



HAL
open science

Pression moyenne temporelle d'ordre deux dans les systèmes thermoacoustiques

Smaïne Koudri, Fathi Jebali Jerbi, Richard Paridaens

► **To cite this version:**

Smaïne Koudri, Fathi Jebali Jerbi, Richard Paridaens. Pression moyenne temporelle d'ordre deux dans les systèmes thermoacoustiques. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00542594

HAL Id: hal-00542594

<https://hal.science/hal-00542594v1>

Submitted on 3 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Pression moyenne temporelle d'ordre deux dans les systèmes thermoacoustiques

S. Kouidri, F. Jebali Jerbi, R. Paridaens

CNRS-LIMSI, UPR3251, Bât. 508, BP 133, 91403 Orsay Cedex

UPMC Univ Paris 06, 4 place Jussieu, 75752 Paris Cedex 05, kouidri@limsi.fr

Les phénomènes non-linéaires dans les machines thermoacoustiques sont à l'origine d'écoulements secondaires se superposant au flux oscillant. La connaissance des paramètres tels que la pression et la vitesse moyenne d'ordre deux permettrait une meilleure compréhension de ces phénomènes non-linéaires responsables, en partie, de la dégradation des performances énergétiques du système. L'objectif des travaux présentés dans le cadre de ce congrès consiste en l'étude du comportement non-linéaire dans une machine thermoacoustique annulaire de type Stirling conçue et réalisée au sein du Limsi. Des techniques de mesures déjà développées pour la pression moyenne d'ordre deux, $p_{2,0}$, ont été appliquées afin de déterminer l'évolution des grandeurs non-linéaires pour une pression moyenne variant de 10 à 22 bar. Ces mesures ont été réalisées à l'aide de capteurs piézoélectriques répartis sur 5 points de mesure le long du résonateur. La distribution de la pression moyenne d'ordre 2 est comparée à celle obtenue par une approche théorique.

1 Introduction

Durant ces dernières décennies un intérêt croissant est porté par les laboratoires de recherche aux machines de conversion d'énergie ayant des performances énergétiques et environnementales élevées. Bien que mis en évidence depuis plus de deux siècles, la conversion d'énergie par la thermoacoustique retrouve un regain d'intérêt indéniable. Ces systèmes utilisant des fluides non-polluants sont parmi les machines les plus convoitées. Les phénomènes physiques sous-jacents sont multiples et surtout complexes. La combinaison de phénomènes acoustiques, thermiques et thermodynamiques contribue à la difficulté de maîtriser le fonctionnement de ces machines à conversion de l'énergie. Leur efficacité énergétique, principal frein à leur développement, est désormais au centre des préoccupations actuelles. L'amélioration des performances énergétiques nécessite la maîtrise des flux énergétiques au niveau des différents points de transfert.

Les fortes amplitudes de pression régnant dans ces machines et nécessaires à leur bon fonctionnement sont responsables de l'apparition d'écoulements secondaires moyens se superposant à l'écoulement oscillant. Ces phénomènes dissipateurs d'énergie trouvent leur origine dans le caractère non-linéaire des équations de conservation de quantité de mouvement. Sur le plan énergétique, ces phénomènes d'ordre deux entraînent la convection d'énergie vers les parois.

Plusieurs travaux expérimentaux et théoriques [1,2] ont étudié cet écoulement secondaire afin d'en expliquer l'origine. La figure (1) montre la morphologie de cet écoulement obtenu par l'anémométrie par effet Doppler. Sur le plan théorique, la modélisation de cet écoulement fait encore l'objet de travaux de recherche importants.

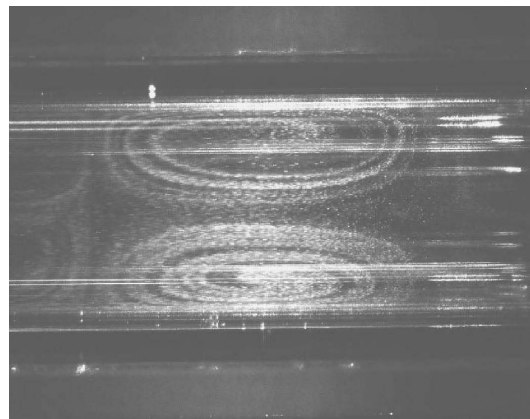


FIGURE 1 – Phénomène de streaming dans un résonateur rectangulaire [1].

Un des objectifs des travaux engagés au sein du Limsi dans cette thématique de recherche est d'étudier de manière quantitative les écoulements moyens secondaires décrits par la pression moyenne d'ordre deux dans une machine thermoacoustique. La finalité ultime consiste à déterminer l'influence des phénomènes dissipatifs non linéaires sur l'efficacité énergétique des machines thermoacoustiques. A ce jour ces travaux ont permis la conception, la réalisation et la mise au point d'une machine thermoacoustique destinée à la métrologie fine des différents phénomènes physiques qui s'y produisent et en particulier acoustiques.

2 Dispositif expérimental

Les essais ont été réalisés avec un moteur thermoacoustique annulaire de type Stirling comme l'illustre la figure (2). Le dispositif expérimental est composé

d'une boucle annulaire prolongée par un résonateur rectiligne. Ce système de conversion énergétique ne possédant pas de partie en mouvement présente une fiabilité élevée. Une source électrique a été utilisée afin d'apporter la chaleur nécessaire à l'échangeur chaud. L'échangeur froid est alimenté par le réseau d'eau urbain. L'association de ce résonateur de 4,25 m de long à cette boucle annulaire permet au système de fonctionner à une fréquence de 22Hz. Cinq capteurs de pression piézoélectriques ont été montés le long de la machine à onde progressive. Le dispositif contenant du diazote permet d'effectuer des essais sous une pression moyenne allant jusqu'à 30 bar. Un capteur piezorésistif disposé en Cp5 est utilisé afin de mesurer la pression moyenne.

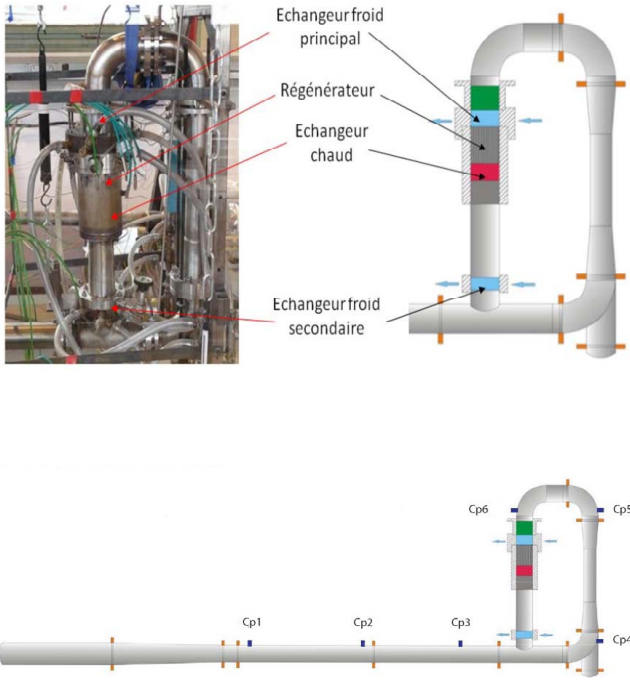


FIGURE 2 – Moteur thermoacoustique à onde progressive.

3 Approche théorique

Les variables dépendantes du temps et de l'espace peuvent être écrites de manière à mettre en évidence les termes non-linéaires d'ordre 2 [3] :

$$\mathcal{F}(x, t) = \mathcal{F}_m + Re [\mathcal{F}_1 e^{i\omega t}] + \mathcal{F}_{2,0} + Re [\mathcal{F}_{2,2} e^{2i\omega t}] + \dots \quad (1)$$

\mathcal{F}_m est la valeur moyenne qui existe en l'absence d'onde acoustique, l'indice "1" désigne les termes d'ordre 1, l'indice "2" désigne les termes d'ordre 2 et l'indice "2,0" désigne les termes d'ordre 2 indépendants du temps. Appliqué aux paramètres tels que la pression, la vitesse ou la température, il est possible d'écrire les relations suivantes à l'ordre 2 :

$$p(x, t) = p_m + Re [p_1(x) e^{i\omega t}] + p_{2,0}(x) + Re [p_{2,2}(x) e^{2i\omega t}]$$

$$u(x, t) = Re [u_1(x) e^{i\omega t}] + u_{2,0}(x) + Re [u_{2,2}(x) e^{2i\omega t}]$$

$$T(x, t) = T_m + Re [T_1(x) e^{i\omega t}] + T_{2,0}(x) + Re [T_{2,2}(x) e^{2i\omega t}]$$

L'objectif de ce travail est de mesurer la pression moyenne d'ordre 2 représentée dans ces expressions par le terme $p_{2,0}$ caractérisant l'écoulement secondaire induit. En négligeant les effets de la viscosité et de la température, les équations régissant le phénomène sont l'équation de continuité, d'Euler et d'état du gaz :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

$$p = \rho r T \quad p_1 = a^2 \rho_1 \quad (4)$$

ρ , r , a sont respectivement la masse volumique, la constante du gaz et la célérité de l'onde.

Dans le cas où les effets de température et de viscosité sont négligés, l'hypothèse d'une onde stationnaire dans le résonateur de la machine permet d'écrire la formulation de la pression acoustique suivante :

$$p_1 = A \sin(k(x - x_0)) \sin(\omega t) \quad (5)$$

où x_0 représente la position du nœud de pression et k le nombre d'onde. L'équation d'Euler (3) avec l'approximation linéaire s'écrit :

$$\rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} \quad (6)$$

permettant d'écrire l'expression de la vitesse axiale u_1 suivante

$$u_1 = \frac{A}{\rho_m a} \cos(k(x - x_0)) \cos(\omega t) \quad (7)$$

La prise en compte des termes d'ordre inférieur ou égal à deux dans l'équation (3) donne [4,5]

$$\rho_m \frac{\partial u_{2,2}}{\partial t} + \frac{\partial(p_{22} + p_{2,0})}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial x} \quad (8)$$

Avec :

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\rho_m u_1^2}{2} - \frac{p_1^2}{2\rho_m a^2} \quad (9)$$

obtenue en utilisant les équations (6) et (4). L'équation (8) moyennée sur une période temporelle permet d'obtenir :

$$\frac{\partial p_{2,0}}{\partial x} = -\frac{\partial \langle \mathcal{L}_1 \rangle}{\partial x} \quad (10)$$

$\langle \cdot \rangle$ est l'opérateur moyenne temporelle. L'intégration de l'équation (10) conduit à l'expression de la pression moyenne d'ordre 2 :

$$p_{2,0} = \frac{\langle p_1^2 \rangle}{2\rho_m a^2} - \frac{\rho_m \langle u_1^2 \rangle}{2} + C \quad (11)$$

C est une constante indépendante de l'espace et du temps. L'utilisation des équations (5) et (7) dans l'équation (11), conduit à l'expression suivante :

$$p_{2,0} = -\frac{A_1^2}{2\rho_m a^2} \cos^2(k(x - x_0)) + C' \quad (12)$$

4 Résultats expérimentaux et interprétations

Une campagne de mesures a été réalisée sur le dispositif expérimental représenté sur la figure 2. Des mesures de la pression acoustique et de la pression moyenne d'ordre 2 ont été effectuées dans la machine thermoacoustique à différentes pressions moyennes : 10, 14, 18, 22 bar. Par ailleurs, l'influence de la puissance fournie à la source chaude sur la pression moyenne d'ordre 2 a été étudiée.

La figure 3 représente l'évolution de l'amplitude de la pression acoustique le long du résonateur pour une puissance de chauffe de 190 W. Cette pression acoustique suit une évolution sinusoidale. Une comparaison satisfaisante entre les résultats théoriques et expérimentaux obtenue à partir des différents capteurs piézoélectriques est constatée. Ces résultats permettent la validation du modèle théorique. L'écart constaté entre la théorie et la mesure sur le capteur Cp6 (situé à l'extrémité droite de la courbe), est probablement dû au caractère progressif de l'onde devenant prédominant dans la partie annulaire du dispositif.

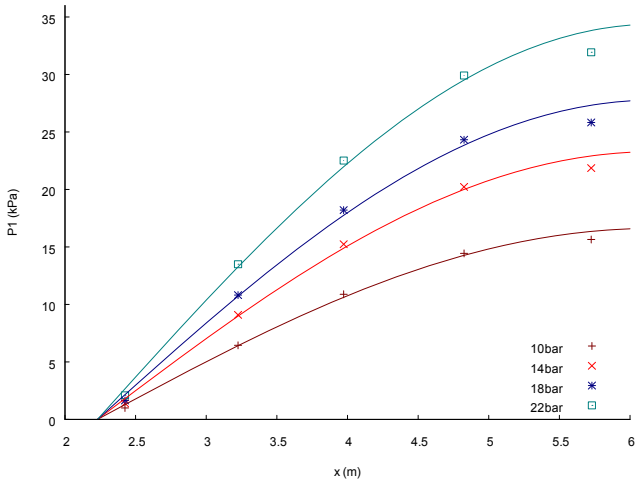


FIGURE 3 – Distribution de la pression acoustique pour une puissance de chauffe de 190 W.

La figure 4 présente la distribution $p_{2,0}$ le long du résonateur. Les résultats expérimentaux sont relativement proches des résultats théoriques. A l'exception des capteurs extrêmes, l'écart relatif entre la théorie et l'expérience est de l'ordre de 6%. La position du nœud de pression (extrémité gauche de la courbe) explique l'écart relatif assez important obtenu sur le capteur Cp1. Un calcul d'erreur effectué sur la formulation (5) de p_1 permet d'exprimer l'erreur sur $p_{2,0}$:

$$d(p_{2,0}) = -\frac{2A}{p_m \gamma} \frac{dA}{A} \cos^2 k(x - x_0) \quad (13)$$

Les échelles caractéristiques des grandeurs d'ordre 1 et des grandeurs d'ordre 2 sont dans un tel rapport (quelques %) qu'il est indispensable d'effectuer un étalonnage spécifique poussé permettant de minimiser l'erreur absolue.

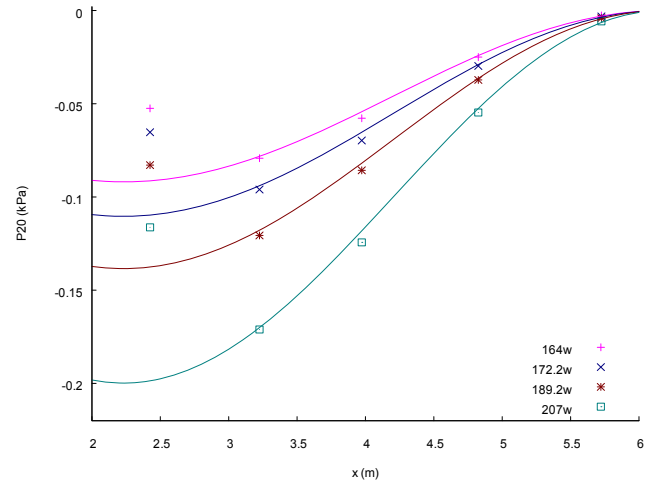


FIGURE 4 – Distribution de la pression moyenne d'ordre 2 pour une pression moyenne de 14 bar.

La figure 5 illustre l'évolution de l'amplitude de la pression acoustique en fonction de la pression moyenne pour le capteur Cp3 et pour différentes puissances de chauffe. Ces courbes indiquent que p_1 tend à augmenter avec l'accroissement de la pression moyenne jusqu'à atteindre une valeur limite quelque soit la puissance de chauffe.

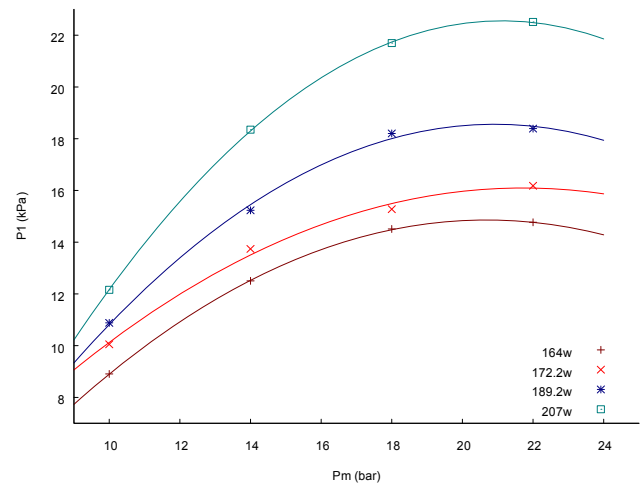


FIGURE 5 – Pression acoustique en fonction de la pression moyenne pour le capteur Cp3.

L'évolution de la pression moyenne d'ordre 2 normalisée par son minimum $p_{2,0min}$ en fonction de la pression moyenne est représentée sur la figure 6. Quelque soit la position du capteur, cette grandeur caractéristique du comportement non-linéaire du système atteint un minimum pour une pression moyenne de l'ordre de 17 bar dans le cas présent. La loi d'état du gaz utilisé (4) et l'expression de $p_{2,0}$ (11) permettent l'écriture de la relation suivante :

$$\frac{p_{2,0}}{p_{2,0min}} \propto \frac{p_1^2}{p_m} \quad (14)$$

Le comportement de p_1 en fonction de p_m représenté par la figure 5 et la formulation de $p_{2,0}$ (11) expliquent l'allure des courbes obtenues sur la figure 6.

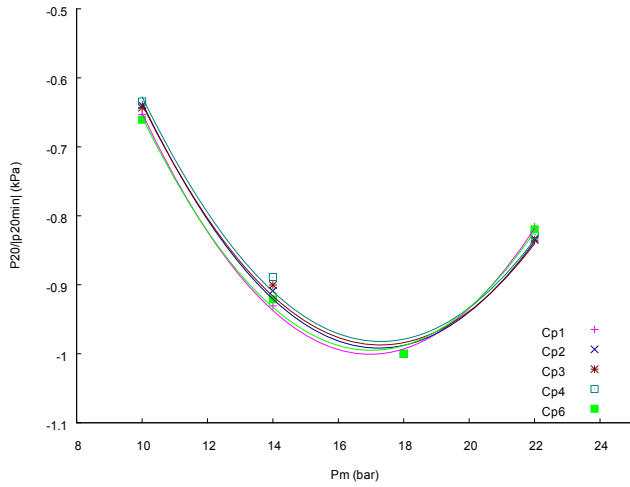


FIGURE 6 – Pression moyenne d'ordre 2 en fonction de la pression moyenne pour une puissance de chauffe de 190 W.

Les signaux temporels et fréquentiels de la pression acoustique mesurés par les différents capteurs sont représentés sur les figures 7 et 8. La distorsion du signal est plus importante pour les capteurs proches du nœud de pression.

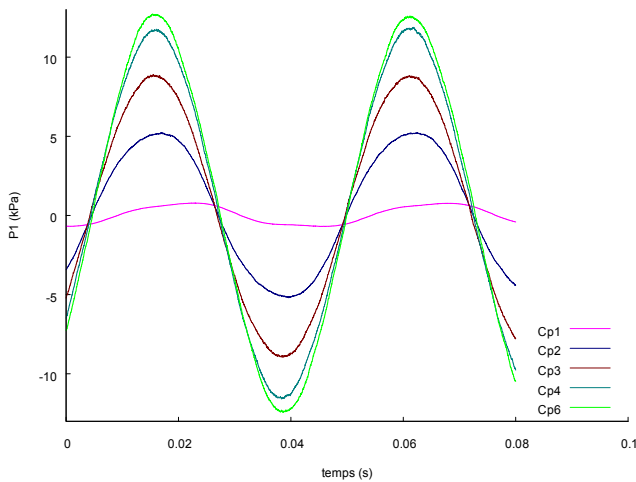


FIGURE 7 – Evolution temporelle de la pression acoustique pour une pression moyenne de 10bar et 160W de puissance de chauffe.

La figure 9 représente l'amplitude de l'harmonique H_1 le long du résonateur. Celle-ci décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne du nœud de pression. Ce résultat prévisible montre que les non-linéarités dues aux harmoniques représentées par le terme $p_{2,2}$ dans l'équation (1) ont un comportement similaire à celui des grandeurs moyennées d'ordre 2.

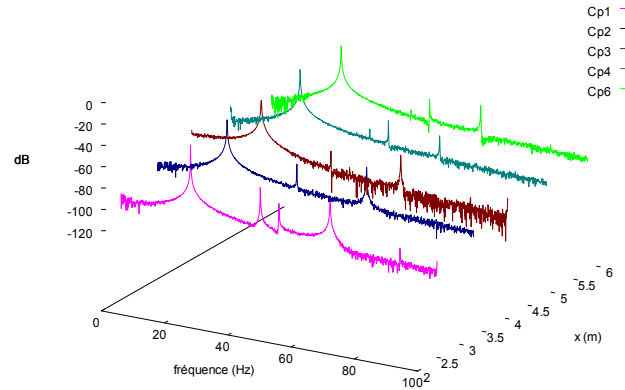


FIGURE 8 – Représentation spectrale des pressions acoustiques le long du résonateur pour une pression moyenne de 10bar et 160W de puissance de chauffe.

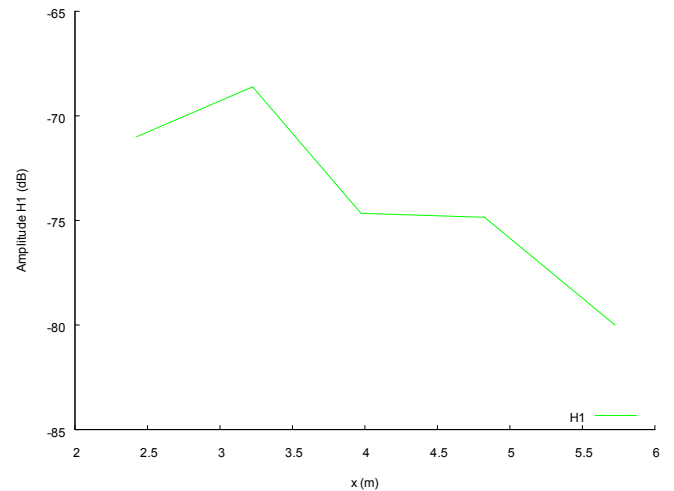


FIGURE 9 – Evolution de l'harmonique H_1 le long du résonateur.

5 Conclusion

La mesure de phénomènes non-linéaires a été réalisée dans un moteur thermoacoustique par le biais de capteurs de pression piézoélectriques pariétaux répartis le long des parois de la machine. Ces travaux ont permis d'atteindre la pression moyenne d'ordre 2 représentative de l'intensité des écoulements secondaires se manifestant dans le système. Ces techniques, moins contraignantes que celles optiques, nécessitent une attention particulière quant à la phase de leur étalonnage. Le minimum de précisions attendues ne peut être garanti sans ces précautions.

L'amplitude de la pression moyenne d'ordre 2, inférieure à 2% de la pression acoustique, accroît la difficulté de cette mesure. Les résultats obtenus lors de cette campagne expérimentale, ont montré que les effets non linéaires n'augmentent pas de manière monotone avec la pression moyenne de la machine.

Références

- [1] M. Campbell, J.A. Cosgrove, C.A. Greated, S. Jack, D. Rockliff, "Review of LDA and PIV applied to

the measurement of sound and acoustic streaming”, *Optics & Laser Technology* 32, 629-639 (2000).

- [2] B.L. Smith and G.W. Swift, ”Measuring second-order time-average pressure”, *Journal of the Acoustical Society of America* 110, 717-723 (2001).
- [3] S. Backhaus and G.W. Swift, ”A thermoacoustic-Stirling heat engine : Detailed study”, *Journal of the Acoustical Society of America* 107, 3148-3166 (2000).
- [4] Sigurd I. Aanonsen, T. Barkve, J.N. Tjøtta, S. Tjøtta, ”Distortion and harmonic generation in the nearfield of a finite amplitude sound beam”, *Journal of the Acoustical Society of America* 75, 749-768 (1984).
- [5] T.W. Van Doren, ”Scattering of sound by sound in a wave guide, and d.c. pressure generation in a standing wave field”, *Thesis* (1990).