'HOWARD' : un modèle pour la propagation d'ondes de choc acoustiques en milieu hétérogène, au-delà de l'approximation parabolique

Mathieu Rénier, Franck Dagrau, Régis Marchiano, François Coulouvrat

▶ **To cite this version:**

Mathieu Rénier, Franck Dagrau, Régis Marchiano, François Coulouvrat. 'HOWARD' : un modèle pour la propagation d'ondes de choc acoustiques en milieu hétérogène, au-delà de l'approximation parabolique. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00542861

HAL Id: hal-00542861
https://hal.science/hal-00542861

Submitted on 3 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème Congrès Français d'Acoustique
Lyon, 12-16 Avril 2010

'HOWARD' : un modèle pour la propagation d'ondes de choc acoustiques en milieu hétérogène, au-delà de l'approximation parabolique

Mathieu Rénier[1], Franck Dagrau[1,2], Régis Marchiano[1], François Coulouvrat[1]

[1]Université Pierre et Marie Curie Paris 6, Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR CNRS 7190, 4 place Jussieu, 75005 Paris
[2]Dassault Aviation, 78 quai Marcel Dassault, 92552 Saint Cloud cedex

La simulation numérique de la propagation d'ondes de choc acoustiques nécessite de prendre en compte des échelles temporelles et spatiales très différentes (plusieurs ordres de grandeur). Les temps de calcul élevés rendent les approches directes dans des configurations réalistes (équations d'Euler ou de Navier-Stokes) prohibitives pour le moment. Ceci justifie le recours à des équations modèles. Le modèle le plus courant est basé sur l'approximation parabolique standard, dont le domaine de validité reste néanmoins limité aux faisceaux collimatés. Pour aller au-delà et s'affranchir de ces limitations, une nouvelle approche nommée HOWARD ("Heterogeneous One Way Approximation for the Resolution of Diffraction") a été mise au point. Elle permet de simuler la propagation d'ondes de choc acoustiques en milieux hétérogènes sans limite de validité angulaire, contrairement aux approximations paraboliques utilisées habituellement. Seul le champ rétro-diffusé est négligé (approximation de milieu faiblement hétérogène). Dans un premier temps, cette méthode sera exposée en détail et comparée aux méthodes existantes. Puis différentes configurations seront étudiées pour en illustrer les potentialités.

1 Introduction

Les ondes de choc sont une des manifestations les plus intenses et spectaculaires de la non-linéarité en acoustique. Ces ondes de choc peuvent être d'origine naturelle (explosions volcaniques, tonnerre) ou constituer une nuisance sonore associée au bruit des transports (bang sonique des avions supersoniques ou des trains entrant dans des tunnels, bruit au décollage des soufflantes de moteur). Dans certains cas, les ondes de choc sont utilisées pour leurs propriétés, comme en lithotritie ou en acoustique musicale (trombone).

Les ondes de choc sont caractérisées par une variation brusque de la pression, sur un temps très court par rapport à la durée (ou la période) du signal. En conséquence, le spectre fréquentiel est très étendu, typiquement d'un facteur 1000 pour un bang sonique. En outre, les composantes spectrales sont couplées l'une à l'autre par la non-linéarité. Enfin, les distances de propagation sont souvent grandes également, plusieurs centaines à milliers de longueurs d'onde. Quelques simulations directes (Euler ou Navier-Stokes) à 2 dimensions ont été réalisées [1-5] mais, pour des applications réalistes, des machines de grande capacité (teraflop) sont nécessaires [6]. En conséquence, la plupart des études se sont orientées vers des problèmes modèles moins exigeants en terme de ressource numérique. Tous ces modèles visent à factoriser l'équation des ondes de façon à séparer l'onde en une onde directe et une onde rétrodiffusée, et, à ne résoudre que la première par une méthode d'avancement (en général spatial). C'est ce que l'on appelle les méthodes "One-Way". Naturelle à une dimension, l'approche peut se généraliser à 2 ou 3 dimensions en écrivant l'équation des ondes formellement sous la forme :

$$c_0^{-1}\partial\Phi/\partial t \pm \Delta^{1/2}\Phi = 0 \qquad (1)$$

où l'on ne retiendrait que le signe +. La difficulté provient de l'opérateur $\Delta^{1/2}\Phi$ avec une puissance non entière. L'approche usuelle est d'exprimer celui-ci sous la forme d'un développement en série de Padé. Le développement d'ordre (1,0) donne l'approximation parabolique standard [7], et l'ordre (1,1) donne l'approximation parabolique grand angle ou de Claerbout [8]. En régime non linéaire, l'approximation parabolique standard aboutit à l'équation dite KZ [9] qui a suscité des applications numériques considérables. En revanche la version grand angle [10] a été peu étudiée du point de vue de l'application numérique.

Toutefois, les approximations paraboliques ont un domaine d'application limité quand le champ acoustique s'écarte de la direction de propagation principale. Afin de surmonter cette limitation, plusieurs approches ont été proposées. Elles satisfont toutes les points suivants : i) conserver une approche "one-way" d'avancement plan par plan depuis la source, ii) utiliser un algorithme à pas fractionné, séparant diffraction linéaire d'une part et non-linéarité d'autre part, iii) réduire les termes non linéaires à l'équation de Burgers non dissipative, iv) traiter les termes de diffraction linéaire via des solutions exactes de l'équation des ondes plutôt qu'une approximation parabolique. Les différentes méthodes proposées varient essentiellement de par l'approche choisie pour ce dernier point [11-14]. Dans la présente approche [15, 16] nous privilégions la représentation du champ par spectre angulaire [17], permettant une factorisation naturelle dans l'espace de Fourier, et nous généraliserons l'approche au cas d'un milieu hétérogène.

2 Modélisation

On part de l'équation des ondes non linéaires de Kuznetsov [18] généralisée en milieu hétérogène [15, 16] :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla\cdot\left(\frac{\nabla\Phi}{\rho_0}\right) = \frac{\beta}{c_0^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right] + \frac{\partial}{\partial t}\left[(\nabla\Phi)^2 - \frac{1}{c_0^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right], \quad (2)$$

où Φ, ρ_0, c_0 et β sont respectivement le potentiel acoustique (relié à la pression par : $p = \rho_0 \partial\Phi/\partial t$), la masse volumique, la célérité du son et le coefficient de non-linéarité. Dans l'approximation d'onde localement plane, le dernier terme est négligeable et l'on est ramené à l'équation de Lighthill-Westervelt généralisée en milieu hétérogène :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla\cdot\left(\frac{\nabla\Phi}{\rho_0}\right) = \frac{\beta}{c_0^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right]. \quad (3)$$

On introduit maintenant dans Eq.(3) le temps retardé $\bar{\tau} = t - x/\bar{c}_0$ associé à une onde plane se propageant dans un milieu à la vitesse du son moyenne $\bar{c}_0$. Après quelques calculs, et en effectuant une approximation de type parabolique grand angle uniquement sur le terme hétérogène (qui est d'un ordre de grandeur inférieur au terme homogène) on obtient l'équation suivante :

$$2\bar{c}_0\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial\bar{\tau}} - \bar{c}_0^2\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \Delta_\perp\Phi\right) - \left(1 - \frac{\bar{c}_0^2}{c_0^2}\right)\frac{\partial^2\Phi}{\partial\bar{\tau}^2} + \frac{c_0^2}{\rho_0^2}\left(\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x} - \frac{1}{\bar{c}_0}\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{\tau}}\right]\frac{\partial\rho_0}{\partial x} + \nabla_\perp\Phi\cdot\nabla_\perp\rho_0\right) = \frac{\beta}{c_0^2}\frac{\partial}{\partial\bar{\tau}}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{\tau}}\right)^2\right], \quad (4)$$

où l'on a successivement l'équation des ondes en milieu homogène sans approximation (1ère ligne), les corrections liées à l'hétérogénéité du milieu (2ème ligne) et les termes non linéaires (3ème ligne). Seuls les termes associés à la correction en vitesse du son ont fait l'objet d'une approximation. Remarquons que, même avec celle-ci, la relation de dispersion de Eq.(4) reste identique à celle de l'équation des ondes. La figure (1) compare celle-ci à celle des approximations paraboliques standard et grand angle, et montre que le domaine de validité de l'équation (4) est beaucoup plus grand, incluant notamment les ondes évanescentes. Remarquons que l'équation (4) ne fait pas apparaître la factorisation. Celle-ci intervient uniquement dans la méthode de résolution numérique.

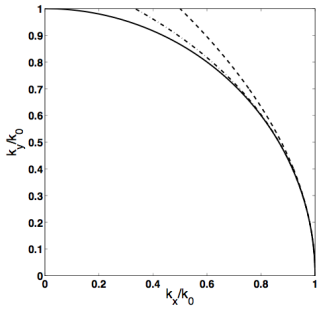

Figure 1 : relations de dispersion de l'équation des ondes (ligne continue) et des approximations paraboliques standard (tirets) et grand angle (tirets – points)

3 Résolution numérique

L'équation (4) est résolue par schéma à pas fractionné, le premier terme d'avancement étant commun à chacune des 3 équations explicitement résolues.

3.1 Equation des ondes en milieu homogène

La première ligne de Eq.(4) est l'équation des ondes en milieu homogène. Celle-ci est résolue par la méthode du spectre angulaire, par transformation de Fourier du champ de potentiel pour les variables temps et direction transverse. La solution exacte de l'équation des ondes est donnée alors par :

$$\Phi(x+\Delta x,\vec{r},\bar{\tau}) = \mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}(\Phi(x,\vec{r},\bar{\tau}))\exp\left(i\left[-\frac{\omega}{\bar{c}_0} + \sqrt{\frac{\omega^2}{\bar{c}_0^2} - \mathbf{k}_\perp^2}\right]\Delta x\right)\right] \quad (5)$$

où $\mathcal{F}$ est la transformée de Fourier associée aux variables temps – plan transverse (t,y,z) avec les variables conjuguées $(\omega,\mathbf{k}_\perp)$. Selon la procédure d'avancement "one-way", seules les ondes se propageant vers les x croissants (signe + sous l'exponentielle) sont conservées, éliminant ainsi le champ rétro-diffusé. En revanche les ondes évanescentes sont correctement prises en compte, ce que ne permettent pas les approximations paraboliques.

3.2 Correction hétérogène

La 2ème ligne de Eq.(4) complétée du terme d'avancement est résolue par transformation de Fourier temporelle et différences finies suivant des schémas classiques pour la résolution de l'équation KZ. Le schéma utilisé est un schéma implicite inconditionnellement stable, centré dans la direction transverse et décentré amont dans la direction axiale.

3.3 Non-linéarités

La dernière ligne de Eq.(4) complétée du terme d'avancement est l'équation de Burgers non dissipative écrite en potentiel. Celle-ci est résolue par la méthode dite de Burgers-Hayes [19, 20]. Celle-ci est basée sur la solution implicite de Poisson. Lorsque des chocs apparaissent, celle-ci est multivaluée. Parmi toutes les valeurs possibles du potentiel, celle admissible est alors nécessairement la valeur maximale afin de satisfaire la condition d'entropie à travers les chocs [21].

Enfin, si nécessaire, des couches absorbantes peuvent être introduites latéralement afin de réduire les réflexions artificielles sur les bords du domaine numérique.

4 Validation

4.1 Piston en régime linéaire

Dans un premier temps, la méthode est testée pour un piston bidimensionnel en régime linéaire et harmonique, avec une pression uniforme d'amplitude unité imposée sur la surface du piston de taille 3 longueurs d'onde, et nulle ailleurs. Le champ axial calculé par la méthode HOWARD est comparé sur la figure 2 avec la solution exacte, et les approximations parabolique standard et grand angle. La méthode HOWARD est confondue avec la solution exacte,

alors que les méthodes paraboliques montrent des écarts sensibles en champ proche.

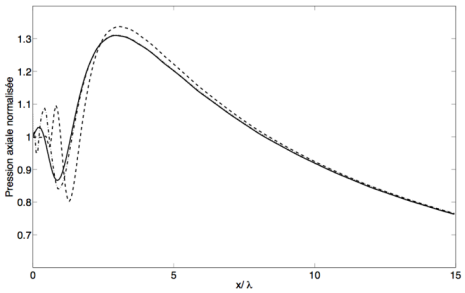

Figure 2 : champ axial d'un piston 2D – comparaison de la méthode HOWARD indiscernable de la solution analytique (ligne continue) avec les approximations paraboliques standard (tirets) et grand angle (tirets – points)

Des conclusions similaires peuvent être déduites en examinant le champ dans la direction transverse à la direction de propagation, dans différents plans (Figure 3). En particulier, en champ lointain, l'erreur sur la phase de l'onde pour l'approximation standard fait que celle-ci prédit correctement uniquement le lobe principal. L'approximation grand angle, plus précise, permet de retrouver également le premier lobe secondaire.

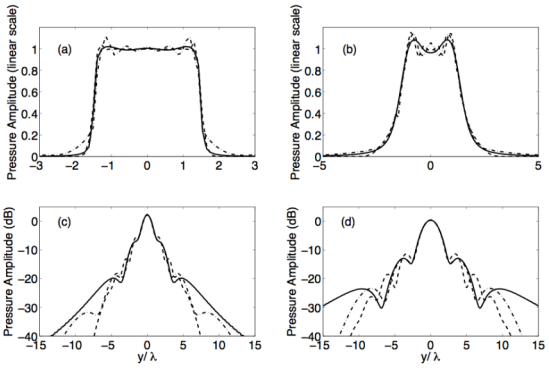

Figure 3 : champs transverses d'un piston 2D dans 4 plans transverses (à distance croissante de a = 0.03 ; b = 0.5; c=3.75; d=7.5 longueurs d'onde) – comparaison de la méthode HOWARD indiscernable de la solution analytique (ligne continue) avec les approximations paraboliques standard (tirets) et grand angle (tirets – points)

4.2 Piston en régime non linéaire

Le même piston est étudié maintenant en régime non linéaire, dans le cas où la distance de Rayleigh est égale à la distance de choc, soit 7,5 longueurs d'onde. On compare dans ce cas les solutions numériques issues des équations HOWARD et KZ (approximation parabolique standard). L'algorithme de résolution de l'équation KZ est décrit dans [22, 23]. La figure 4 montre l'amplitude axiale des 4 premiers harmoniques. On observe un bon accord entre les 2 méthodes, sauf pour le champ proche du fondamental.

Pour le champ transverse à une distance de 15 longueurs d'onde (Figure 5), on observe des différences significatives pour tous les harmoniques en dehors du lobe principal, qui seul est décrit correctement par l'approximation standard.

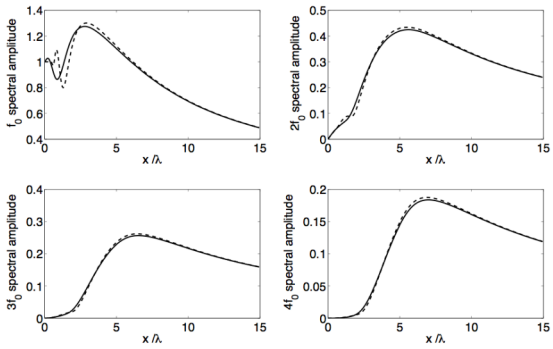

Figure 4 : champ axial d'un piston 2D en régime non linéaire – amplitude des 4 premiers harmoniques – méthode HOWARD (ligne continue) et approximation parabolique standard (tirets)

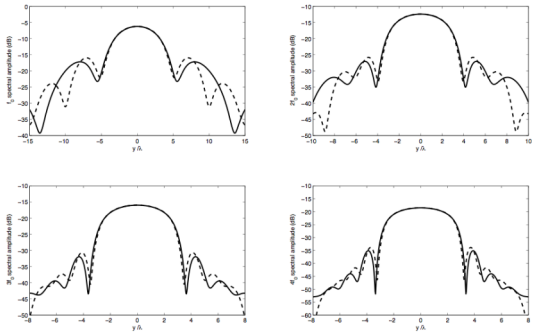

Figure 5 : champ transverse d'un piston 2D en régime non linéaire à 2 distances de Rayleigh – amplitude des 4 premiers harmoniques – méthode HOWARD (ligne continue) et approximation parabolique standard (tirets)

4.3 Diffusion par un cylindre hétérogène

Des comparaisons entre la méthode HOWARD et une solution analytique pour la diffusion d'une onde plane par un cylindre hétérogène ont été réalisées [15, 16]. Elles montrent que le champ transmis est bien simulé pourvu que le contraste de célérité du son soit inférieur à 10%, ce qui est largement au-delà des valeurs observées dans l'atmosphère, l'océan ou en milieu biologique.

5 Conclusion : diffusion d'une onde de choc en milieu aléatoire

La figure 6 montre une application non linéaire en milieu hétérogène, caractéristique du bang sonique [23, 24]. Une onde en "N", initialement plane, de durée 0,2 s et d'amplitude 100 Pa, se propage dans un milieu aléatoire avec des fluctuations de la vitesse du son de l'ordre de 5%. Après 5,5 km de propagation, le champ de pression temporel dans la direction transversale à la direction initiale de l'onde est montré figure 6. On peut observer la distorsion du front d'onde sous l'action du milieu, les effets de focalisation aléatoire marqués au niveau des chocs avant et arrière, et la forte variabilité latérale du champ acoustique.

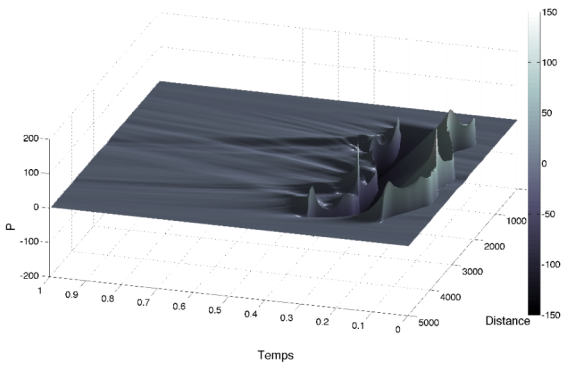

Figure 6 : distorsion d'une onde en N après propagation dans un milieu aléatoire.

Remerciements

Ce travail a bénéficié du soutien de la Direction des Programmes de l'Aviation Civile, projet NECST (New Environmental Compliant Solution for Transport).

Références

[1] Sparrow W. V., Raspet R. "A numerical method for general finite amplitude wave propagation in two dimensions and its application to spark pulses", *J. Acoust. Soc. Am.,* 90, 2683-2691 (1991).

[2] Yano T., Inoue Y. "Strongly nonlinear waves and streaming in the near field of a circular piston", *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, 3353-3372 (1996)

[3] Ginter S., Liebler M., Steiger E., Dreyer T., Riedlinger R. "Full-wave modelling of therapeutic ultrasound : nonlinear ultrasound propagation in ideal fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, 111, 2049-2059 (2002)

[4] Vanhille C., Campos-Pozuelo C. "Numerical simulation of two-dimensional nonlinear standing acoustic waves", *J. Acoust. Soc. Am.,* 116, 194-200 (2004)

[5] Kandil O.A., Yang Z., Bobitt P. J. "Prediction of sonic boom signature using Euler-full potential CFD with grid adaptation and shock fitting". AIAA Paper 2002-3677 (2002)

[6] Del Pino S., Despres B., Have P., Jourdren H., Piserchia P.-F. "3D Finite Volume simulation of acoustic waves in the earth atmosphere", *Computers & Fluids*, 38, 765-777 (2009)

[7] Tappert F. D. "The parabolic approximation method", in *Wave Propagation and Underwater Acoustics,* J. B. Keller and J. S. Papadakis eds., Springer (New York), 224-287 (1977)

[8] Claerbout J. F. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*, McGraw-Hill (New York) (1976)

[9] Zabolotskaya E. A., Khokhlov R. V. "Quasi-plane waves in the non-linear acoustics of confined beams", *Sov. Phys. Acoust.*, **15**, 35-40 (1969)

[10] McDonald B. E. "High-angle formulation for the nonlinear progressive-wave equation model", *Wave Motion,* **31**, 165-171 (2000)

[11] Christopher T., Parker K. J. "New approaches to nonlinear diffractive field propagation", *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**, 488-499 (1991)

[12] Tavakkoli J., Cathignol D., Souchon R., Sapozhnikov O. A. "Modeling of pulsed finite-amplitude focused sound beams in time domain", *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**, 2061-2072 (1998)

[13] Wójcik J., Novicki A., Lewin P. A., Bloomfield P. E., Kujawska T., Filipczynski L. "Wave envelopes method for description of nonlinear acoustic wave propagation", *Ultrasonics*, **44**, 310-329 (2006)

[14] Zemp R. J., Tavakkoli J., Cobbold R. S. "Modeling of nonlinear ultrasound propagation in tissue from array transducers", *J. Acoust. Soc. Am.*, **113**, 139-152 (2003)

[15] Dagrau F. *Simulation de la propagation du bang sonique, de la CFD à l'acoustique non linéaire*, PhD Dissertation, Université Pierre et Marie Curie – Paris 6 (2009)

[16] Dagrau F., Rénier M., Marchiano R., Coulouvrat F. "Acoustical shock wave propagation in weakly heterogeneous media : a numerical simulation beyond the parabolic approximation", submitted to *J. Acoust. Soc. Am.* (2010)

[17] Goodman J. W. (1968), *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill (New York)

[18] Kuznetsov V. P. "Equations of nonlinear acoustics", *Sov. Phys. Acoust.*, **16**, 467-470 (1970)

[19] Burgers J. M. "Further statistical problems connected with the solution of a simple nonlinear partial differential equation", *Proc. Kon. Nederlanse Akad. van Wet.*, Series b, **57**, 159-169 (1954)

[20] Hayes W. D., Haefeli R. C., Kulsrud, H. E. "Sonic boom propagation in a stratified atmosphere with computer programme", *NASA CR-1299* (1969)

[21] Coulouvrat F. "A quasi exact shock fitting algorithm for general nonlinear progressive waves", *Wave Motion*, 49, 97-107 (2009)

[22] Baskar S., Coulouvrat F., Marchiano R. "Nonlinear reflection of grazing acoustical shock waves : unsteady transition from von Neumann to Mach to Snell-Descartes reflections", *J. Fluid Mech.*, **575**, 27-55 (2007)

[23] Ganjehi L., Marchiano R., Coulouvrat F., Thomas J.-L. "Evidence of the wave front folding of sonic boom by a laboratory-scale deterministic experiment of shock waves in a heterogeneous medium", *J. Acoust. Soc. Am.*, 124, 57-71 (2008)

[24] Blanc-Benon Ph., Lipkens B., Dallois L., Hamilton M. F., Blackstock D. T. "Propagation of finite amplitude sound through turbulence: modeling with geometrical acoustics and the parabolic approximation", *J. Acoust. Soc. Am.*, **111**, 487-498 (2002)