HAL
open science

Le 'Compressed sensing' pour l'holographie acoustique de champ proche - II : Mise en œuvre expérimentale

Antoine Peillot, Gilles Chardon, François Ollivier, Laurent Daudet

To cite this version:

Antoine Peillot, Gilles Chardon, François Ollivier, Laurent Daudet. Le 'Compressed sensing' pour l'holographie acoustique de champ proche - II : Mise en œuvre expérimentale. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00541718

HAL Id: hal-00541718

https://hal.science/hal-00541718v1

Submitted on 1 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème Congrès Français d'Acoustique
Lyon, 12-16 Avril 2010

Le 'compressed sensing' pour l'holographie acoustique de champ proche II: Mise en œuvre expérimentale.

Antoine Peillot[1], Gilles Chardon[2], François Ollivier[1], Laurent Daudet [2]

[1]UPMC Univ Paris 06, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris, France - *francois.ollivier@upmc.fr*
[2]Institut Langevin, ESPCI ParisTech, CNRS UMR 7587, P6 P7, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris, France.

Le "Compressed Sensing (CS)", apparu récemment en mathématiques appliquées, propose une nouvelle façon de mesurer des champs complexes en utilisant des connaissances sur la physique des champs étudiés dès la phase d'échantillonnage, c'est-à-dire directement au niveau du capteur. On suppose que le champ à acquérir possède une représentation parcimonieuse, c'est-à-dire pouvant être décrit dans une base (connue) par un faible nombre de coefficients (inconnus); on acquiert alors des échantillons dans des directions faiblement corrélées à l'espace de représentation des signaux, par exemple à l'aide de projections aléatoires. Sous ces hypothèses, on peut en théorie réduire considérablement le nombre de données à acquérir, pour une précision de reconstruction des champs sensiblement équivalente. Toutefois, les méthodes de reconstruction du champ d'intérêt à partir de ces échantillons peuvent être très lourdes numériquement et font l'objet d'une recherche intensive.

Le projet ECHANGE (ECHantillonnage Acoustique Nouvelle GEnération) financé par l'ANR a pour objectif de développer un cadre théorique, algorithmique et expérimental, fondé sur les principes du CS pour la mesure de champs acoustiques complexes au moyen d'un nombre limité de transducteurs.

Comme domaine initial, on a choisi d'adapter les principes du CS à l'holographie acoustique de champ proche (NAH). L'objectif de cette méthode inverse est de reconstruire le champ vibratoire d'une structure à partir de la mesure de son champ acoustique proche. Cet exposé présente la mise en œuvre expérimentale des solutions proposées à la suite d'une étude numérique cherchant à établir une disposition optimale des microphones d'une antenne holographique de dimension réduite. On présente les champs vibratoires reconstitués par NAH à partir de signaux issus d'une antenne de 120 micros suivant plusieurs configurations pseudo aléatoires. Ces champs sont comparés d'une part à ceux issus d'une antenne de 16x120 capteurs. Finalement les deux ensembles sont confrontés à une mesure directe des champs vibratoires.

Introduction

La technique d'holographie acoustique de champ proche (Near field acoustic holography ou NAH) permet de reconstruire le champ de vitesse normale d'une structure vibrante à partir de la mesure du champ de pression acoustique rayonné à courte distance [1].

Les techniques classiques de NAH résolvent un problème inverse, réputé mal posé, qui nécessite la mise en œuvre de méthodes de régularisation [2]. Mais celles-ci éliminent de l'information pertinente et faussent la reconstruction des composantes à hautes fréquences spatiales et ce, quelle que soit la finesse de l'échantillonnage du champ de pression. D'autre part, mesurer des déformées opérationnelles mettant en jeu de grands nombres d'onde, à haute fréquence, nécessite un échantillonnage spatial très fin des mesures en pression, ce qui peut rendre cette technique relativement lourde expérimentalement.

Cet article présente la mise en œuvre expérimentale d'une nouvelle technique de mesure, le 'compressed sensing' (CS) appliquée à l'holographie plane (PNAH). Il s'agit de montrer qu'il est possible, sous certaines conditions, à la fois, de réduire considérablement l'échantillonnage spatial du champ acoustique et de conserver toute l'information pertinente dans la résolution du problème inverse.

La première partie présente la méthode de mesure du champ acoustique proche d'une plaque à bords libre, et le processus classique de la PNAH menant à l'identification de son champ vibratoire. Le second paragraphe rappelle les principes fondamentaux du 'compressed sensing' et donne une description succincte des algorithmes de reconstruction qu'il met en œuvre, ceux-ci étant présentés plus exhaustivement dans une autre communication [4]. La troisième partie compare les reconstructions du champ vibratoire de la plaque libre obtenues expérimentalement par les deux méthodes (PNAH et CS) pour plusieurs fréquences caractéristiques. Une mesure directe des champs de vitesse normale, réalisée à l'aide d'un vibromètre laser, sert de référence à la comparaison.

1. PNAH impulsionnelle

1.1 Dispositif expérimental

Le corps d'épreuve choisi pour cette étude est une plaque mince en dural rectangulaire de 40 cm x 50 cm. Cette plaque est mise en vibration à l'aide d'un marteau automatisé, ce qui assure une excitation reproductible (Figure 1). L'utilisation d'un choc ponctuel engendre la mise en mouvement de la plaque suivant une combinaison linéaire de ses modes propres sur une large bande de fréquence. Une antenne plane de 120 microphones à électrets est disposée dans un plan parallèle à une distance z = 2 cm et un système d'acquisition dédié permet l'enregistrement synchrone de 120 réponses impulsionnelles acoustiques sur une surface légèrement plus grande que la plaque.

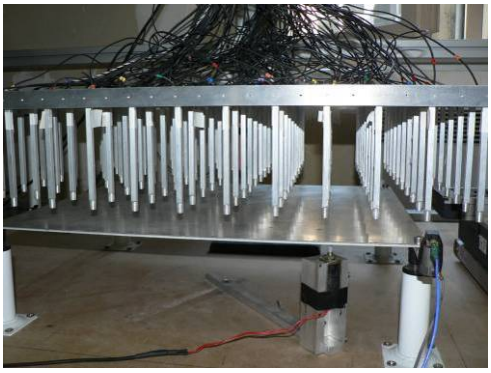

Figure 1 : Dispositif expérimental : la plaque à bords libre, le marteau automatique et l'antenne de 120 microphones

Pour la PNAH classique, les micros sont disposés suivant une grille carrée de 5 cm x 5 cm et on constitue une antenne virtuelle de 1920 micros au pas de 1.25 cm en déplaçant l'antenne et en reproduisant l'expérience 16 fois.

Pour le CS, nous avons construit une antenne de 120 microphones disposés de façon pseudo-aléatoire, dans la disposition "oblique décroisée" suggérée par l'étude numérique [4]. Cette disposition (pseudo-)aléatoire permet de capter simultanément de l'information dans une très grande gamme de fréquences spatiales, et donc d'éviter d'avoir à déplacer l'antenne comme dans les techniques classiques.

Parallèlement, le champ des réponses impulsionnelles en vitesse normale de la plaque a été mesuré à l'aide d'un vibromètre laser à balayage pour servir de référence aux reconstructions issues des mesures acoustiques.

1.2 Processus de la PNAH

L'hologramme consiste en la collection de toutes les composantes fréquentielles du champ de pression $\boldsymbol{p}$ mesuré dans le plan z_h parallèle au plan z_o de la plaque. Il est obtenu par transformée de Fourier temporelle des réponses acoustiques impulsionnelles ponctuelles.

La NAH traite individuellement chaque composante identifiée par sa fréquence ω. Elle met en œuvre la transformée de Fourier spatiale discrète qui, grâce à des algorithmes simples et performants, confère à la PNAH une grande rapidité d'exécution.

L'opération consiste à inverser numériquement la relation qui décrit, à une fréquence ω donnée, le rayonnement du champ des vitesses normales $\dot{\mathbf{w}}$ entre les plan z_o et z_h :

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{z_h}) = \boldsymbol{g_v}(\boldsymbol{z_h} - \boldsymbol{z_o}) *_x *_y \dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{z_o})$$

où $\boldsymbol{g_v}$ modélise la propagation. Exprimée dans le domaine de Fourier, cette relation se réduit à un produit simple qu'il devient aisé d'inverser :

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{z_h}) = \boldsymbol{G}(\boldsymbol{z_h} - \boldsymbol{z_o})\dot{\boldsymbol{W}}(\boldsymbol{z_o}) \Leftrightarrow \dot{\boldsymbol{W}}(\boldsymbol{z_o}) = \boldsymbol{G}^{-1}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{z_h})$$

Le traitement procède donc en trois étapes successives.

Dans un premier temps, l'hologramme $p(x,y,z_h, \omega)$ subit une transformée de Fourier discrète spatiale à deux dimensions. Cette opération mène du domaine réel au domaine spectral des nombres d'onde ou k-espace :

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{k_x}, \boldsymbol{k_y}, \boldsymbol{z_h}) = \boldsymbol{F_{x,y}}\boldsymbol{p} = \iint \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z_h})\boldsymbol{e}^{-i(\boldsymbol{k_x}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{k_y}\boldsymbol{y})}\boldsymbol{dx}\,\boldsymbol{dy}$$

Dans le k-espace, on applique ensuite l'opérateur de propagation inverse $\boldsymbol{G}^{-1}$ qui transforme la vitesse normale dans le plan source en pression dans le plan hologramme. G s'écrit :

$$\boldsymbol{G} = \frac{\rho c k}{k_z}\, \boldsymbol{e}^{-ik_z(z_h - z_o)} \Leftrightarrow \boldsymbol{G}^{-1} = \frac{k_z}{\rho c k}\boldsymbol{e}^{ik_z(z_h - z_o)}$$

où $\boldsymbol{k_z}$ est la composante normale du vecteur d'onde. La norme de la composante plane est $\boldsymbol{k_p} = \left(\boldsymbol{k_x}^2 + \boldsymbol{k_y}^2\right)^{1/2}$. Selon la valeur de $\boldsymbol{k_p}$ relativement au nombre d'onde $\boldsymbol{k} = \omega/c$, on a :

$$\boldsymbol{k_z} = \begin{cases} \sqrt{\boldsymbol{k}^2 - \boldsymbol{k_p}^2} & si \quad \boldsymbol{k} = \frac{\omega}{c} > \boldsymbol{k_p} \\ \boldsymbol{i}\sqrt{\boldsymbol{k_p}^2 - \boldsymbol{k}^2} & si \quad \boldsymbol{k} < \boldsymbol{k_p} \end{cases}$$

Il faut alors distinguer :

- les composantes du champ $\dot{\boldsymbol{W}}$ à caractère propagatif pour lesquelles $\boldsymbol{G}$ est imaginaire pur et agit principalement sur la phase,
- les composantes évanescentes dont $\boldsymbol{G}$ modifie seulement l'amplitude par atténuation exponentielle

Pour les composantes évanescentes du champ de pression mesuré, l'opération de propagation inverse se traduit donc par une amplification exponentielle. Comme La mesure est inévitablement affectée de bruit, des informations incohérentes perturbent la reconstruction.

Pour résoudre ce problème, on fait appel à des techniques de régularisation [2]. Celles-ci consistent généralement en l'application au spectre du champ de pression $\boldsymbol{P}$ ou du propagateur $\boldsymbol{G}$, d'un filtre spatial passe-bas (PB) (filtre exponentiel, Tikhonov, …) dont on a optimisé la forme, la pente et la fréquence de coupure.

Ces techniques permettent la reconstruction du champ vibratoire avec une bonne fidélité pourvu que la mesure soit effectuée à une distance assez faible pour capter les ondes évanescentes et que le champ à reconstruire ne comporte pas de composantes aux fréquences supérieures à la fréquence de coupure du filtre.

Finalement le champ de vitesse normale dans le plan de la source, $\dot{\boldsymbol{w}}$, est obtenu par transformée de Fourier inverse.

On peut résumer l'opération complète de la PNAH par la relation suivante :

$$\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{z_o}) = \boldsymbol{F}_{x,y}^{-1}\left(\boldsymbol{G}^{-1}(\boldsymbol{z_h} - \boldsymbol{z_o})\boldsymbol{F}_{x,y}\boldsymbol{p}(\boldsymbol{z_h})\right)_{\boldsymbol{PB}}$$

Dans le cas de la plaque à bords libre qu'on étudie ici, le champ vibratoire présente de fortes discontinuités, passant de valeur maximale au bord à zéro en dehors de la plaque. Le filtrage passe bas nécessaire à l'élimination du bruit de mesure supprime la signature de ces discontinuités entrainant, par adoucissement, une mauvaise reconstruction des bords.

Par ailleurs, les champs vibratoires d'ordre supérieur présentent des composantes à haute fréquence et requièrent une densité mesure importante, ce qui est pénalisant en terme de nombre de capteurs ou de durée de la mesure.

Le 'compressed sensing' dont les principes sont présentés succinctement au paragraphe suivant est une nouvelle technique de mesure qui peut contribuer à résoudre ces deux limites.

2. Le compressed sensing (CS)

2.1 Contexte

Soit un signal à numériser. Classiquement, d'après le théorème d'échantillonnage de Shannon, l'intégralité de l'information est conservée à l'étape de numérisation à condition de l'échantillonner à une cadence au moins deux fois supérieure à la borne supérieure du support spectral du signal. En conséquence, les signaux dont le support spectral est d'étendue réduite, mais contenant des composantes en haute fréquences, requièrent l'acquisition d'un nombre important d'échantillons. Cette opération peut engendrer un volume de données important et nécessiter de nombreux capteurs et lignes d'acquisition associées. Les techniques de compression de données proposent des solutions pour la transmission de ces signaux à moindre coût. Cependant elles nécessitent au préalable l'acquisition complète des échantillons au sens de Shannon. Le CS se propose de dépasser cette contrainte en comprimant l'acquisition elle-même et en captant les signaux à un taux très inférieur à celui de Shannon. Ce procédé de compression exploite le caractère parcimonieux du signal c'est-à-dire le fait qu'il est la combinaison d'un nombre réduit de composantes élémentaires, ce qui est vérifié pour un grand nombre de signaux physiques. En pratique, on dit qu'un signal possède une représentation parcimonieuse dans une certaine base s'il peut être exprimé, après transformation dans cette base, par une petite quantité de coefficients non nuls qui porteront la totalité de l'information. Dans la réalité, la plupart des signaux ne seront qu'approximativement parcimonieux. Ils sont dits compressibles, s'ils présentent, dans une base donnée, un nombre faible de coefficients de niveau suffisant, les autres n'étant pas forcément nuls. Ceux significatifs sont réputés porter l'essentiel de l'information contenue dans le signal.

Considérons un signal discret s de dimension $N \times 1$ qui peut être décomposé dans une base de N vecteurs $\{\Psi_i\}$, $1 \leq i \leq N$. En utilisant la base $\Psi = [\Psi_1 \Psi_2 \cdots \Psi_N]$, matrice $N \times N$, le signal s s'écrit :

$$s = \sum_{i=1}^{N} x_i \Psi_i \quad ou \quad s = \Psi x$$

Le vecteur x de dimension $N \times 1$ est la représentation de s dans la base Ψ. On dit que le signal s est K-parcimonieux quand K parmi les N coefficients x_i sont non nuls. La technique de CS est particulièrement intéressante lorsque $K \ll N$.

2.2. Principe

Le problème consiste à reconstruire un signal s de dimension N à partir d'un petit nombre de mesures $M < N$, M étant de l'ordre de la parcimonie. Soit y le vecteur de mesures de dimension $M \times 1$ et Θ, matrice $M \times N$, la base dans laquelle la projection de $\boldsymbol{y}$ donne $\boldsymbol{s}$. On a donc un processus de mesures linéaires dont le système d'équations est hautement sous-déterminé et donc à priori impossible à résoudre:

$$y = \Theta s = \Theta \Psi x = \Phi x$$

Cependant, si x est K-parcimonieux, le problème peut être résolu. Une condition suffisante pour reconstruire N composantes de s à partir des $M < N$ est que la matrice de transformation Φ conserve l'énergie entre les mesures y et le signal x à reconstruire [5], c'est la propriété d'isométrie restreinte (RIP). Cette propriété est très difficile à évaluer directement. Mais on montre [6] qu'elle est vérifiée avec une grande probabilité si les matrices Θ et Ψ sont incohérentes. L'incohérence est réalisée, par exemple, si Θ est une matrice aléatoire. Finalement, un signal K-parcimonieux de longueur N peut être reconstruit à partir de M mesures aléatoires seulement.

2.3. Algorithmes de reconstruction

L'équation $y = \Phi\tilde{x}$ admet une infinité de solutions approchées $\tilde{x}$. Un algorithme adapté est donc nécessaire pour reconstruire la solution la plus parcimonieuse pour laquelle un nombre minimum de mesures est nécessaire. Evaluer $\tilde{x}$ avec un nombre minimum de coefficients revient à mesurer sa norme $\boldsymbol{\ell}_0$ qui compte le nombre de ses coefficients non nuls. Malheureusement, l'évaluation de la norme $\boldsymbol{\ell}_0$ est un problème non convexe, difficile à résoudre. Un problème voisin, convexe celui-ci, consiste à minimiser la norme $\boldsymbol{\ell}1$ au lieu de la norme $\boldsymbol{\ell}_0$. La norme $\boldsymbol{\ell}_1$ ($\|\tilde{x}\|_{l1}$), est la somme des valeurs absolues des composantes de $\tilde{x}$. Candès, Romberg et Tao [7] ont montré qu'un signal K-parcimonieux peut être exactement reconstruit à partir de **M** mesures en résolvant l'algorithme :

$$min\|\tilde{x}\|_{l1} \qquad sous\ condition \quad \Phi\tilde{x} = y$$

Cet algorithme, appelé « Basis Pursuit », recherche parmi tous les $\tilde{x}$ candidats possibles, ceux qui ont leurs composantes sur les vecteurs de la base et tels que le signal soit le plus parcimonieux dans cette base.

Mais en pratique, le signal est bruité, c'est-à-dire qu'on a $y = \Phi\tilde{x} + \epsilon$ où ϵ est un paramètre d'erreur. Cette erreur ne représente pas seulement le bruitage du signal, mais indique aussi qu'il n'est pas exactement parcimonieux et cependant reste compressible. L'algorithme de reconstruction résout alors le problème suivant :

$$min\|\tilde{x}\|_{l1} \qquad sous\ condition \quad \|\Phi\tilde{x} - y\|_{l2} < \epsilon$$

Pour adapter ces considérations théoriques à la mise œuvre expérimentale on associe les grandeurs physiques aux entités mathématiques précédentes :

- l'hologramme $\boldsymbol{P}$ correspond a la mesure $\boldsymbol{y}$
- le propagateur $\boldsymbol{G}$ correspond à la matrice Θ
- le champ de vitesse normale $\dot{\boldsymbol{w}}$ à la solution $\tilde{\boldsymbol{x}}$

Et on introduit comme opérateur intermédiaire le 'dictionnaire' $\boldsymbol{D}$ qui correspond à la matrice Ψ de changement de base.

3. Le CS appliqué à la NAH

L'objectif de l'expérience est de reconstruire le plus fidèlement possible le champ des vitesses normales correspondant aux déformées opérationnelles de la plaque pour des fréquences caractéristiques du rayonnement et ce en utilisant un minimum de mesures. Une étape critique du processus consiste à définir la base de décomposition : le dictionnaire $\boldsymbol{D}$.

3.1. Choix du dictionnaire de décomposition *D*

Pour constituer $\boldsymbol{D}$, il est nécessaire de disposer d'un minimum d'informations sur la source à reconstruire. C'est pourquoi, dans notre cas, on considère la théorie modale des plaques. Les déformées modales sont solutions de

l'équation des ondes qui régit le déplacement transverse w de la plaque après excitation :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial^2 t} + c\Delta^2 w = 0$$

Pour une plaque rectangulaire de dimensions $L_x \times L_y$ simplement appuyée aux bords, les solutions ont une expression analytique simple régie par les conditions aux limites. Celles-ci s'expriment aux bords sur la vitesse normale $\dot{w} = 0$, et sur le moment fléchissant $\boldsymbol{\mathcal{M}} = 0$. Les modes propres, dont se compose les déformées opérationnelles de la plaque simplement appuyée, ont la forme suivante :

$$\varphi_{mn}(x,y) = sin\frac{m\pi x}{L_x} sin\frac{n\pi y}{L_y}$$

Ces modes sont proportionnels aux coefficients de Fourier du domaine $\mathcal{P}$ de la plaque . Dans cette base, et pour ces conditions aux limites, les vitesses normales sont donc 1-parcimonieuses.

Mais dans le cas de notre expérience les bords de la plaque sont libres, et il n'est pas d'expression analytique simple de ses modes propres. On peut cependant s'inspirer du résultat précédent pour définir une base dans laquelle les vitesses recherchées auront une représentation parcimonieuse. En l'occurrence, on choisit comme dictionnaire la base de Fourier définie sur un domaine $\mathcal{P}'$ plus grand que la plaque $\mathcal{P}$ mais restreint à $\mathcal{P}$. Par cette restriction le dictionnaire $\boldsymbol{D}$ perd sa qualité de base orthogonale, ses composantes n'étant plus linéairement indépendantes. Il est simplement composée des atomes tronqués de la base de Fourier de $\mathcal{P}'$.

3.2. Choix de la matrice de propagation *G*

A proximité de la plaque, une bonne estimation du champ de pression rayonné est donnée par la première intégrale de Rayleigh :

$$p(\boldsymbol{r}) = \iint_S \dot{w}(\boldsymbol{r}')g_v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')dr'$$

Cette intégrale permet d'évaluer la pression rayonnée dans le demi-espace supérieur à partir de la vitesse normale en tout point de la surface S contenant les sources. Le propagateur g_v entre chaque point de la plaque ($\boldsymbol{r}'$) et les microphones ($\boldsymbol{r}$) s'écrit :

$$g_v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') = -i\rho ck\frac{e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{2\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

La matrice $\boldsymbol{G}$ sera composée des $g_v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$ correspondant à des microphones positionnés aléatoirement dans le plan de mesure pour respecter la condition d'incohérence entre les deux matrices $\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{D}$.

L'étude numérique menée en parallèle [4] a permis de choisir une configuration d'antenne pseudo-aléatoire relativement simple à construire et susceptible de produire de bons résultats. Elle est constituée de dix barres obliques orientées aléatoirement mais sans croisement. Sur chaque barre, douze microphones sont répartis aléatoirement, avec une densité de probabilité uniforme le long de la barre (Figure 2) Cette antenne mesure le champ impulsionnel dans les mêmes conditions que l'antenne régulière.

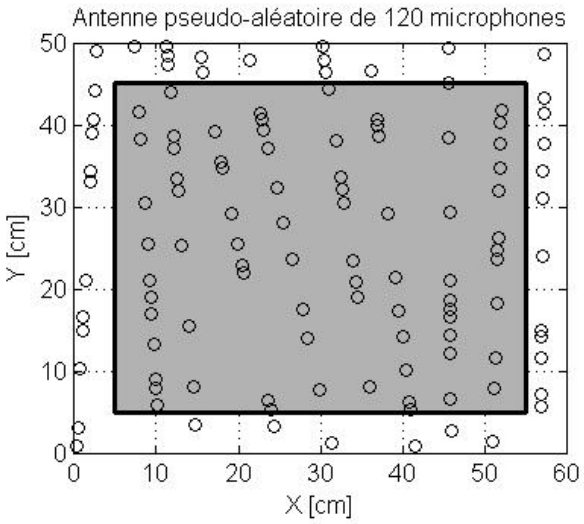

Figure 2 : Disposition pseudo aléatoire des microphones utilisée pour la mesure en CS.

3.3. Résultats expérimentaux

La reconstruction des déformées opérationnelles de la plaque a été menée à plusieurs fréquences caractérisées par un rayonnement acoustique fort.

On a choisi de présenter les traitements à trois fréquences couvrant une large bande : 78 Hz, 402 Hz et 2658 Hz. On compare les résultats obtenus par la PNAH classique utilisant 1920 points de mesure au pas de 1.25 cm, par CS avec 120 micros disposés pseudo-aléatoirement et enfin par CS en ne considérant que les 60 microphones les plus centraux de la même antenne.

Pour la PNAH classique la régularisation a utilisé un filtre exponentiel optimisé par corrélation de la reconstruction avec le champ de vitesse normale de référence.

Pour le CS, la reconstruction a utilisé un algorithme de minimisation ℓ_1.

Les figures 3,4 et 5 présentent à gauche l'amplitude des champs normalisée, à droite sa phase et de haut en bas :

- la vibration de référence
- la reconstruction par PNAH classique
- la reconstruction par CS avec 120 microphones
- la reconstruction par CS avec 60 microphones

Pour comparer les champs reconstruits avec le champ de référence, comme classiquement en analyse modale [9], on calcule des coefficients de corrélation qui sont rapportés en légende des figures (respectivement : C_{NAH}, C_{CS120}, C_{CS60}). Ce coefficient vaut 1 quand la reconstruction est exacte.

Noter que les trois techniques produisent des reconstructions avec des corrélations supérieures à 75%.

La méthode de reconstruction par CS avec 60 microphones est la plus fidèle en basses fréquences. Le CS avec 120 microphones est moins performant. Celui-ci considérant des microphones en dehors du domaine de la plaque, on peut mettre en cause la cohérence entre le modèle et la mesure pour ces microphones.

On constate en outre que l'efficacité du CS est moindre quand la fréquence augmente. En l'occurrence, on peut mettre en cause l'erreur de positionnement des micros évaluée de l'ordre du centimètre. Cette erreur affecte d'autant plus la reconstruction que la fréquence est élevée.

Il faut noter aussi que dans le modèle utilisé, la propriété d'isométrie restreinte (RIP) n'est pas satisfaite par la matrice $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{GD}$. En effet le propagateur $\boldsymbol{G}$ amplifie les ondes évanescentes exponentiellement. L'algorithme de « Basis Pursuit » ne peut donc théoriquement pas reconstruire exactement $\dot{\boldsymbol{w}}$. Malgré cela, l'estimation obtenue est très satisfaisant en utilisant une quantité de microphones bien inférieure à celle nécessaire à la PNAH, ce qui nous renseigne sur la robustesse du CS.

De façon remarquable, la reconstruction sur les bords est par ailleurs nettement plus efficace avec le CS. Alors que la NAH "arrondit" systématiquement les bords libres de la plaque, les reconstructions par CS y présentent bien des maxima de vibration. On peut donc envisager ce type de traitement comme une alternative efficace aux filtres passe-bas utilisés classiquement en NAH.

Il faut aussi noter que l'algorithme de CS requiert l'estimation *a priori* d'un paramètre de bruit ou d'erreur qu'en l'absence de modèle physique il a fallu choisir arbitrairement. La dimension du dictionnaire $\boldsymbol{D}$ décrivant la parcimonie supposée de la source à reconstruire est également une donnée d'entrée de l'algorithme. Elle nécessite une certaine connaissance du champ à reconstruire.

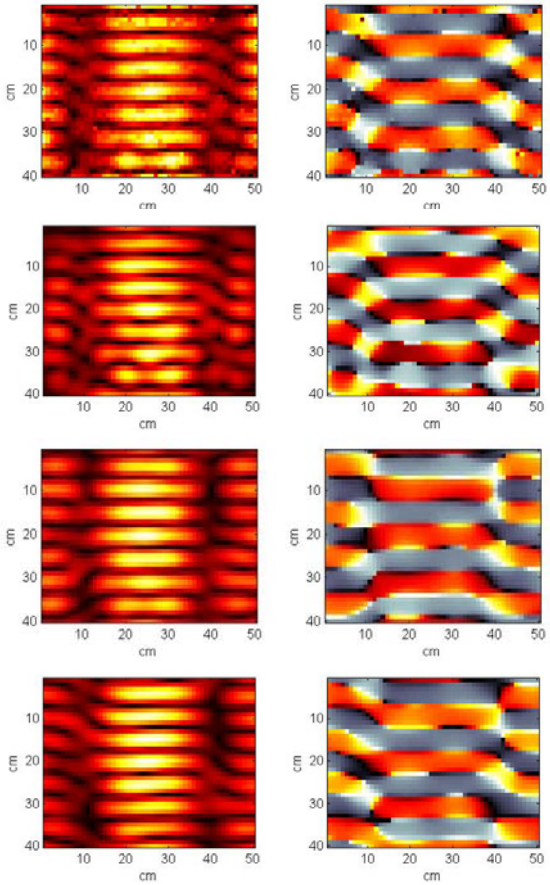

Figure 3 : Reconstructions à 2658Hz.
$C_{NAH} = 0.82$ $C_{CS120} = 0.76$ $C_{CS60} = 0.79$
de haut en bas :
mesure directe par vélocimétrie laser (2000 mesures),
reconstruction par NAH classique (1920 mesures),
reconstruction par CS avec 120 mesures,
reconstruction par CS avec 60 mesures.
Colonne de gauche : module des déformées opérationnelles,
Colonne de droite : phase.

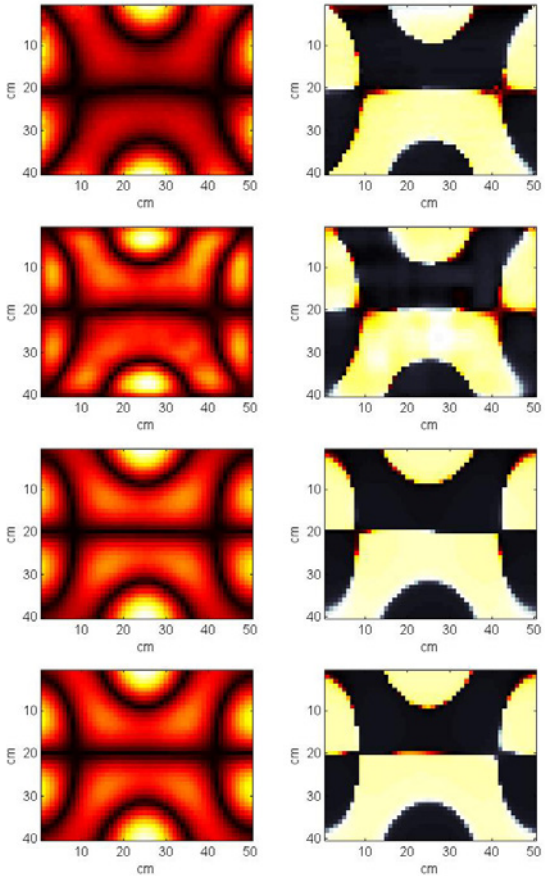

Figure 4 : Reconstructions à 402 Hz.
$C_{NAH} = 0.81$ $C_{CS120} = 0.88$ $C_{CS60} = 0.91$

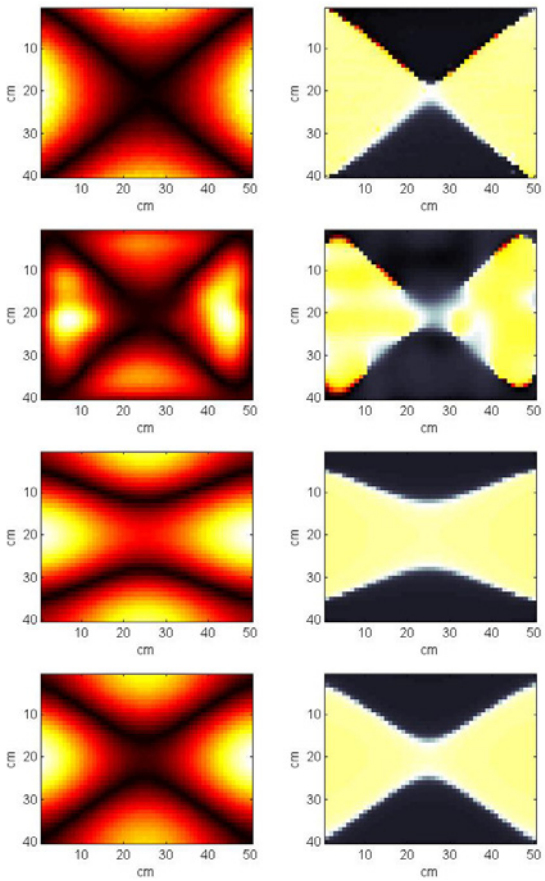

Figure 5 : Reconstructions à 78 Hz.
$C_{NAH} = 0.7$ $C_{CS120} = 0.84$ $C_{CS60} = 0.96$

Conclusion

La reconstruction des déformées opérationnelles d'une plaque mince rectangulaire à bords libres a pu être réalisée avec une faible densité de mesures acoustiques par la technique de "Compressed sensing".

Les résultats montrent une meilleure performance de cette technique par rapport à l'holographie acoustique de champ proche. Ces résultats sont particulièrement remarquables si l'on considère le gain en termes de nombre de mesures qu'apporte le CS. On passe en effet de 1920 pour la NAH à 60 signaux microphoniques pour le CS. Cette remarque reste pertinente jusqu'à des fréquences relativement élevées. Et il reste à mener des évaluations du CS à plus haute fréquence quand l'échantillonnage au sens de Shannon n'est largement plus vérifié.

Contrairement à la NAH, le CS montre aussi une bonne capacité à reconstruire des discontinuités de vibration tout en éliminant de façon efficace le bruit de mesure.

Cependant le dictionnaire utilisé par CS est assez naturellement issu de la physique connue dans le cas de la plaque rectangulaire. Des recherches doivent être entreprises dans cette direction pour définir des dictionnaires adaptés aux objets étudiés sans connaissance très précise de leur physique.

Enfin des paramètres nécessaires à l'algorithme de CS sont encore définis arbitrairement. Il conviendrait de leur attribuer un modèle physique pour rendre la technique de reconstruction autonome.

Remerciements

Ces travaux ont été soutenus par l'ANR par l'intermédiaire du projet ECHANGE (ANR-08-EMER-006).

Références

[1] Maynard J. D., Williams E. G., and Lee Y., "Nearfield acoustic holography: I. theory of generalized holography and the development of nah". *The Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4):1395{1413},1985.

[2] Williams E.G., "Regularization methods for nearfield acoustical holography" *Journal of the Acoustical Society of America*. **110** 1976 (2001)

[3] Candès E.J., Wakin M.B., "An introduction to compressive sampling", *Signal Processing Magazine*, IEEE, **25**(2) 21-30 (2008).

[4] Chardon G *et al*., "Le 'compressed sensing' pour l'holographie acoustique de champ proche I: Aspects algorithmiques et simulations", *10éme Congrès Français d'Acoustique, Lyon* (2010).

[5] Candès E.J., Tao T., "Decoding by linear programming", *IEEE Trans. Inform. Theory* **51**, 4203-4215 (2005).

[6] Candès E.J., "Compressive sampling*", Proceedings of the international Congress of Mathematicians*, Madrid (2006).

[7] Candès E.J., Romberg J., Tao T., « Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information", *IEEE Trans. Inform. Theory* **52**, 489-509 (2006).

[8] Williams E.G., "Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography", *Academic Press*, (1999).

[8] Allemang, R. J., Brown, D. L., "A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis," Proceedings, International Modal Analysis Conference, pp. 110-116, 1982.