



**HAL**  
open science

## Filtrage des efforts transmis à une structure d'accueil et réduction de leur dispersion

Saül Mapagha, Vincent Martin

► **To cite this version:**

Saül Mapagha, Vincent Martin. Filtrage des efforts transmis à une structure d'accueil et réduction de leur dispersion. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00541729

**HAL Id: hal-00541729**

**<https://hal.science/hal-00541729>**

Submitted on 1 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Filtrage des efforts transmis à une structure d'accueil et réduction de leur dispersion

Saül Mapagha<sup>1</sup>, Vincent Martin<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Centre d'Etudes Vibro-Acoustiques pour l'Automobile, 2 rue Joseph Fourier, 76800 Saint Étienne du Rouvray, mapaghas@yahoo.fr

<sup>2</sup>CNRS, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris

<sup>3</sup>UPMC Univ. Paris 06, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris

Dans le cadre de la transmission des vibrations depuis une sous-structures source vers une sous-structure d'accueil dite aussi support, on veut en général réduire la puissance vibratoire transmise en jouant sur des interfaces tels des plots de filtrage ou tels des chevalets. Dans l'industrie, l'objectif est de réduire les vibrations et le rayonnement de la structure support alors que dans la lutherie, on voudrait plutôt augmenter le rayonnement. La prédiction de la norme des efforts transmis au support (norme directement liée à la puissance vibratoire transmise) fait appel à un modèle. Celui-ci s'appuie sur un indicateur de source (mesuré lorsque la sous-structure source est installée sur un banc dit marbre) et sur des paramètres que sont les matrices d'inertance de la source et du support. De plus, le modèle tient compte des rigidités de plots de filtrage pour l'application industrielle qui concerne ici la suspension d'un groupe moto-ventilateur sur le châssis d'un véhicule. Les paramètres inertance proviennent soit de mesure, soit de donnée, qui possèdent une certaine dispersion. Quant aux rigidités des plots, ils sont ici les variables de conception. On montrera que, dans ces conditions, le filtrage s'accompagne d'un gain notable de robustesse dans le sens où la dispersion de la norme des efforts transmis s'amenuise lorsque le filtrage devient optimal.

## 1 Introduction

Lorsqu'un sous-système est mis en fonctionnement sur une structure d'accueil, celle-ci vibre et/ou rayonne à cause des efforts qu'elle subit.

Le système complet peut être soumis à une limitation des vibrations et/ou du rayonnement acoustique. Cette limitation peut se ramener aux efforts appliqués à la structure d'accueil.

Les caractéristiques des jonctions à l'interface entre le sous-système et la structure d'accueil sont les variables utilisées pour limiter ces efforts.

La stratégie qui consiste à modifier les caractéristiques de l'interface plutôt que celles des sous-structures à assembler est assez courante dans l'industrie. En effet, beaucoup de travaux portent sur l'optimisation du système de suspension d'un moteur [1,2].

La présente étude concerne l'installation d'un groupe moto ventilateur sur le châssis d'un véhicule [3]. Le papier débutera par un rappel du modèle de prédiction des efforts appliqués au véhicule. Puis une comparaison entre la norme des efforts prédits et celle des efforts mesurés en fonctionnement permettra de prendre confiance dans les résultats. La validation étant acquise, l'on pourra alors optimiser l'interface en vue de répondre aux spécifications précédentes. À cause des incertitudes de mesures et de données, on s'intéressera à la sensibilité du modèle à de petites perturbations apportées à la matrice inertance du châssis. Il apparaîtra que l'interface optimisée conduit à un modèle plus robuste que l'interface nominale [4].

## 2 Modélisation

Le paragraphe qui suit a déjà fait l'objet d'une communication [5]. L'objectif de cette communication était

d'optimiser l'interface entre deux structures déformables pour répondre à des gabarits d'efforts.

Soient deux structures déformables: (F) la source et (C) la structure d'accueil qui est passive (figure 1). Chaque structure possède des degrés de liberté internes, et des degrés de liberté à l'interface. L'interface (I) permet de raccorder (F) et (C) en des points appelés points d'interface. Elle est dite mixte car ici certains liens entre les points d'interface sont rigides et d'autres sont élastiques. La source (F) et les liens existent matériellement et pourront être soumis à des mesures. En revanche la structure d'accueil n'est pas toujours disponible. Mais on dispose alors de données souvent issues de modèles numériques.

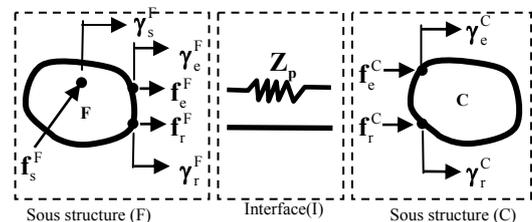


Figure 1 : schéma élémentaire de couplage de structures

La structure (F) possède des points d'interface et d'autres points appelés points internes. Les notations d'efforts  $f$  et d'accélération  $\gamma$  qui portent sur des points internes ont un indice  $s$ , celles qui portent sur un point d'interface ont un indice  $r$  si le lien est rigide, et un indice  $e$  si le lien est élastique. Les notations comportent un exposant pour indiquer la structure à laquelle elles font référence. L'écriture des fonctions de transfert  $Y$  entre les efforts et les accélérations comporte deux indices qui

désignent le point d'excitation et le point de réponse, et un exposant qui désigne la structure. Avec cette notation, le comportement vibratoire de la source est donné par le système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{ee}^F & \mathbf{Y}_{er}^F & \mathbf{Y}_{es}^F \\ \mathbf{Y}_{re}^F & \mathbf{Y}_{rr}^F & \mathbf{Y}_{rs}^F \\ \mathbf{Y}_{se}^F & \mathbf{Y}_{sr}^F & \mathbf{Y}_{ss}^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_e^F \\ \mathbf{f}_r^F \\ \mathbf{f}_s^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_e^F \\ \boldsymbol{\gamma}_r^F \\ \boldsymbol{\gamma}_s^F \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Les notations précédentes servent aussi pour la structure d'accueil (C). Ici, seuls les points d'interface sont considérés. Le comportement vibratoire de l'accueil est décrit par le système d'équations :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{ee}^C & \mathbf{Y}_{er}^C \\ \mathbf{Y}_{re}^C & \mathbf{Y}_{rr}^C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_e^C \\ \mathbf{f}_r^C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_e^C \\ \boldsymbol{\gamma}_r^C \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

encore noté :

$$\mathbf{Y}^C \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_e^C \\ \mathbf{f}_r^C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_e^C \\ \boldsymbol{\gamma}_r^C \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Les inconnues sont les efforts  $\mathbf{f}_e^C$  et  $\mathbf{f}_r^C$  qu'il faut prédire à partir de la sollicitation  $\mathbf{f}_s^F$ .

La partie élastique de la liaison à l'interface est modélisée par des ressorts en parallèle et de masse négligeable. En régime harmonique, chaque lien élastique est modélisé par [8] :

$$-\frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} -\mathbf{Z}_p & \mathbf{Z}_p \\ \mathbf{Z}_p & -\mathbf{Z}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_e^F \\ \mathbf{f}_e^C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{f}_e^F \\ -\mathbf{f}_e^C \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Dans [7], nous avons construit le modèle prédictif suivant :

$$\left( \mathbf{Y}^C + \mathbf{Y}^F - \omega^2 \mathbf{H}^P \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_e^C \\ \mathbf{f}_r^C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{es}^C \\ \mathbf{Y}_{rs}^C \end{bmatrix} \mathbf{f}_s^F. \quad (5)$$

Le membre de droite est homogène à une accélération. Il s'agit de l'accélération «à vide» de la structure (F). Ce système permet de prédire les efforts transmis à la structure d'accueil (C) en fonction du terme source, ici le membre de droite du système linéaire (5).

## 3 Validation expérimentale

### 3.1 Présentation du cas d'étude

L'étude de sensibilité à venir s'inscrit dans un contexte industriel. Le composant actif est en effet un Groupe Moto Ventilateur (GMV), et la structure d'accueil un châssis d'automobile. Le descriptif du montage et l'inventaire des essais réalisés sont disponibles dans la communication [3].

Pour prédire les efforts transmis au châssis, le modèle et le terme source, tous deux décrits dans la relation (5), sont requis. Or, le terme source est pratiquement mal connu. L'alternative utilisée consiste à résoudre un problème

inverse grâce à une mesure préliminaire des efforts transmis à une structure d'accueil dont les caractéristiques vibratoires sont connues. La structure d'accueil en question est généralement un banc d'essais. À cause de sa rigidité élevée ce banc d'essais est souvent appelé marbre.

La figure 2 présente une photographie du GMV installé sur un marbre. Il est fixé en quatre points, deux par liaisons élastiques BD et BG (les supports élastiques sont des plots), deux par liaisons rigides HG et HD. Cette configuration a précisément motivé l'écriture du modèle précédent.

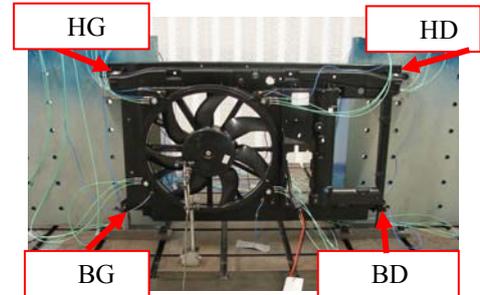


Figure 2 : installation du GMV sur un banc d'essais

Les mesures d'efforts et d'accélération issues de ce montage permettent de déterminer le terme source, de même que les caractéristiques dynamiques des plots de liaison. Par ailleurs, les mesures d'inertance du GMV et du châssis déconnectés complètent la liste des mesures nécessaires pour la prédiction des efforts vibratoires transmis au châssis, puis de leur norme euclidienne.

### 3.2 Prédiction de la norme des efforts

Les efforts vibratoires transmis au châssis sont prédits sur la plage de fréquences [10-50Hz]. Les mesures d'efforts transmis au châssis sont également disponibles. Sur la figure 3 on représente ces deux quantités en fonction de la fréquence. Il apparaît que les niveaux sont relativement bien reconstruits. Il existe cependant un décalage en fréquences des pics observés sur ces courbes. La norme des efforts prédits est prise pour référence.

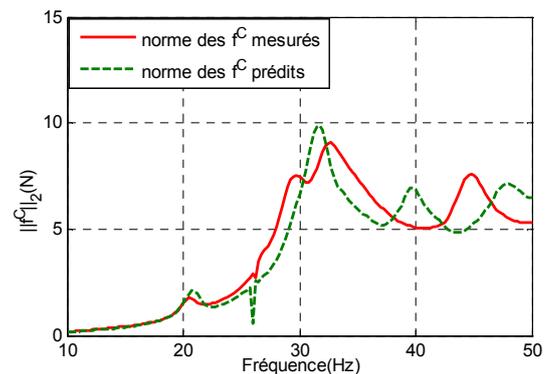


Figure 3 : norme des efforts vibratoires transmis au châssis. Comparaison mesure/prédiction

Dans l'industrie, on a souvent affaire à des gabarits d'efforts qu'il faut respecter. Ces gabarits se présentent sous la forme de segments de droites (et non des courbes) de pentes différentes. Dans ces conditions, on peut considérer que la prédiction est ici satisfaisante car les niveaux sont les mêmes bien que légèrement décalés en fréquence. Dans toute la suite, on travaillera sur la norme des efforts vibratoires prédits.

### 3.3 Optimisation de l'interface pour un filtrage des efforts transmis au châssis

Les efforts vibratoires transmis au châssis sont soumis à un gabarit qu'il faut respecter. Pour respecter ce gabarit, nous avons posé et résolu un problème d'optimisation de l'interface à fréquence fixe ou sur un ensemble de fréquences [5]. Pour les besoins de la présente étude, le réglage à fréquence donné est l'unique cas qui sera traité. Commençons par rappeler l'écriture du problème d'optimisation.

La stratégie retenue porte sur la modification du poids des matrices de raideurs dynamiques et d'amortissement des plots installés au départ. Pour cela, des scalaires positifs sont multipliés à ces deux matrices comme suit :

$$\mathbf{Z}^p(\alpha, \beta, \omega) = \alpha \mathbf{K}^p + i\omega \beta \mathbf{C}^p \quad (6)$$

Le problème d'optimisation à résoudre est noté :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\alpha, \beta} \|\mathbf{f}^c(\alpha, \beta)\|_2^2 \\ \|\mathbf{f}^c(\alpha, \beta)\|_2 \leq f^{c_{\max}} \\ \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \\ \beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \end{array} \right. \quad (7)$$

Les bornes des coefficients multiplicatifs sont données ci-après:

$$\alpha_{\min} = 10^{-3}, \alpha_{\max} = 5, \beta_{\min} = 10^{-3} \text{ et } \beta_{\max} = 10 \quad (8)$$

En situation initiale, les coefficients multiplicatifs valent 1. La matrice de raideur des plots paramétrée par ces coefficients est à sa valeur nominale.

Le problème (7) a été résolu en utilisant une méthode des multiplicateurs de Lagrange. Ce problème est remplacé par une suite de problèmes de minimisation sans contrainte dont la suite des solutions converge vers une solution du problème de départ.

Les méthodes des multiplicateurs de Lagrange reposent sur l'écriture du lagrangien du problème, définie par la somme de la fonction objectif et des fonctions contraintes. Lors de l'implémentation, d'autres fonctions dites de pénalité sont ajoutées au lagrangien, lequel devient le lagrangien augmenté. Les variantes des méthodes de multiplicateurs de Lagrange sont dans le choix des fonctions pénalités. Notre choix s'est porté sur l'écriture proposée par Powell [6].

Pour minimiser le lagrangien augmenté, réécrit à chaque itération, la méthode BFGS, de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, est employée [7]. Cette méthode itérative permet de résoudre des problèmes de minimisation sans contrainte. La matrice hessienne exacte n'est pas requise (pour vérifier les conditions d'optimalité de second ordre), car des approximations sont construites à chaque itération. Par ailleurs, comme la méthode BFGS est une méthode de descente, à chaque itération, il lui faut un pas et une direction de descente. Le pas de descente est calculé à l'aide de la méthode de recherche linéaire de WOLFE [7].

À 32.5Hz, la norme des efforts prédits vaut 8.56N lorsque l'interface est nominale, et 7.27N lorsque l'interface est optimisée. La valeur maximale de la norme tolérée vaut 7.4N autour de cette fréquence. Cette limite est respectée

lorsque l'interface optimisée. Il vrai que dans un contexte technologique, passer de 8.56N à 7.27N n'apparaît pas comme un progrès notable compte tenu de la complexité des montages et de la présence d'erreurs inhérentes aux mesures réalisées. La procédure présentée ici est donc, à ce stade des travaux, purement conceptuelle.

### 3.4 Etude de sensibilité du modèle

On étudie à présent la sensibilité du modèle (5) par rapport à de petites perturbations de la matrice inertance du châssis. Pour cela, à cette matrice est rajouté un bruit blanc simulé à partir d'une loi uniforme, de la matrice moyenne ainsi que d'une matrice d'écart types. Les deux dernières matrices sont calculées à partir de deux mesures de la matrice d'inertance du châssis (figure 4).

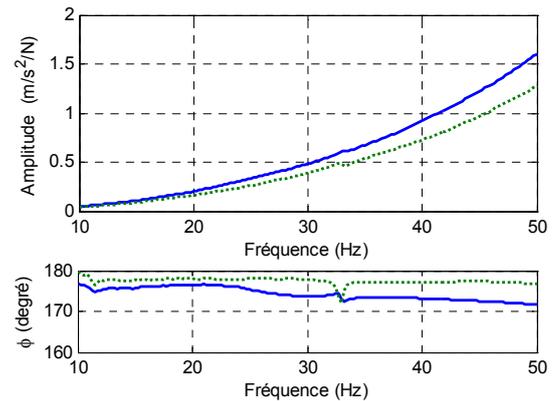


Figure 4 : dispersion de deux mesures d'inertance du châssis.

Pour chaque matrice inertance simulée, une prédiction des efforts est effectuée. On représente la norme euclidienne des efforts simulés en fonction de la norme de la matrice inertance simulée. On obtient alors un nuage de points. La figure 5 présente le nuage de points obtenu à la fréquence 32.5Hz.

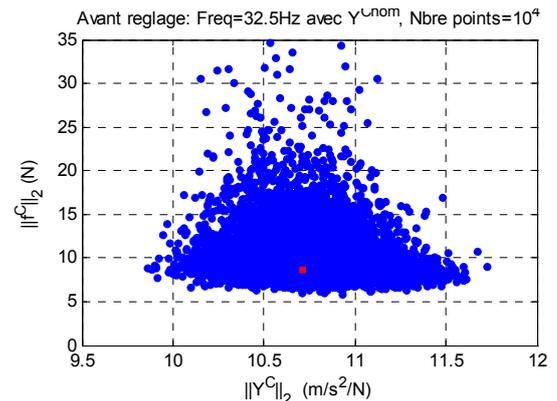


Figure 5 : nuage de dispersion de la norme des efforts prédits à 32.5Hz

### 3.5 Atténuation de la dispersion de la norme des efforts transmis au châssis

L'interface est désormais optimisée. Comme précédemment, du bruit est introduit dans la matrice inertance du châssis. Il s'ensuit une autre dispersion de la norme des efforts transmis au châssis et par conséquent un autre nuage de points. Le nouveau nuage de points, représenté sur la figure 6, est très aplati contrairement au nuage initial. Donc, en diminuant la valeur nominale de la

norme des efforts prédits, le modèle est nettement plus stable par rapport à des perturbations apportées à la matrice inertance du châssis. Il semble exister un lien entre l'optimisation des caractéristiques de l'interface, en vue de minimiser la norme des efforts transmis, et l'atténuation de la dispersion.

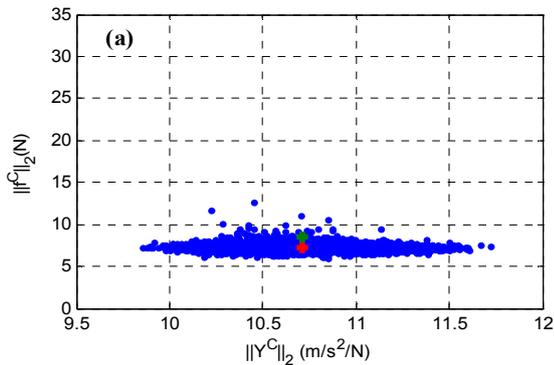


Figure 6 : nuage de dispersion de la norme des efforts prédits à 32.5Hz, en présence d'une interface optimisée

Pour tenter de trouver ce lien, un exemple élémentaire est construit sur une version simplifiée du modèle (5). L'écriture simplifiée ne laisse apparaître que les paramètres qui interviennent explicitement dans la simulation :

$$\mathbf{f}(\alpha) = (-\alpha\mathbf{K} + \mathbf{Y}^{\text{nom}})^{-1} \mathbf{b} \quad (9)$$

Les matrices  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{Y}^{\text{nom}}$ , le vecteur  $\mathbf{b}$  et la plage des valeurs de la variable  $\alpha$  sont arbitraires. Les données numériques sont les suivantes :

$$\mathbf{Y}^{\text{nom}} = \begin{bmatrix} 0.7 & -1 \\ 2.56 & -3.9 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 7.9 \\ -1.8 \end{pmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \alpha \in [0, 2]$$

Pour simuler une matrice, chaque composante est la somme de la composante de la matrice initiale et d'un nombre aléatoire généré entre -0.1 et 0.1 à l'aide d'une loi uniforme. La figure 7 présente la norme du vecteur calculé en fonction du coefficient multiplicatif  $\alpha$  appliqué à la matrice  $\mathbf{K}$ . La valeur nominale du coefficient est  $\alpha = 1.52$  et la norme du vecteur nominal vaut 847.8.

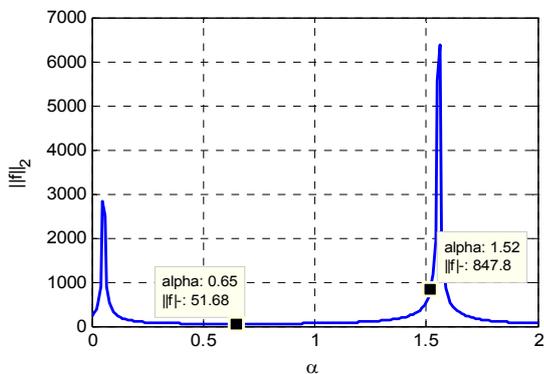


Figure 7 : norme du vecteur donné par le modèle simplifié, en fonction du paramètre  $\alpha$

Le nuage de dispersion de la norme du vecteur prédit en fonction de la norme de la matrice simulée est donné sur la figure 8. Il apparaît que le modèle est fortement sensible aux perturbations de la matrice nominale  $\mathbf{Y}^{\text{nom}}$ .

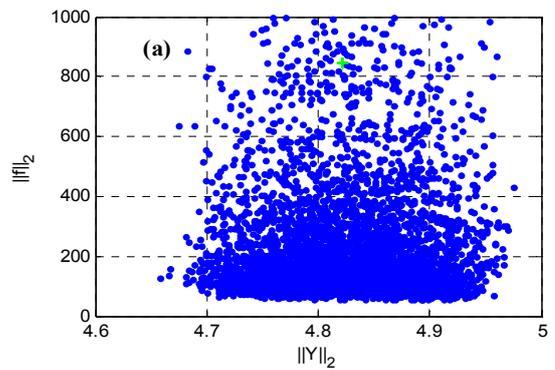


Figure 8 : dispersion de la norme du vecteur prédit en fonction de celle de la matrice perturbée

Le nuage de dispersion obtenu après réglage du coefficient  $\alpha$  est donné sur la figure 9. Ici aussi, on observe que la minimisation de la norme du vecteur prédit, par le biais d'un réglage optimal du coefficient multiplicatif de la matrice  $\mathbf{K}$ , atténue sa dispersion. La propriété observée dans un contexte technologique semble dépasser le cadre du modèle en question.

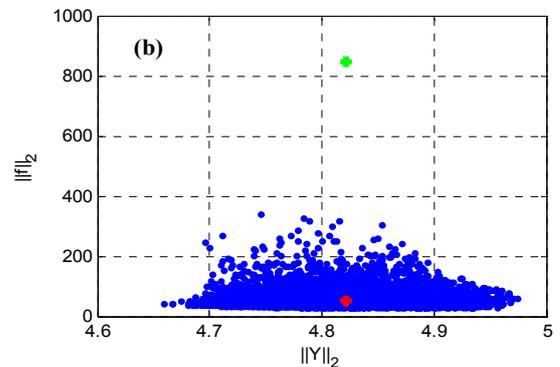


Figure 9 : dispersion de la norme du vecteur prédit après minimisation de cette quantité

L'intervalle  $[0, 2]$ , des valeurs de  $\alpha$ , est discrétisé avec un pas de 0.01. Pour chaque  $\alpha_i$  dans l'intervalle discrétisé, des matrices  $\mathbf{Y}$  sont simulées, et un échantillon des normes des vecteurs  $\mathbf{f}(\alpha_i)$  calculés en présence de ces matrices est constitué. À partir de cet échantillon, on calcule la valeur minimale, la valeur moyenne et la valeur maximale. Ces valeurs sont représentées en fonction des  $\alpha_i$  sur la figure 10. Sur cette figure se trouvent aussi la courbe de la norme des vecteurs calculés en présence de la matrice initiale  $\mathbf{Y}^{\text{nom}}$  ainsi que la courbe d'écart entre la courbe des valeurs maximale et la courbe des valeurs minimales. Cette courbe d'écart est ici l'indicateur de la dispersion de la norme des vecteurs prédits.

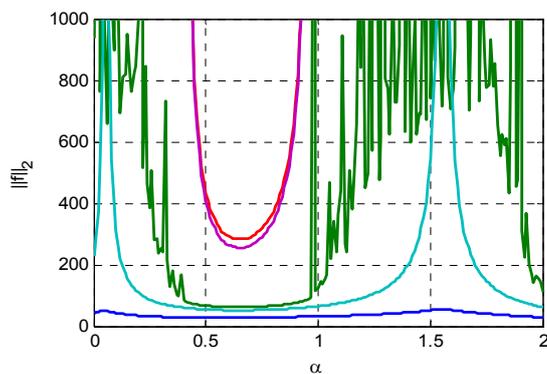


Figure 10 : variables statistiques extraites du nuage de points simulé pour chaque valeur  $\alpha_i$ . — minimum — nominal — moyenne — écart — maximum.

Hormis la courbe des valeurs moyennes, les courbes représentées sont lisses et ont globalement l'allure de paraboles.

En prédisant les efforts avec la matrice nominale  $\mathbf{Y}^{\text{nom}}$ , la norme de ces efforts est minimale en  $\alpha = 0.65$ . Sur la figure 10, il apparaît que la dispersion est minimale en  $\alpha = 0.66$ . Vu le pas des  $\alpha_i$  qui vaut 0.01, les valeurs sont les mêmes. À ce stade, on comprend pourquoi la dispersion vue sur la figure 9 est atténuée après que la matrice de raideur a été réglée à l'aide d'un coefficient optimal.

## 4 Conclusion

La norme des efforts appliqués à une structure d'accueil peut être prédite avec un certain degré de confiance. Des spécifications existent sur ces normes. Elles se présentent, dans l'industrie automobile, sous la forme de gabarit en efforts vibratoires. Pour respecter ces gabarits, nous avons proposé d'optimiser l'interface entre le composant actif, et le châssis. Il est apparu que l'interface optimisée offre un modèle plus robuste que l'interface nominale. Ceci vaut aussi pour le modèle simplifié et les données arbitraires qui ont été étudiés par la suite. Par conséquent, ce résultat n'est pas simplement dû aux données utilisées. La propriété reste valable au moins pour les modèles dont l'écriture se rapproche de celle rencontrée.

Le travail s'ouvre naturellement sur au moins deux aspects : l'un porte sur l'optimisation, l'autre sur la perturbation des autres paramètres du modèle.

En ce qui concerne l'optimisation, le réglage de tous les coefficients des matrices des plots conduira à des solutions plus efficaces. En capitalisant le travail présenté ici, il faudra alors avant tout modifier la fonction objectif. Cependant, il faut s'attendre à une augmentation du temps de calcul. Par ailleurs, les méthodes itératives présentées ici (Powell, BFGS, WOLFE) utilisent des paramètres dont les réglages dépendent du problème. Il faudra donc probablement apporter d'autres réglages.

## Remerciements

Les auteurs remercient la Région Haute Normandie pour sa contribution importante au financement de ce travail. Ils remercient aussi certains constructeurs et équipementiers automobiles pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

## Références

- [1] Lee D.-H, Hwang W.-S., Kim C.-M, "Design sensitivity analysis and optimization of an engine mount system using an frf-based substructuring method", *Journal of Sound and Vibration* 255 (2), 383-397 (2002).
- [2] Tao J.S, Liu G.R., Lam K.Y., "Design optimization of marine engine-mount system", *Journal of Sound and vibration* 235(3), 477-494 (2000).
- [3] Moulet M-H, Mapagha S., Martin V, "Metrology and prediction for integrating a subsystem on a vehicle; application to a fan system attached to the front end of a car", *Proceedings of the ICA08*, Paris, France, 29 June-4 July 2008.
- [4] Mapagha S., "Qualification de la prédiction du comportement vibratoire d'un sous-système sur véhicule", *Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen*, (2010).
- [5] Mapagha S., Martin V., "Optimization on interface parameters for filtering vibrations between a subsystem and its host structure", *Proceeding of Novem 2009*, Oxford, UK.
- [6] Chahande A.I., Arora J.S., "Development of a multiplier method for dynamic response optimization problems", *Structural Optimization* 6, 69-78 (1993).
- [7] Nocedal J., Wright S.J., "Numerical Optimization", Second Edition, *Springer Series in Operations Research*.