour l'échantillon n . $J_f(Z)$ est la matrice Jacobienne $df(Z)/dZ$. L'expression de Z_{n+1}^k est la suivante.

$$Z_n^{k+1} = Z_n^k - J_f^{-1}(Z_n^k) \times f(Z_n^k) \quad (12)$$

Le schéma numérique implicite pour l'étage complet, avec différents modèles de triode, a été implémenté pour le temps-réel au format plug-in VST de Steinberg, avec 4 itérations de l'algorithme de Newton Raphson par échantillon.

5 Discussion

Une sinusoïde de fréquence 200 Hz et d'amplitude 10 V est utilisée en entrée de l'étage numérisé. Nous pouvons voir dans la figure 7 le résultat en sortie de la simulation avec le modèle interpolé de la triode (1).

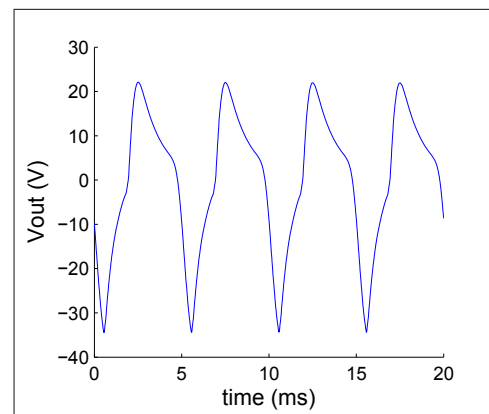


FIGURE 7 – Sortie de l'étage excité par une sinusoïde de fréquence 200 Hz et d'amplitude 10 V

En termes de réalisme, la simulation de l'étage à triode est capable de produire des signaux avec un contenu harmonique riche, si le gain à l'entrée est suffisamment grand. Trois ou quatre étages à triode cascades, avec une bonne simulation d'enceinte guitare, permettent d'obtenir une bonne approximation du son d'un préamplificateur guitare haut gain. Des comparaisons des modèles et autres exemples sonores sont disponibles sur [12]. Les résultats nécessiteraient néanmoins, pour devenir plus réalistes, que les étages ne soient pas découplés, et qu'un correcteur de tonalité guitare standard soit inclus.

6 Conclusion

Un étage de préamplificateur guitare a été étudié et simulé avec des schémas numériques efficaces pour

le temps-réel, et permet d'obtenir un rendu sonore satisfaisant avec des simulations d'enceintes guitare standard. Des mesures sur un large panel de triodes seront effectuées dans le futur pour établir une correspondance entre les paramètres mesurés et des paramètres objectifs / perceptifs sur la qualité des triodes. Des travaux seront également menés pour modéliser les autres étages d'un amplificateur guitare.

Références

- [1] W. Marshall Leach JR., "SPICE Models for Vacuum-Tube Amplifiers", *J. Audio Eng. Society*, Vol. 43, No. 3 (1995)
- [2] Norman Koren, "Improved vacuum tube models for SPICE simulations", <http://www.normankoren.com/> (2003)
- [3] Morgan Jones, "Valve Amplifiers, third edition", *Éditions Newnes* (2003)
- [4] David T. Yeh, Jyri Pakarinen, "A review of digital techniques for modeling vacuum-tube guitar amplifiers", *Computer Music Journal Summer 2009*, Vol. 33, No. 2 (2009)
- [5] Jean-Pierre Demailly, "Analyse numérique et équations différentielles", *Collection Grenoble Sciences* (2006)
- [6] Linear Technology, "LTSpice IV / SwitcherCAD III", <http://www.linear.com> (2010)
- [7] Jyri Pakarinen, Matti Karjalainen, "Wave digital simulation of a vacuum-tube amplifier", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing* (2006)
- [8] Merlin Blencowe, "Designing Tube Preamps for Guitar and Bass" (2009)
- [9] Ivan Cohen, Thomas Helie, "Simulation of a guitar amplifier stage for several triode models : examination of some relevant phenomena and choice of adapted numerical schemes", *127th Convention AES, New York, USA* (2009)
- [10] J.C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions," *SIAM Journal of Optimization*, Vol. 9 Number 1, pp. 112-147 (1998)
- [11] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery, "Numerical Recipes in C++", *Cambodge University Press* (2002)
- [12] <http://www.orosys.fr/cohen/samples.htm>