



**HAL**  
open science

**Mesure de la constante de Boltzmann par procédé  
acoustique en cavité, étude du couplage fluide/structure  
par mesures acoustiques et électromagnétiques en  
mélange gazeux**

Cécile Guianvarc'H, Roberto M. Gavioso, Daniele Madonna Ripa, Giuliana Benedetto, Rugiada Cuccaro, Daniel Truong, Laurent Pitre

► **To cite this version:**

Cécile Guianvarc'H, Roberto M. Gavioso, Daniele Madonna Ripa, Giuliana Benedetto, Rugiada Cuccaro, et al.. Mesure de la constante de Boltzmann par procédé acoustique en cavité, étude du couplage fluide/structure par mesures acoustiques et électromagnétiques en mélange gazeux. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Société Française d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00542603

**HAL Id: hal-00542603**

**<https://hal.science/hal-00542603v1>**

Submitted on 7 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Mesure de la constante de Boltzmann par procédé acoustique en cavité, étude du couplage fluide/structure par mesures acoustiques et électromagnétiques en mélange gazeux

Cécile Guianvarc'h<sup>1</sup>, Roberto Gavioso<sup>1</sup>, Daniele Madonna Ripa<sup>1</sup>,  
Giuliana Benedetto<sup>1</sup>, Rugiada Cuccaro<sup>1</sup>,  
Daniel Truong<sup>2</sup>, Laurent Pitre<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (INRiM), strada delle Cacce 91, 10135 Torino, Italie,  
{c.guianvarch,r.gavioso,d.madonnaripa,g.benedetto,r.cuccaro}@inrim.it

<sup>2</sup> Laboratoire Commun de Métrologie (LNE - Cnam), 61 rue du Landy, 93210 La Plaine Saint Denis, France,  
{daniel.truong,laurent.pitre}@cnam.fr

La communauté scientifique internationale cherche depuis quelques années à définir le kelvin à partir d'une constante fondamentale dont la valeur numérique serait figée. Pour que l'unité de température fasse l'objet d'une telle redéfinition, cette constante, la constante de Boltzmann  $k$ , devra être connue avec une incertitude relative inférieure à  $10^{-6}$ .

La méthode choisie ici pour la détermination de  $k$  repose sur la mesure des fréquences de résonance acoustiques d'un gaz pur en cavité quasi sphérique. Le niveau de précision accessible actuellement grâce aux techniques de mesures mises en œuvre ici impose une précision du même ordre pour la modélisation acoustique associée à cette expérience. Les modèles analytiques étudiés doivent ainsi tenir compte des effets couplés de diverses sources de perturbations (imperfections de sphéricité, effets visqueux et thermiques, transducteurs, discontinuités en paroi...), et des couplages intermodaux résultants.

L'accent est mis ici sur la compréhension du couplage fluide/structure dont les effets, bien que significatifs, ne peuvent toujours pas être pris en compte dans les modèles analytiques avec une précision suffisante. Une méthode expérimentale reposant sur la mesure de fréquences de résonance acoustiques et électromagnétiques dans un mélange gazeux de composition variable a donc été mise au point à l'INRiM afin d'étudier la réponse de la coque à différents modes acoustiques. La variation progressive de la composition du gaz (de l'hélium à l'argon pur) permet de faire varier significativement la vitesse du son, et ainsi la fréquence de résonance de chaque mode acoustique, sur plusieurs milliers à dizaines de milliers de Hertz. Les premiers résultats expérimentaux ont permis d'identifier des modes de résonance de la coque susceptibles de perturber fortement la détermination de  $k$ .

Par-delà, une telle étude présente également un intérêt pour la mesure des propriétés physiques de mélanges gazeux par méthodes acoustiques et électromagnétiques.

## 1 Introduction

Le Comité International des Poids et Mesures (CIPM) a récemment recommandé de redéfinir l'ensemble du Système International d'unités à partir, non plus d'artefacts, tel le kilogramme étalon pour l'unité de masse, mais de constantes fondamentales de la physique dont les valeurs seraient fixées de manière exacte [1, 2], comme il a été fait pour le mètre, dont la définition est basée sur une valeur fixe de la vitesse de la lumière [3].

Actuellement, l'unité de température thermodynamique, le kelvin, est défini sur la base du point triple de l'eau (valeur fixée à 273,16 K), un artefact dont la définition a varié dans le temps avec une incertitude non négligeable. Dans le cadre de cette redéfinition du système d'unités, la nouvelle définition du kelvin reposerait alors sur la constante de Boltzmann  $k$ , reliant la température thermodynamique au quantum d'énergie d'agitation thermique. Cependant, afin qu'une telle redéfini-

tion puisse être réalisée, il est nécessaire qu'une incertitude suffisamment faible soit obtenue sur la valeur de la constante de Boltzmann, soit  $1.10^{-6}$  en valeur relative, et qu'un consensus international puisse être établi sur la base des valeurs issues d'un nombre suffisant de laboratoires nationaux de métrologie. Ainsi des travaux ont été engagés depuis plusieurs décennies dans différents laboratoires dans le monde afin de mesurer la valeur de  $k$ , faisant appel à des méthodes et techniques diverses, parmi lesquelles, une méthode acoustique et électromagnétique en cavité semble pouvoir permettre d'accéder à une valeur de  $k$  avec l'incertitude requise de  $1.10^{-6}$ .

Compte tenu du niveau d'incertitude requis, cette méthode comporte de nombreuses contraintes techniques ainsi qu'une modélisation du champ acoustique adaptée au niveau de précision des mesures afin d'en faire une exploitation pertinente. Si les avancées techniques et théoriques faites jusqu'à présent ont réussi à lever de nombreux verrous, les effets du couplage flu-

ide/structure constituent encore aujourd'hui une perturbation importante pour laquelle le modèle utilisé jusqu'à présent ne semble pas adapté en terme de précision.

Après un descriptif de la méthode acoustique et électromagnétique pour la détermination de la constante de Boltzmann, le présent article présente une technique pour la caractérisation expérimentale du couplage fluide/structure reposant sur la mesure de fréquences de résonances acoustiques et électromagnétiques dans un mélange gazeux de composition variable. Les résultats obtenus par cette méthode montrent les limites du modèle utilisé jusqu'à présent, et présentent par ailleurs un intérêt plus large pour la caractérisation de mélanges gazeux.

## 2 Méthode acoustique et électromagnétique pour la détermination de la constante de Boltzmann

### 2.1 Bases théoriques de la méthode

Dans un gaz réel, la vitesse du son  $c$  est écrite sous la forme

$$c^2 = \gamma \frac{kT_0}{m} [1 + \beta_1(T_0)P_0 + \beta_2(T_0)P_0^2 + \dots], \quad (1)$$

où  $P_0$ ,  $T_0$ ,  $m$  et les  $\beta_i$  sont respectivement la pression statique, la température thermodynamique, la masse atomique et les  $i^e$  coefficients du viriel du gaz, et  $\gamma$  le rapport des capacités calorifiques à pression et à volume constants ( $\gamma = 5/3$  dans un gaz monoatomique).

La vitesse du son  $c$  dans un gaz en cavité est également reliée aux fréquences de résonance et aux valeurs propres acoustiques de cette cavité. Dans le cas particulier d'une cavité sphérique de rayon  $R$ , la vitesse du son est donnée par

$$c = \frac{2\pi R}{z_{ln}} (f_{ln} - \Delta f_{ln}), \quad (2)$$

où  $z_{ln}$  est la  $n^e$  racine de  $j_l'(z) = 0$ , avec  $j_l(z)$  la fonction de Bessel sphérique d'ordre  $l$ ,  $f_{ln}$  est la fréquence de résonance acoustique mesurée pour ce mode, et  $\Delta f_{ln}$  un terme correctif tenant compte de différents effets perturbateurs (effets thermo-visqueux, irrégularité des parois, forme réelle de la cavité, ...), calculé d'après un modèle analytique du champ acoustique dans la cavité.

Le rayon moyen de la cavité est, lui, relié à la vitesse de la lumière  $c_0$  (valeur fixée) et aux fréquences de résonance électromagnétiques  $F_{mq}$  mesurées dans la cavité par une relation similaire

$$R = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon}} \frac{\zeta_{mq}}{F_{mq} - \Delta F_{mq}}, \quad (3)$$

où  $\varepsilon$  est la permittivité diélectrique du gaz,  $\zeta_{mq}$  est la  $q^e$  racine de  $j_m(\zeta) - \zeta j_m'(\zeta) = 0$  et  $\Delta F_{mq}$  un terme correctif incluant différents effets perturbateurs dans la cavité (effet de peau, irrégularité des parois, ...), calculé également d'après un modèle analytique du champ électromagnétique dans la cavité.

Finalement, en faisant usage des relations (2) et (3) dans l'équation (1), et en effectuant une moyenne sur plusieurs modes acoustiques et électromagnétiques (notée  $\langle \rangle$ ), il vient alors

$$k = \left\langle \frac{3}{5} \frac{mc_0^2}{T_0\varepsilon} \left( \frac{\zeta_{mq}}{z_{ln}} \right)^2 \left( \frac{f_{ln} - \Delta f_{ln}}{F_{mq} - \Delta F_{mq}} \right)^2 [1 + \beta_1(T_0)P_0 + \beta_2(T_0)P_0^2 + \dots]^2 \right\rangle. \quad (4)$$

Plusieurs sources d'incertitudes apparaissent dans l'expression (4) : la stabilité, le contrôle et la mesure des conditions de pression et de température du gaz, la connaissance de sa composition et de ses propriétés physiques, la mesure des fréquences de résonance acoustiques et électromagnétiques de la cavité, la modélisation des champs acoustique et électromagnétique et la validation des corrections à appliquer compte tenu des imperfections des conditions de propagation des ondes.

Ces différents domaines ont fait l'objet de travaux importants depuis la dernière détermination de la constante de Boltzmann [4] afin de réduire les incertitudes qui y sont associées.

### 2.2 Avancées techniques et théoriques

Des progrès techniques de natures diverses ont été effectués pour la détermination de  $k$  faite ici [5, 6] pour :

- i. le choix du matériaux (cuivre pour ses conductivités thermique et électrique élevées) et du gaz (hélium) dont les propriétés physiques sont connues ab initio [7],
- ii. la stabilité thermique et la mesure de la température (mesures en enceinte close plongée dans un bain thermostaté stabilisé à 273,16 K),
- iii. la pureté du gaz qui est assurée par un circuit de purification, et un débit continu de gaz permettant limiter la pollution du gaz par dégazage de certaines parties du système,
- iv. le choix d'une forme quasi-sphérique (ellipsoïde triaxial) pour la cavité afin de lever la dégénérescence des modes électromagnétiques, et ainsi d'augmenter la précision de la mesure du rayon moyen de la cavité.

Des avancées théoriques importantes ont également été faites pour la modélisation des champs électromagnétiques et acoustiques dans la cavité.

En effet, le modèle de champ électromagnétique actuellement en usage a pu être validé expérimentalement avec une incertitude satisfaisante [8, 9].

Par ailleurs, un nouveau modèle analytique du champ acoustique a été proposé, incluant dans un formalisme unique (formulation intégrale) les effets thermo-visqueux dans les couches limites et dans le volume, la conduction de la paroi, les effets de gaz peu dense au voisinage des parois (saut de température), la forme réelle de la cavité, la présence des tubes et transducteurs acoustiques en paroi (microphones électrostatiques) et la réaction de la paroi au champ acoustique (couplage fluide/structure) [10].

En pratique, si seules les valeurs des fréquences de résonance sont utilisées pour la détermination de  $k$ ,

la comparaison directe des valeurs des largeurs à mi-hauteur pour chaque mode acoustique et électromagnétique mesurées et calculées d'après les modèles permet d'en éprouver la validité. Par ailleurs, le fait que les termes correctifs  $\Delta f_{ln}$  et  $\Delta F_{mq}$  issus des modèles permettent d'obtenir des valeurs pour le rayon et la vitesse du son identiques pour différents modes électromagnétiques et acoustiques permet de s'assurer de la robustesse de la méthode. En revanche, les amplitudes des signaux sont trop dépendantes de la chaîne de mesure électrique (impossible à caractériser avec la précision requise) pour être exploitées en vue d'une validation expérimentale.

Si il a été possible de valider ainsi le modèle électromagnétique, concernant la prise en compte des différentes perturbations acoustiques, certains modes acoustiques présentent des largeurs à mi-hauteur pouvant excéder de 150 ppm les valeurs prévues par le modèle, ce qui représente alors une erreur de près de 100% sur la valeur du terme correctif  $\Delta f_{ln}$ , et implique un manque important dans la modélisation d'un ou plusieurs effets perturbateurs.

Des mesures effectuées dans de l'argon, où la vitesse du son et donc les fréquences de résonance sont plus basses que dans l'hélium, ont permis récemment de montrer que sur une même cavité, cette perturbation affecte toujours une même gamme de fréquences, indépendamment du mode acoustique excité, impliquant que cette perturbation est peu dépendante du gaz utilisé et liée essentiellement à la coque de la cavité, ce qui indique que le modèle utilisé jusqu'à présent pour tenir compte du couplage fluide/structure est insuffisant.

### 3 Couplage fluide/structure en cavité quasi-sphérique



FIGURE 1 – Cavité quasi sphérique en cuivre utilisée pour la détermination de la constante de Boltzmann, vue extérieure et coupe.

La cavité utilisée dans le cadre des travaux présentés ici sur la détermination de  $k$  est une cavité ellipsoïdale en cuivre dont le rayon nominal interne est de 50 mm (Fig. 1). Elle est composée de deux hémisphères vissés, et comporte plusieurs prises d'appuis et de fixation, ainsi que des logements pour les éléments de mesure et de contrôle (transducteurs acoustiques, tubes d'entrée et de sortie de gaz, antennes micro-ondes, thermomètres). L'épaisseur minimum de la coque est de 10 mm.

### 3.1 Modèles actuellement en usage

La prise en compte actuelle des effets du couplage fluide/structure sur le champ acoustique et ses propriétés de résonance est issue d'un modèle analytique établi il y a 25 ans pour une forme de coque simplifiée [13, 14].

La coque de la cavité est supposée parfaitement sphérique de rayons interne  $R$  et externe  $R'$ , d'épaisseur  $h = R' - R$  constante. Le matériau est supposé isotrope, de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\sigma$ . Le gaz est le même à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité, il est supposé ici non dissipatif.

En régime harmonique (pulsation  $\omega$ ), le champ de déformation  $\vec{s}$  de la coque satisfait à l'équation :

$$-\omega^2 \vec{s} = c_\ell^2 \text{grad div } \vec{s} - c_t^2 \text{rot rot } \vec{s}, \quad (5)$$

où

$$c_\ell = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)\rho_c}}, \quad \text{et} \quad c_t = \sqrt{\frac{E}{2(1+\sigma)\rho_c}}, \quad (6)$$

sont respectivement les vitesses du son longitudinale et transversale dans la coque.

Le champ de déformation satisfait par ailleurs à des conditions aux frontières imposant l'égalité de la vitesse particulaire et de la vitesse vibratoire de la coque, ainsi qu'un tenseur des contraintes nul (mouvement libre) sur la paroi intérieure de la cavité.

Le rayonnement acoustique de la coque par la paroi extérieure est exprimé en terme d'impédance de rayonnement induisant un amortissement du mouvement vibratoire.

L'effet du couplage fluide/structure sur le champ acoustique dans la cavité qui en est déduit est exprimé en terme d'admittance spécifique de paroi  $\beta_l$  dépendant de la forme du mode acoustique  $l, n$  excité

$$\beta_l = -\frac{j\omega\rho_0 c S_l}{\rho_c c_\ell^2}, \quad (7)$$

où  $S_l$  est fonction des propriétés mécaniques de la coque et des fonctions propres acoustiques.

Dans le cas présent, les mesures sont effectuées sur des modes acoustiques radiaux (pour  $l = 0$ ), ce qui donne pour l'admittance spécifique de paroi :

$$\beta_0 = -\frac{j\omega\rho_0 c S_0}{\rho_c c_\ell^2}, \quad \text{avec} \quad S_0 = -q \frac{G_1 + q_{zL} G_2}{G_3 + Q_{zL} G_R}, \quad (8)$$

où

$$q = \frac{1}{2} \frac{1-\sigma}{1-2\sigma}, \quad z_L = \frac{\rho_0 c^2}{\rho_c c_\ell^2} \frac{(k_0 R')^2}{1 + j k_0 R'}, \quad (9)$$

et

$$G_1 = (1 + k_\ell^2 R R' - q k_\ell^2 R'^2) \tan k_\ell h - k_\ell h - q k_\ell^3 R R'^2, \quad (10)$$

$$G_2 = (1 + k_\ell^2 R R') \tan k_\ell h - k_\ell h, \quad (11)$$

$$G_3 = [(q k_\ell^2 R^2 - 1)(q k_\ell^2 R'^2 - 1) + k_\ell^2 R R'] \tan k_\ell h - k_\ell h (1 + q k_\ell^2 R R'), \quad (12)$$

$$G_4 = (1 + k_\ell^2 R R' - q k_\ell^2 R'^2) \tan k_\ell h - k_\ell h - q k_\ell^3 R' R^2, \quad (13)$$

qui tend, en première approximation vers une fonction résonante simple amortie uniquement par le terme  $z_L$  lié au rayonnement extérieur. Ce mode est un mode de vibration radiale de la coque (en extension).

Ce résultat peut être discuté à plusieurs titres.

Tout d'abord, ce modèle repose sur l'hypothèse que le comportement vibratoire de la coque est celui d'une coque sphérique uniforme et que leur seul processus d'amortissement de la structure vient de son rayonnement extérieur. En pratique, la cavité a une forme et une constitution sensiblement éloignées de ces hypothèses : elle est constituée de deux hémisphères vissées, elle n'a pas une épaisseur uniforme ni ne présente de symétries et l'amortissement structural de la coque est non négligeable.

Enfin, dans la mesure où les perturbations acoustiques à l'intérieur de la cavité génèrent des modes couplés au mode excité, à la fréquence de résonance d'un mode radial le champ acoustique n'est pas parfaitement uniforme sur toute la surface interne de la coque, qui n'est alors pas exactement sollicitée comme le suppose le modèle présenté ci-dessus.

En pratique, les conséquences sont importantes sur l'incertitude sur la mesure de la vitesse du son et de la constante de Boltzmann. La contribution du couplage fluide/structure aux largeurs à mi-hauteur acoustiques prévue par le modèle n'excède pas  $1.10^{-7}$  en valeurs relatives, alors que les largeurs à mi-hauteur mesurées excèdent de 3 à 150 ppm ces valeurs, les différences maximales étant observées sur les modes acoustiques voisins du mode de résonance de la coque prévu par le modèle ci-dessus (dans le cas présent, le deuxième mode radial).

Les modes acoustiques fortement perturbés par le couplage fluide/structure sont alors rejetés de l'analyse, mais ce couplage a probablement également une influence non négligeable sur des modes éloignés de la fréquence de résonance de la coque.

Un modèle par éléments finis permettant d'évaluer les valeurs des différentes fréquences de résonance d'une coque de forme plus réaliste a été proposée récemment par Mehl (non publié). Cependant, cette modélisation n'a toujours pas été validé expérimentalement. Par ailleurs, ce modèle ne tient toujours pas compte de l'amortissement structural de la coque.

Etant donné la complexité de la forme de la coque, une modélisation de son comportement vibro-acoustique avec la précision requise pour la détermination de  $k$  ne semble pas accessible à l'heure actuelle. Un modèle empirique ou semi-empirique semblerait alors à même d'améliorer la prise en compte des effets du couplage fluide/structure dans le calcul des corrections  $\Delta f_{in}$  et des largeurs à mi-hauteurs de chaque mode.

Ainsi, une caractérisation expérimentale des effets du couplage fluide/structure et des résonances de la coque sur une large gamme de fréquences est nécessaire.

### 3.2 Méthode de caractérisation expérimentale

L'objectif ici est de caractériser de la réponse vibratoire de la coque en réponse à une excitation acous-

tique sur une large gamme de fréquences. Cependant, le champs acoustique n'a assez d'amplitude pour entraîner la coque qu'aux fréquences de résonance acoustiques, c'est-à-dire quelques fréquences assez éloignées les unes des autres.

Une variation des conditions du gaz dans lequel sont faites les mesures permet d'obtenir des variations sensibles des fréquences de résonance acoustique. Dans le cas présent, il est choisi de passer, par mélanges progressifs et à pression et températures statiques constants, d'un gaz constitué d'hélium pur (vitesse du son d'environ  $975 \text{ m.s}^{-1}$ ) à un gaz composé d'argon pur (vitesse du son d'environ  $310 \text{ m.s}^{-1}$ ), ce qui permet de faire varier la gamme de fréquences incluant les 9 premiers modes acoustiques radiaux ( $l = 0, n=2$  à  $10$ ) de  $10 \text{ kHz}$  à  $100 \text{ kHz}$ .

Compte tenu des remarques précédentes sur l'exploitation des amplitudes des signaux mesurés (§ 2.2), ce sont les valeurs mesurées des largeurs à mi-hauteur  $g_{0n}$  en fonction de la fréquence qui sont exploitées dans cette méthode de caractérisation. L'objectif est, dans un premier temps, d'effectuer une étude qualitative des effets perturbateurs liés à la structure de la cavité, une précision du même ordre que pour la détermination de  $k$  pour les mesures et l'analyse des résultats n'est donc pas nécessaire ici.

D'après un modèle simplifié [4], dont les résultats restent cohérents en première approximation avec ceux obtenus par un modèle unifié du champ acoustique dans la cavité [10], les largeurs à mi-hauteur  $g_{0n}$  de chaque mode radial peuvent être exprimées comme suit en fonction des différents effets perturbateurs acoustiques dans la cavité :

$$\frac{g_{0n}}{f_{0n}} = \frac{z_{0n}}{2R_0} ((\gamma - 1)\ell_h + \ell_v) + \text{Im} \left( -j \frac{\beta_{vth} + \beta_c}{z_{0n}} + j \rho_0 c \frac{2Y_{mic} + Y_{in} + Y_{out}}{4\pi R_0^2 z_{0n}} \right) \quad (14)$$

où le premier terme exprime les effets thermo-visqueux dans le volume ( $\ell_h$  et  $\ell_v$  étant les longueurs caractéristiques thermique et visqueuse [11]),  $\beta_{vth}$  l'admittance spécifique de paroi incluant les effets thermo-visqueux dans les couches limites, et  $Y_{mic}$ ,  $Y_{in}$ ,  $Y_{out}$ , les admittances acoustiques d'entrée respectives des transducteurs acoustiques [12] et des tubes d'entrée et de sortie de gaz en paroi.

Ainsi, l'observation des rapports  $g_{0n}/f_{0n}$  corrigés des différents effets perturbateurs en fonction de la fréquence permet ici de définir les gammes de fréquences où apparaissent des effets perturbateurs non expliqués par les modèles et répétables sur différents modes acoustiques. De telles perturbations sont alors liées à la structure de la coque, qu'il s'agisse de mouvements dûs au couplage fluide/structure ou à d'autres phénomènes vibratoires non envisagés jusqu'à présent, comme par exemple la vibration des tubes fins servant à l'entrée et la sortie du gaz.

### 3.3 Expérience

L'expérience réalisée ici est identique à celle réalisée pour la détermination de la constante de Boltzmann (cf. § 2) et bénéficie à ce titre des mêmes techniques et

équipements pour le contrôle et la mesure des pression et température du gaz, ainsi que pour la mesure précise des propriétés de résonance acoustiques et électromagnétiques. Cependant, dans ce cas, le tube d'entrée de gaz est connecté à un jeu de valves dont les ouvertures permettent de réguler automatiquement l'arrivée des gaz provenant d'une bonbonne d'hélium et d'une bonbonne d'argon.

Les mesures sont effectuées à température fixe (273,16 K), et à une pression statique unique, 690 kPa, choisie assez élevée pour s'assurer d'avoir un niveau acoustique dans la cavité assez grand pour entraîner la coque.

La composition précise du gaz est déduite de la valeur de sa permittivité diélectrique, elle-même déterminée par la mesure des fréquences de résonance électromagnétiques.

Cette méthode a l'inconvénient d'être coûteuse en temps car l'état thermodynamique est long à se stabiliser après chaque petite modification de la composition du gaz au regard de la sensibilité des propriétés de résonance acoustiques et électromagnétiques à ces petites variations, en particulier quand la concentration  $x$  d'hélium est grande. En effet, l'hélium étant un gaz léger, ses propriétés physiques sont fortement modifiées par une faible part d'impuretés. Au contraire, pour une concentration  $x$  élevée, les propriétés du gaz (majoritairement composé d'argon), et donc les propriétés de résonance du champ acoustique sont peu sensibles à la part d'hélium dans le mélange.

Pour l'instant, l'expérience n'a permis d'effectuer des mesures que sur un mélange gazeux dont la concentration en hélium varie de 100% à 85%, dont une brève analyse est effectuée dans le paragraphe suivant.

### 3.4 Résultats

La mesure des  $g_{0n}$  est effectuée sur les modes acoustiques (0,2) à (0,10), cependant des incertitudes de mesures importantes (dues à des problèmes survenus lors de la procédure de fit) ne permettent pas d'exploiter le mode (0,7) et certaines gammes de fréquences des modes (0,3), (0,8) et (0,10).

Il est visible sur la Figure 2 que le mode (0,3) est très fortement perturbé, apparemment par la résonance d'un mode radial de la coque qui est, d'après le modèle, voisin en fréquence au mode (0,3), et qui est le mode de vibration qui a la plus grande amplitude en réponse à un mode acoustique radial [13, 14].

D'autres zones du spectre semblent également perturbées à un niveau moindre, notamment sur les modes (0,2) et (0,4). Le modèle prévoit effectivement de nombreuses résonances de coque ayant une amplitude moindre qui pourraient correspondre aux zones perturbées observées ici sans toutefois que le modèle permettent de les identifier avec précision, tant la coque modélisée est idéalisée par rapport à la coque réelle. La répétition de ces perturbations sur d'autres modes acoustiques serait un moyen de s'assurer que des effets vibratoires de la structure de la cavité sont bien à l'origine de ces perturbations.

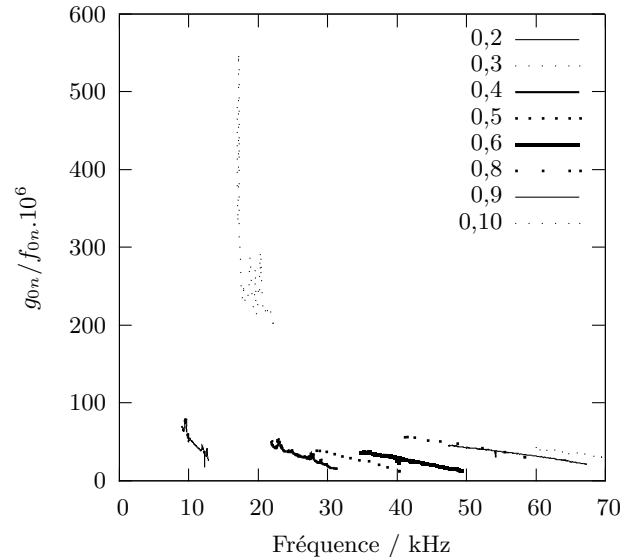


FIGURE 2 – Largeurs à mi-hauteur expérimentales en valeurs relatives mesurées pour chaque mode acoustique radial en fonction de la fréquence.

## 4 Conclusion

La méthode acoustique et électromagnétique en cavité développée pour la mesure de la valeur de la constante de Boltzmann a été sensiblement améliorée ces dernières années. Cependant, afin d'accéder à une incertitude relative inférieure à  $1.10^{-6}$  il reste encore quelques verrous à lever.

Du point de vue technique, la construction d'une cavité de plus grand diamètre devrait permettre d'améliorer les mesures acoustiques, tout en conservant la précision des mesures électromagnétiques.

Concernant la modélisation acoustique, les résultats attendus de cette étude en cours devraient permettre de mieux caractériser la réponse vibratoire de la coque au champ acoustique à l'intérieur de la cavité, afin d'en déduire un modèle empirique ou semi-empirique. Un tel modèle n'aura bien entendu pas la précision suffisante pour calculer des termes correctifs à des fréquences proches de fréquences de résonance de la coque, mais il devrait se révéler suffisant pour le calcul des termes correctifs des modes acoustiques peu perturbés par ces vibrations.

Ce type de méthode utilisant un mélange gazeux de composition variable pourrait par ailleurs trouver un champ d'application beaucoup plus large pour la caractérisation de comportements vibroacoustiques de cavités. Cependant, une analyse quantitative précise des résultats obtenus n'est pas encore possible dans la mesure où il subsiste des inexactitudes concernant la connaissance des propriétés physiques du mélange gazeux qui ne se résument pas à la superposition des propriétés des gaz constitutifs. En particulier concernant le calcul des propriétés de transport du mélange, il existe plusieurs modèles dans la littérature dont les résultats ne sont pas toujours compatibles [15–19].

Par ailleurs dans un tel mélange binaire de gaz de densités diverses, il existe un retard entre les cycles thermodynamiques des molécules des deux gaz à l'origine

d'une dissipation dans le gaz [20]. Ce phénomène, appelé relaxation thermique et qui se superpose aux autres effets dissipatifs dans le gaz, n'est à ce jour toujours pas caractérisé avec une précision qui permettrait de valider les modèles proposés pour des applications en métrologie des gaz.

Ainsi, dans la mesure où les propriétés de résonance acoustiques d'un mélange gazeux en cavité sont très sensibles à des petites variations des propriétés physiques de ce mélange, cette méthode acoustique en cavité est également envisagée pour la caractérisation précise des propriétés de transports de mélanges gazeux, en particulier pour la mesure du coefficient de relaxation thermique.

## Références

- [1] Résolution 7, *11<sup>e</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures*, (1960).
- [2] Résolution 5, *20<sup>e</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures*, (1995).
- [3] Résolution 1, *17<sup>e</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures*, (1983).
- [4] Moldover M. R., Trusler J. P. M., Edwards T. J., Mehl J. B., Davis R. S., "Measurement of the universal gas constant R using a spherical acoustic resonator", *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 93, 85-144 (1988).
- [5] Benedetto G., Gavioso R. M., Spagnolo R., Marcarino P., Merlone A., "Acoustic measurements of the thermodynamic temperature between the triple point of mercury and 380K", *Metrologia* 41, 74-98 (2004).
- [6] Pitre L., Guianvarc'h C., Sparasci F., Richard A., Truong D., "Progress towards an acoustic/microwave determination of the Boltzmann constant at LNE-INM/Cnam", *Int. J. Therm.* 29, 1730-1739 (2008).
- [7] Hurly J. J., Mehl J. B., "4He thermophysical properties : new ab initio calculations", *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 112, 75 (2007).
- [8] Mehl J. B., "Second-order electromagnetic eigenfrequencies of a triaxial ellipsoid", *Metrologia* 46, 554-59 (2009).
- [9] Underwood R., Pitre L., Edwards G., Sutton G., de Podesta M., "Perturbation effects on microwave estimates of the radius of quasispheres", soumis à *Meas. Sci. Tech.* en 2009.
- [10] Guianvarc'h C., Pitre L., Bruneau M., Bruneau A.-M., "Acoustic field in a quasi-spherical resonator : unified perturbation model", *J. Acoust. Soc. Am.* 125, 1416-1425 (2009).
- [11] Bruneau M., "Manuel d'acoustique fondamentale", *Hermès*, Paris (1998).
- [12] Guianvarc'h C., Gavioso R. M., Benedetto G., Pitre L., Bruneau M., "Characterization of condenser microphones under different environmental conditions for accurate speed of sound measurements with acoustic resonators", *Rev. Sci. Inst.* 80, 074901 (2009).
- [13] Mehl J. B., "Spherical acoustic resonators : effects of shell motion", *J. Acoust. Soc. Am.* 78, 782-788 (1985).
- [14] Moldover M. R., Mehl J. B., Greenspan M., "Gas-filled spherical resonators : theory and experiments", *J. Acoust. Soc. Am.* 79, 253-272 (1986).
- [15] Martin M. L., Trengrove R. D., Harris K. R., Dunlop P. J., "Excess second virial coefficients of some dilute gas mixtures", *Aust. J. Chem.* 35, 1525 (1982).
- [16] Brewer J., Vaughn G. W., "Measurement and correlation of some interaction second virial coefficients from -125 ° C to 50 ° C", *J. Chem. Phys.* 50, 2960 (1969).
- [17] Kestin J., Knierim K., Mason E. A., Najafi B., Ro S. T., Waldman M., "Equilibrium and transport properties of the noble gases and their mixtures at low density", *J. Phys. Chem. Ref. Data* 13, 229 (1984).
- [18] Giacobbe F. W., "Estimation of Prandtl numbers in binary mixtures of helium and other noble gases", *J. Acoust. Soc. Am.* 96, 3568 (1994).
- [19] Wilke C. R., "A viscosity equation for gas mixtures", *J. Chem. Phys.* 18, 517 (1950).
- [20] Swift G. W., Spoor P. S., "Thermal diffusion and mixture separation in the acoustic boundary layer", *J. Acoust. Soc. Am.* 106, 1794-1800 (1999).