



**HAL**  
open science

**Pic d'absorption totale d'une lame poreuse sous  
l'approximation du squelette rigide collée contre un  
réseau surfacique multi-composant**

Jean-Philippe Groby, Erick Ogam, Olivier Dazel, Tor Erik Vigran, Walter  
Lauriks

► **To cite this version:**

Jean-Philippe Groby, Erick Ogam, Olivier Dazel, Tor Erik Vigran, Walter Lauriks. Pic d'absorption totale d'une lame poreuse sous l'approximation du squelette rigide collée contre un réseau surfacique multi-composant. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00541360

**HAL Id: hal-00541360**

**<https://hal.science/hal-00541360v1>**

Submitted on 30 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Pic d'absorption totale d'une lame poreuse sous l'approximation du squelette rigide collée contre un réseau surfacique multi-composant.

J.-P. Groby<sup>1</sup>, E. Ogam<sup>2</sup>, O. Dazel<sup>1</sup>, T.E. Vigran<sup>4</sup>, et W. Lauriks<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Laboratoire d'acoustique de l'université du Maine, UMR6613 CNRS/Univ. du Maine, Av. Olivier Messiaen F-72085 Le Mans Cedex 9.

<sup>2</sup> Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, UPR7051 CNRS, 31 Chemin Joseph Aiguier, F-13402 Marseille Cedex 20.

<sup>3</sup> NTNU, Dept. of Electronics and Telecom, O.S. Bragstads plass 2a, NO-7491 Trondheim, Norway.

<sup>4</sup> dK.U. Leuven, Celestijnenlaan 200D, B-3001 Heverlee, Belgium.

Les propriétés acoustiques d'une lame poreuse faiblement résistive collée contre une plaque rigide comportant des irrégularités périodiques de forme rectangulaire, créant un réseau de diffraction multi-composant, sont étudiées. Les résultats numériques, corroborés par des résultats expérimentaux, montrent que la structure possède un pic d'absorption totale à la fréquence du mode fondamental modifié de la lame, lorsqu'elle est conçue comme proposée dans la présentation. Ces résultats sont expliqués par l'analyse de la réponse acoustique de la structure globale et en particulier par l'analyse modale de la configuration. Lorsque plusieurs irrégularités par période spatiale sont considérées, des pics additionnels d'absorption sont observés et expliqués.

## 1 Introduction

Ce travail est initialement motivé par la détermination optimale de distribution spatiale de matériaux poreux et de propriétés géométriques pour l'absorption acoustique. Les matériaux poreux (principalement les mousses) souffrent d'un défaut d'absorption à basses fréquences comparativement à leur valeur à plus hautes fréquences.

La façon habituelle de résoudre ce problème est de concevoir des matériaux multicouches. Ceci peut permettre d'améliorer la performance mais en augmentant généralement l'épaisseur des matériaux. Le but de la présente communication est de proposer une alternative à ces empilements en considérant des irrégularités périodiques de la plaque rigide contre laquelle est collée une lame poreuse, créant ainsi un réseau de diffraction. Le lecteur intéressé peut se reporter à l'article [1] dont cette communication est tirée.

## 2 Formulation du problème

### 2.1 Description de la configuration

Le problème est repéré par un repère cartésien  $x_1, x_2, x_3$ . L'onde plane incidente ainsi que la géométrie de la configuration sont supposées invariantes vis-à-vis de la coordonnée cartésienne  $x_3$ . La figure 1 représente une coupe transversale, suivant le plan  $x_1 - x_2$ , du problème de diffraction.

Avant l'addition du support structuré, la couche est occupée par un matériau poreux saturé d'air (e.g. une mousse) modélisé (par homogénéisation) comme un fluide équivalent  $M^1$  (macroscopiquement inhomogène). Les matériaux  $M^{[0]}$  et  $M^{[1]}$  sont en contact parfait au niveau de la frontière supérieure de la lame  $\Gamma_L$ ,

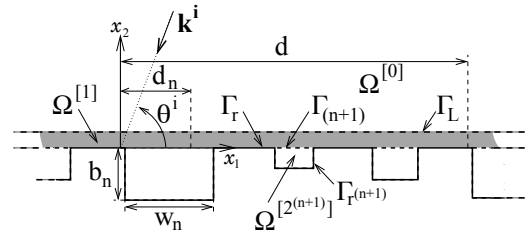


FIG. 1: Coupe transversale du problème de diffraction.

i.e. la pression et la composante normale de la vitesse sont continues ( $[p(\mathbf{x})] = 0$  et  $[\rho^{-1}\partial_n p(\mathbf{x})] = 0$ , où  $\partial_n$  désigne l'opérateur  $\partial_n = \mathbf{n} \cdot \nabla$  et  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire générique normal à la frontière). Le support rigide comporte  $N$  irrégularités le long de l'axe  $x_1$  avec une périodicité  $d$  qui crée un réseau de diffraction à l'ordonnée  $x_2 = 0$ . La  $n$ -ème irrégularité de la cellule unitaire est le domaine rectangulaire  $\Omega^{[2^{(n)}]}$  de hauteur  $h_n$  et de la largeur  $w_n$  et est occupée par le fluide  $M^2$  (ici de l'air mais possiblement un autre matériau dont le comportement peut être modélisé par celui d'un fluide). La frontière de  $\Omega^{[2^{(n)}]}$  est composée d'une portion rigide  $\Gamma_{r^{(n)}}$  (condition de type Neumann,  $\partial_n p(\mathbf{x}) = 0$ ) et de  $\Gamma_{(n)}$  au travers de laquelle les matériaux  $M^{[2]}$  et  $M^{[1]}$  sont en contact parfait. L'abscisse du centre du segment de base de  $\Omega^{[2^{(n)}]}$  est  $d_n$ .  $\Gamma_0$ , la frontière inférieure de  $M^{[1]}$  est également composée d'une portion rigide  $\Gamma_r$ .

Plutôt que de résoudre directement le problème pour  $\bar{p}(\mathbf{x}, t)$ , nous lui préférons  $p(\mathbf{x}, \omega)$ , sa transformée de Fourier, liée à  $\bar{p}(\mathbf{x}, t)$  par  $\bar{p}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{x}, \omega) e^{i\omega t} d\omega$ .

Le vecteur d'onde  $\mathbf{k}^i$  de l'onde plane incidente est orienté avec un angle  $\theta^i$  mesuré dans le sens contra-horaire depuis l'axe  $x_1$ . L'onde incidente se propage initialement dans  $\Omega^{[0]}$  et s'exprime  $p^i(\mathbf{x}) = A^i e^{i(k_1^i x_1 - k_2^{[0]i}(x_2 - L))}$ ,

avec  $k_1^i = -k^{[0]} \cos(\theta^i)$ ,  $k_2^{[0]i} = k^{[0]} \sin(\theta^i)$  et  $A^i = A^i(\omega)$  le spectre du signal.

La nature plane de l'onde incidente et la nature périodique de  $\bigcup_{n \in \mathcal{N}} \Omega^{[2]^{(n)}}$  induisent la relation de Floquet :

$$p(x_1 + qd, x_2) = p(x_1, x_2) e^{ik_1^i qd}. \quad (1)$$

L'unicité de la solution est assurée par la condition de rayonnement à l'infini.

## 2.2 Modélisation du matériau

Le matériau poreux à squelette rigide  $M$  est modélisé en utilisant le modèle de Johnson-Champoux-Allard [2, 3]. La compressibilité et la densité effective, liées à la vitesse du son par  $c = \sqrt{1/K\rho}$  sont :

$$\frac{1}{K} = \frac{\gamma P_0}{\phi \left( \gamma - (\gamma - 1) \left( 1 + i \frac{\omega_c}{\text{Pr}\omega} G(\text{Pr}\omega) \right)^{-1} \right)}, \quad (2)$$

$$\rho = \frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \left( 1 + i \frac{\omega_c}{\omega} F(\omega) \right),$$

où  $\omega_c = \sigma\phi/\rho_f\alpha_\infty$  est la fréquence de Biot,  $\gamma$  le rapport de capacités calorifiques,  $P_0$  la pression atmosphérique,  $\text{Pr}$  le nombre de Prandtl,  $\rho_f$  la densité du fluide dans les pores (interconnectés),  $\phi$  la porosité,  $\alpha_\infty$  la tortuosité, et  $\sigma$  résistivité au passage du fluide. Les fonctions de correction  $G(\text{Pr}\omega)$  [3], et  $F(\omega)$  [2] sont données par

$$G(\text{Pr}\omega) = \sqrt{1 - i\eta\rho_f\text{Pr}\omega \left( \frac{2\alpha_\infty}{\sigma\phi\Lambda'} \right)^2}, \quad (3)$$

$$F(\omega) = \sqrt{1 - i\eta\rho_f\omega \left( \frac{2\alpha_\infty}{\sigma\phi\Lambda} \right)^2}.$$

où  $\eta$  est la viscosité du fluide, et  $\Lambda$  et  $\Lambda'$  les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique.

## 2.3 Représentation des champs

La séparation des variables, la condition de rayonnement à l'infini et le théorème de Floquet conduisent aux représentations :

$$p^{[0]}(\mathbf{x}) = \sum_{q \in \mathbb{Z}} \left[ e^{-ik_{2q}^{[0]}(x_2 - L)} \delta_q + R_q e^{ik_{2q}^{[0]}(x_2 - L)} \right] \times e^{ik_{1q} x_1}, \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega^{[0]},$$

$$p^{[1]}(\mathbf{x}) = \sum_{q \in \mathbb{Z}} \left[ f_q e^{-ik_{2q}^{[1]} x_2} + g_q e^{ik_{2q}^{[1]} x_2} \right] \times e^{ik_{1q} x_1}, \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega^{[1]}, \quad (4)$$

où  $\delta_q$  est le symbole de Kronecker,  $k_{1q} = k_1^i + \frac{2q\pi}{d}$ ,  $k_{2q}^{[s]} = \sqrt{(k^{[s]})^2 - (k_{1q})^2}$ , avec  $\text{Re}(k_{2q}^{[s]}) \geq 0$  et  $\text{Im}(k_{2q}^{[s]}) \geq 0$ ,  $s = 0, 1$ .  $R_q$  est le coefficient de réflexion repéré par l'indice  $q$ , alors que  $f_q$  et  $g_q$  sont les coefficients des ondes diffractées dans la lame associés à l'onde plane d'indice  $q$ .

Le champ de pression  $p^{[2]^{(n)}}$ , admet une représentation pseudo-modale [7], prenant déjà en

compte les conditions à la frontière  $\Gamma_{r^{(n)}}$  :

$$p^{[2]^{(n)}}(\mathbf{x}) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m^{(n)} \cos(k_{1m}^{[2]^{(n)}}(x_1 - d_n + w_n/2)) \times \cos(k_{2m}^{[2]^{(n)}}(x_2 + b_n)), \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega^{[2]^{(n)}}, \quad \forall n \in \mathcal{N}, \quad (5)$$

où  $k_{1m}^{[2]^{(n)}} = m\pi/w_n$ ,  $k_{2m}^{[2]^{(n)}} = \sqrt{(k^{[2]})^2 - (k_{1m}^{[2]^{(n)}})^2}$ , avec  $\text{Re}(k_{2m}^{[2]^{(n)}}) \geq 0$  et  $\text{Im}(k_{2m}^{[2]^{(n)}}) \geq 0$ ,  $\forall n \in \mathcal{N}$  et  $B_m^{(n)}$  sont les coefficients de la décomposition pseudo-modale.

## 3 Propriétés acoustiques

L'application des conditions de continuité du champ de pression et de la composante normale de la vitesse aux frontières  $\Gamma_L$  et  $\Gamma_0$ , l'introduction des représentations de champs appropriées, Eqs.(4) et (5), et l'utilisation des relations d'orthogonalité  $\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{i(k_{1q} - k_{1l})x_1} dx_1 = d\delta_{ql}$ ,  $\forall (l, n) \in \mathbb{Z}^2$  et  $\int_0^{w_n} \cos(k_{1m}^{[2]^{(n)}} x_1) \cos(k_{1j}^{[2]^{(n)}} x_1) dx_1 = w_n \delta_{mj}/\epsilon_m$ ,  $\forall (j, m) \in \mathbb{N}^2$ , où  $\epsilon_0 = 1$  et  $\epsilon_m = 2$ ,  $\forall m \in \mathbb{N}^*$ , conduisent à un ensemble d'équations linéaires. Après un peu d'algèbre et réarrangement, cet ensemble se réduit à un système linéaire d'équations pour la résolution des  $B_m^{(n)}$  qui peut être écrit sous la forme matricielle suivante, avec  $\mathbf{B}$  le vecteur colonne infini d'élément  $B_m^{(n)}$  :

$$(\mathbf{A} - \mathbf{C})\mathbf{B} = \mathbf{F}, \quad (6)$$

où  $\mathbf{F}$  est le vecteur colonne dont les éléments prennent en compte l'excitation de l'irrégularité  $t$  par une onde préalablement diffractée dans la lame  $\sum_{q \in \mathbb{Z}} F_{ql}^{(t)}$  et  $\mathbf{A}$  et

$\mathbf{C}$  sont deux matrices carrées dont les éléments  $A_l^{(t)} \delta_{tn}$ , et  $\sum_{q \in \mathbb{Z}} C_{qm}^{(t,t)}$  prennent en compte l'irrégularité  $t$  alors que

les éléments  $C_{qm}^{(t,n)}$  prennent en compte le couplage entre les irrégularités  $t$  et  $n$  aux travers d'ondes se propageant dans la lame.

Une fois (6) résolu pour  $B_m^{(n)}$ ,  $R_q$ ,  $f_q$  et  $g_q$  peuvent être évalués en fonction des  $B_m^{(n)}$  et en particulier :

$$R_q = \delta_q \frac{\alpha_q^{[0]} \cos(k_{2q}^{[1]} L) + i\alpha_q^{[1]} \sin(k_{2q}^{[1]} L)}{D_q} + \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{iw_n \alpha_m^{[2]^{(n)}}}{dD_q} B_m^{(n)} \sin(k_{2m}^{[2]^{(n)}} b_n) \times I_{qm}^{-(n)} e^{-ik_{1q}(d_n - w_n/2)}, \quad (7)$$

où  $I_{qm}^{\pm(n)} = \int_0^1 e^{\pm ik_{1q} w_n \chi} \cos(k_{1m}^{[2]^{(n)}} \chi w_n) d\chi$ ,  $D_q = \alpha_q^{[0]} \cos(k_{2q}^{[1]} L) - i\alpha_q^{[1]} \sin(k_{2q}^{[1]} L)$ ,  $\alpha_q^{[s]} = k_{2q}^{[s]}/\rho^{[s]}$ ,  $s = 0, 1$ , et  $\alpha_m^{[2]^{(n)}} = k_{2m}^{[2]^{(n)}}/\rho^{[2]}$ . Introduits dans les expressions de  $p_R^{[0]}(\mathbf{x})$  et  $p^{[1]}(\mathbf{x})$ , les expressions complètes des champs de pression en fonction des  $B_m^{(n)}$  sont obtenues. Ces dernières prennent la forme de la somme des champs

i) en l'absence d'irrégularités avec ceux ii) dues à la présence des irrégularités du réseau multi-composant.

Dans le cas d'une onde plane incidente de spectre  $A^i$ , la conservation de l'énergie prend la forme

$$1 = \mathcal{A} + \mathcal{R}, \quad (8)$$

avec  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{A}$  les coefficients de réflexion et d'absorption hémisphériques définis respectivement par

$$\mathcal{R} = \sum_{q \in \mathbb{Z}} \frac{\operatorname{Re}(k_{2q}^{[0]}) |R_q|^2}{k_2^{[0]i} |A^i|^2} = \sum_{q=-\tilde{q}_-}^{\tilde{q}_+} \frac{k_{2q}^{[0]} |R_q|^2}{k_2^{[0]i} |A^i|^2}, \quad (9)$$

où  $\tilde{q}_\mp$  vérifient  $\tilde{q}_\mp < d/2\pi (k^{[0]} \pm k_1^i) < \tilde{q}_\mp + 1$  et  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_D + \mathcal{A}_S$ .  $\mathcal{A}_D$  correspond à l'absorption propre du domaine  $\Omega^{[1]}$ , alors que  $\mathcal{A}_S$  correspond à l'absorption de surface liée aux frontières  $\Gamma_L$  et  $\Gamma_{(n)}$ ,  $\forall n \in \mathcal{N}$ . Cette absorption de surface est induite par la dissipation visqueuse aux interfaces. Effectivement,  $\mathcal{A}_S$  n'est pas nulle parce que  $\operatorname{Im}(\rho^{[s]})$ ,  $s = 1, 2$  n'est pas nulle, ce qui est une conséquence de la modélisation des phénomènes de dissipation visqueuse[4].

Néanmoins,  $\mathcal{A}$  sera simplement calculé par  $\mathcal{A} = 1 - \mathcal{R}$ .

## 4 Analyse modale

Les modes (de Pekeris en acoustique marine, similaires aux modes de Love pour les ondes SH en géophysique) de la configuration sans irrégularité du support rigide (i.e. une lame poreuse à squelette rigide collée contre une surface plane rigide), dont la relation de dispersion est

$$D^i = \alpha^{[0]i} \cos(k_2^{[1]i} L) - i\alpha^{[1]i} \sin(k_2^{[1]i} L) = 0, \quad (10)$$

ne peuvent pas être excités par une onde plane en incidence normale se propageant initialement dans l'air. Effectivement, la figure 2 représente les parties réelles et imaginaires des racines  $c_{(1)}^* = \omega/k_{(1)}^*$  de l'Eq.(10) pour une lame poreuse d'épaisseur  $L = 0.8$  cm dont les propriétés sont celles reportées dans le Tableau 2. Pour que la relation (10) soit vraie dans un cas sans dissipation,  $k_2^{[0]i}$  doit être purement imaginaire alors que  $k_2^{[1]i}$  doit être purement réelle. En considérant un matériau poreux dans l'approximation du squelette rigide comme une perturbation d'un matériau fluide sans dissipation, cela signifie que la valeur de  $\operatorname{Re}(c_{(n)}^*)$  doit être comprise dans  $[\operatorname{Re}(c^{[1]}), c^{[0]}]$ , i.e. la valeur de  $|k_1^i|$  doit être comprise dans  $[k^{[0]}, \operatorname{Re}(k^{[1]})]$ . Or, il est évident que pour une onde plane en incidence normale, la valeur de  $|k_1^i|$  est nécessairement inférieure à celle de  $k^{[0]}$ . Il faut également noter que dans le régime dissipatif, aucun mode n'existe ce qui constitue une différence majeure avec le cas purement acoustique. Effectivement, bien en dessous de la fréquence de Biot,  $k^{[1]}$  est purement imaginaire, ce qui implique que  $k_2^{[0]}$  est purement imaginaire quelque soit la valeur de  $k_1^i$  et que  $D^i$  ne peut pas s'annuler.

Lorsque les irrégularités sont présentes, la relation de dispersion devient  $\det(\mathbf{A} - \mathbf{C}) = 0$ . Les racines de cette

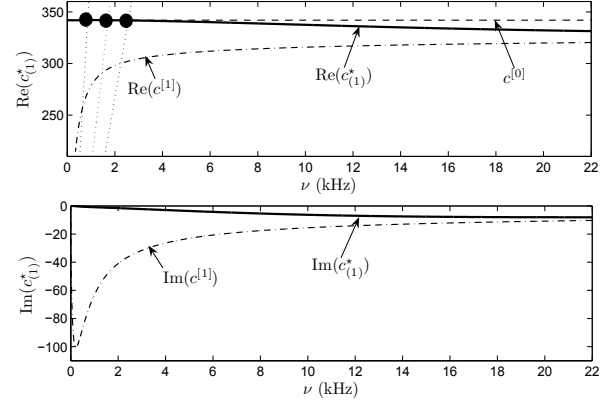


FIG. 2: Parties réelles et imaginaires des racines de la relation de dispersion en l'absence d'irrégularité  $c_{(1)}^*$ . Les parties réelles et imaginaires des modes modifiés de la lame  $c_{(1,q)}^*$ ,  $q = 1, \dots, 3$ , pour  $d = 40$  cm sont mises en évidence par les points (seule les trois premiers modes modifiés sont repérés).

dernière sont difficiles à évaluer à cause de la complexité de  $\mathbf{A} - \mathbf{C}$ .

De façon à avoir une prise sur cette dernière, il est préférable de considérer une seule irrégularité et qu'une représentation correcte du champ dans celle-ci peut être obtenue en considérant le seul pseudo-mode fondamental dans la décomposition, i.e. approximation basse fréquence. Dans ces conditions, la relation de dispersion se réduit à

$$1 - \sum_{q \in \mathbb{Z}} \frac{i\omega}{d} \frac{\alpha^{[2]} \tan(k^{[2]}b) \operatorname{sinc}^2(k_{1q} \frac{w}{2})}{\alpha_q^{[1]} \frac{\alpha_q^{[0]} \cos(k_{2q}^{[1]} L) - i\alpha_q^{[1]} \sin(k_{2q}^{[1]} L)}{\alpha_q^{[1]} \cos(k_{2q}^{[1]} L) - i\alpha_q^{[0]} \sin(k_{2q}^{[1]} L)}} = 0, \quad (11)$$

où  $\alpha_0^{[2(n)]} = k^{[2]}/\rho^{[2]} = \alpha^{[2]}$ .

En nous référant aux modes de Cutler [5], mais aussi à l'analyse modale déjà conduite dans [6], la relation de dispersion est satisfaite (dans un cas non-dissipatif) lorsque le dénominateur de (11) est purement imaginaire et tend vers zéro. Ces conditions sont réunies lorsque  $|k_{1q}| \in [k^{[0]}, \operatorname{Re}(k^{[1]})]$  et lorsque  $D_q = 0$  ou  $\alpha_q^{[1]} = 0$  (i.e.  $k_{2q}^{[1]} = 0$ ), qui correspondent respectivement aux modes modifiés de la lame (MMBL) et aux modes du réseau (MG). Chacun d'eux est déterminé par l'intersection des droites  $c_{1q} = \omega/k_{1q}$  respectivement avec  $\operatorname{Re}(c_{(n)}^*)$  telles qu'évaluées dans le cas d'une lame collée sur un support plan et avec  $\operatorname{Re}(c^{[1]})$ . Les trois premiers MMBL sont repérés par des points sur la figure 2 pour une lame poreuse P1 et  $d = 40$  cm. L'atténuation associée est quant à elle, déterminée par la valeur correspondante de  $\operatorname{Im}(c^{[1]})$ . Les MG seront faiblement excités parce qu'ils correspondent à une configuration où le demi-espace est directement localisé sous le réseau. D'un côté, lorsque l'épaisseur de la lame est faible par rapport à la longueur d'onde, les MG ne peuvent être que faiblement excités parce que les ondes qui leur sont associées peuvent difficilement prendre forme à l'interface  $\Gamma_0$  et donc les modes de la configuration sont proches des MMBL. De l'autre côté, lorsque l'épaisseur de la lame est large compar-

ativement à la longueur d'onde, les MG peuvent être excités (si l'onde incidente peut se propager à travers la lame jusqu'au réseau) et donc les modes de la configuration globale sont proches des MG.

En outre, il est nécessaire de noter que la relation de dispersion, obtenue en utilisant une méthode par partition dans [7], met en évidence le fait que les modes de la configuration peuvent être abordés soit comme des modes d'une irrégularité (MI) satisfaisants  $\cos(k_{2m}^{[2]} b) = 0$ , ou comme des MMBL, satisfaisants  $D_q = 0$ . Il en ressort que les modes de la configuration sont des modes couplés résultant d'une combinaison complexe entre le MI, MMBL, et MG.

## 5 Résultats numériques, validation expérimentale et discussion

Les calculs numériques ont été réalisés pour différents paramètres géométriques, dont les valeurs sont reportées Tableau 1, et dans la gamme de fréquences audibles. La configuration initiale, notée C1, composée d'une seule irrégularité par période, est complexifiée par l'ajout d'irrégularités supplémentaires de façon à construire les configurations C2, C3, et C4. La période spatiale est  $d = 40$  cm.

TAB. 1: Géométrie des configurations  $d = 40$  cm et  $L = 8$  mm.

	$N$	$d_{n,n+1}$ (cm)	$b_n$ (cm) $\times$ $w_n$ (cm)
C1	1		$5 \times 9$
C2	2		$b_1 \times w_1 = 5 \times 9$
		$d_{12} = 8$	$b_2 \times w_2 = 40 \times 2$
C3	2		$b_1 \times w_1 = 5 \times 9$
		$d_{12} = 12$	$b_2 \times w_2 = 3 \times 2.5$
C4	4		$b_1 \times w_1 = 5 \times 9$
		$d_{12} = 12$	$b_2 \times w_2 = 1 \times 2.5$
		$d_{23} = d_{34} = d' = 8$	$b_2 \times w_2 = b_3 \times w_3 = b_4 \times w_4$

Pour tous les calculs, les irrégularités sont occupées par de l'air, c'est-à-dire que le milieu ambiant ( $M^{[0]}$  et  $M^{[2]}$ ) et le fluide saturant sont de l'air ( $\rho^{[0]} = \rho^{[2]} = \rho_f = 1.213 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $c^{[0]} = c^{[2]} = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_f}$ , avec  $P_0 = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $\gamma = 1.4$ , et  $\eta = 1.839 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ). Une lame poreuse peu résistive et d'épaisseur  $L = 8$  mm, dont les caractéristiques et la fréquence de Biot sont reportées Tableau 2 est utilisée. Ces paramètres ont été préalablement évalués à l'aide de méthodes traditionnelles.

TAB. 2: Paramètres acoustiques de la lame.

$\phi$	$\alpha_\infty$	$\Lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Lambda'$ ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma$ ( $\text{Nsm}^{-4}$ )	$f_c$ (Hz)
0.96	1.07	273	672	2843	334

Les MMBL sont excités aux fréquences  $\nu_{(1,1)} \approx 850 \text{ Hz}$ ,  $\nu_{(1,2)} \approx 1700 \text{ Hz}$ ,  $\nu_{(1,3)} \approx 2550 \text{ Hz}, \dots$ , alors que les MG devraient être excités aux fréquences  $\nu_1 \approx 700 \text{ Hz}$ ,  $\nu_2 \approx 1500 \text{ Hz}$  and  $\nu_3 \approx 2300 \text{ Hz}$ .

### 5.1 Une irrégularité par période

Différents types d'ondes correspondent à chaque type de modes associés au réseau (MG et MMBL) : ondes évanescentes dans  $\Omega^{[1]}$  (et aussi dans  $\Omega^{[0]}$ ) pour les MG et évanescentes dans  $\Omega^{[0]}$  et propagatives dans  $\Omega^{[1]}$  pour les MMBL. De façon à déterminer la nature des modes excités par une onde plane en incidence normale, nous représentons sur la figure 3 la fonction de transfert telle que calculée  $\text{TF} = p(\mathbf{x}, \omega) / p^{[0]i}(\mathbf{x}, \omega)$  sur  $\Gamma_r$  ( $x_2 = 0$ ) à 20 cm du centre de l'irrégularité  $b_1 \times w_1 = 5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ . La fonction de transfert est séparée sur les différents intervalles correspondant chacun à un type d'ondes différent mis en oeuvre dans le calcul total de la pression :  $\text{TF}(\nu)$  est la fonction de transfert totale,  $\text{TF}_1(\nu)$  est la contribution d'ondes propagatives dans les deux milieux  $\Omega^{[0]}$  et  $\Omega^{[1]}$ ,  $\text{TF}_2(\nu)$  est la contribution des ondes évanescentes dans  $\Omega^{[0]}$  et propagatives dans  $\Omega^{[1]}$ , et  $\text{TF}_3(\nu)$  est la contribution des ondes évanescentes dans les milieux  $\Omega^{[0]}$  et  $\Omega^{[1]}$ . La fonction de transfert présente un pic d'amplitude importante aux basses fréquences, aux alentours de  $\nu_{(1,1)}$ . Ce dernier est principalement associé à des ondes évanescentes dans  $\Omega^{[0]}$  et propagatives dans  $\Omega^{[1]}$ . Ceci prouve que les MMBL sont les modes liés au réseau les plus excités, au moins à basses fréquences. À cause de la structure des ondes associées à ce mode, l'énergie est piégée à l'intérieur de la lame, ce qui conduit à une augmentation de l'absorption de la configuration.

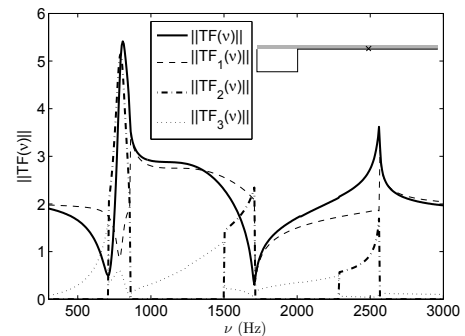


FIG. 3: - Configuration C1 - Fonction de transfert sur  $\Gamma_r$  à 20 cm du centre de l'irrégularité.

En particulier, lorsque la fréquence du MI fondamental correspond à  $\nu_{(1,2)}$ , i.e.  $c^{[2]}/4b_1 \approx \nu_{(1,2)} \approx 1700 \text{ Hz}$  équation de laquelle nous pouvons déterminer  $b_1$ , et que le second MI correspond à  $\nu_{(1,3)}$ , i.e.  $\frac{c^{[2]}}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\pi}{2b_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{w_1}\right)^2} \approx \nu_{(1,3)} \approx 2550 \text{ Hz}$  équation de laquelle nous pouvons déterminer  $w_1$ , la valeur de l'absorption à la fréquence du premier MMBL est proche de 1, Fig. 4.

Ce trait spécifique peut être partiellement expliqué par le fait que pour  $\nu_{(1,2)}$  et  $\nu_{(1,3)}$ , la pression est nulle sur  $\Gamma_{(1)}$ . Les ondes associées à ces deux MMBL ont du mal à s'établir dans la lame, et l'énergie est mieux piégée au niveau du MMBL fondamental. Une décroissance de l'angle d'incidence induit une décroissance de la fréquence du premier MMBL. Effectivement, plus  $\theta^i$  est faible, plus importante est la pente de  $c_{1p} = \omega / k_{1p} = \omega / (k^{[0]} \cos(\theta^i) + 2\pi/d)$ .

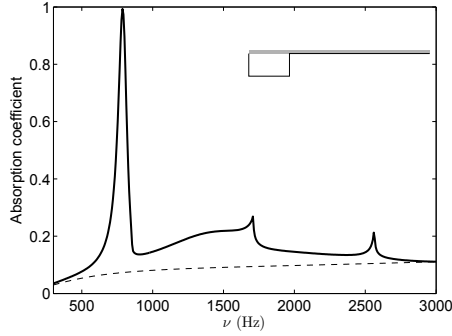


FIG. 4: - Configuration C1 - Coefficient d'absorption lorsque la lame est supportée (---) par une plaque rigide plane et (—) par un réseau rigide.

## 5.2 Validation expérimentale dans le cas d'une irrégularité par période

Les expériences relatives à des réseaux 1D ou 2D sont habituellement menées en champ libre (chambre anéchoïque) et/ou à hautes fréquences pour des échantillons de dimensions finies [8].

Dans ce qui suit, la validation expérimentale est menée à l'aide d'un tube à impédance de section carrée, 20 cm × 20 cm, dont la fréquence de coupure est 850 Hz. Cette dernière correspond à une longueur d'onde de 40 cm.

Les phénomènes relatifs aux MMBL interviennent pour une longueur d'onde de l'ordre de la période spatiale du réseau. La conception de l'échantillon est basée sur le fait que les parois du tube sont parfaitement rigides, i.e. des miroirs parfaits. À cause des dimensions du tube d'impédance, la périodicité spatiale doit être multiple de 20 cm. Si le profil de l'échantillon est symétrique par rapport à l'axe  $x_2 = d/2$ , la période spatiale du réseau ainsi créé est  $d = 40$  cm, comme décrit par le schéma 5. Suivant l'axe  $x_3$ , la même idée est employée avec l'utilisation de la théorie de images.

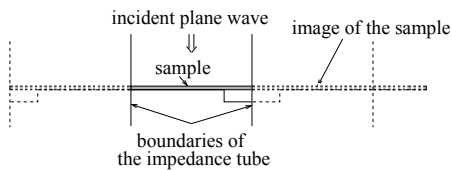


FIG. 5: Plan de coupe transversale du dispositif expérimental et conception de l'échantillon.

La partie infiniment rigide de l'échantillon est constituée de trois plaques d'aluminium de 1 cm d'épaisseur vissées (les têtes de vis sont ensuite recouvertes de mastic rigide pour que la surface soit parfaitement plane) de façon à créer une marche de 5 cm de hauteur et de 4.5 cm de largeur. Une lame poreuse de  $L = 8$  mm d'épaisseur, dont les caractéristiques sont celles reportées dans le tableau 2 est ensuite collée sur la partie supérieure de la marche. De façon à garder la lame parfaitement horizontale au passage de la marche, deux vis de faible diamètre (3mm) ont été ajoutées aux coins de la partie inférieure et un fil de nylon a été tendu entre celles-ci de sorte que la lame y repose.

La pression atmosphérique a été mesurée à  $P_0 =$

997 kPa. Les modes mesurés et calculés apparaissent donc à des fréquences plus faibles que dans le précédent cas pour lequel  $P_0 = 1.01325 \times 10^5$  Pa. Une comparaison du coefficient d'absorption mesuré expérimentalement et calculé à l'aide de la méthode précédemment décrite est représentée 6. Le pic d'absorption totale apparaît 40 Hz en dessous de sa valeur théorique. Ce décalage peut être partiellement attribué au fait que l'échantillon n'est pas placé de façon parfaitement perpendiculaire à l'intérieur du tube d'impédance, ce qui induit une petite perturbation de l'angle d'incidence, mais aussi à une modification de la périodicité spatiale liée aux effets miroirs induits par les parois du tube. Si l'échantillon dévie d'un angle  $\theta_v$  par rapport à la section transversale du tube, l'angle d'incidence et la périodicité spatiale deviennent respectivement  $\theta_v^i = \theta^i \pm \theta_v$  et  $d_v = d / \cos \theta_v$ . Lorsque la perturbation  $\theta_v$  est  $5^\circ$ , les pics d'absorption totale théorique et expérimental interviennent à la même fréquence, comme nous pouvons le voir Figure 6.

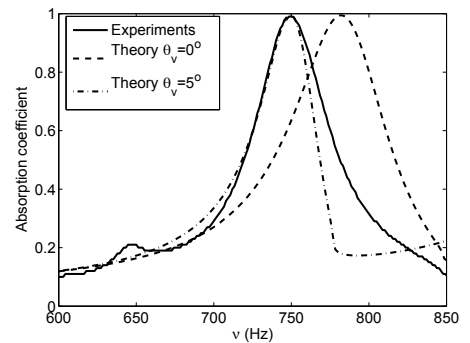


FIG. 6: - Configuration C1 - Coefficient d'absorption expérimentale (—), et calculé pour  $\theta_v = 0^\circ$  (---) et pour  $\theta_v = 5^\circ$  (-.-).

## 5.3 Deux irrégularités ou plus par période

L'addition d'une seconde irrégularité dont la fréquence fondamentale est plus faible que celle du MMBL fondamental ( $\nu_{(1,1)} = 850$  Hz) conduit à un pic d'absorption totale supplémentaire pour la fréquence de ce MI fondamental, Figure 7 (a) pour  $b_2 \times w_2 = 40$  cm × 2 cm (la fréquence du MI fondamental est  $\approx 400$  Hz) et  $d_{1,2} = 8$  cm, en fonction de la distance centre-à-centre des irrégularités. Ce résultat est à nuancer car aucun phénomène de dissipation n'est considéré à l'intérieur de l'irrégularité supplémentaire, mais cette configuration offre une alternative à l'utilisation de résonateur de Helmholtz, qui est le moyen habituel de piéger l'énergie. Ceci est d'autant plus vrai que la fréquence du résonateur correspondant, qui satisfait  $\sin(k^{[2]}b) = 0$ , i.e.  $\nu_H = c^{[2]}/2b$ , est double de celle du MI fondamental (qui satisfait  $c^{[2]}/4b$ , section 5.1), d'où un gain de place conséquent.

De l'autre côté, l'addition d'une seconde irrégularité de plus faible dimension conduit principalement à des pics d'amplitudes et/ou à des fréquences plus importantes soit d'ordre supérieur de MMBL soit de MI, Figure 7 (b) pour  $b_2 \times w_2 = 3$  cm × 2.5 cm (fréquence du MI fondamental  $\approx 2000$  Hz) et  $d_{1,2} = 12$  cm. Ce

phénomène est attribué au couplage entre irrégularités et entre les irrégularités et la lame. Ce couplage conduit à une modification de la nature des modes, qui deviennent des modes couplés, associés à un piégeage de l'énergie plus important.

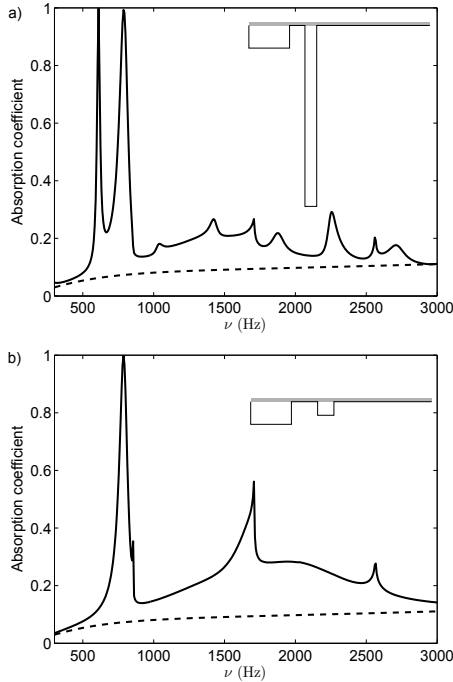


FIG. 7: - Configuration C2 and C3 - Coefficient d'absorption de la lame (---) supportée par une plaque plane et (—) supportée par un réseau comportant 2 irrégularités par période,  $b_1 \times w_1 = 5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ , a)  $b_2 \times w_2 = 40 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  et  $d_{1,2} = 8 \text{ cm}$  et b)  $b_2 \times w_2 = 3 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}$  et  $d_{1,2} = 12 \text{ cm}$ .

L'addition d'irrégularités identiques de plus petites dimensions que l'irrégularité 1 et périodiquement espacées conduit à un pic d'absorption associé à l'excitation du quasi-MMBL correspondant. Effectivement, lorsque  $d_{i,i+1} = d'$ ,  $i \geq 2$ , la quasi périodicité  $d'$  ne peut pas conduire à un pic d'absorption totale puisque le mode associé n'est pas correctement excité, la périodicité réelle de la configuration étant  $d$  et non pas  $d'$ . Ce pic peut être interprété soit comme un phénomène d'interférence à l'intérieur de la période  $d$  soit comme un mode MMBL dégénéré associé à  $d'$ . La Figure 8, représente le coefficient d'absorption lorsque 3 irrégularités  $b' \times w' = 1 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}$  équidistantes telles que  $d' = 8 \text{ cm}$  sont ajoutées, avec  $d_{1,2} = 12 \text{ cm}$ . Les dimensions géométriques de ces irrégularités sont déterminées par la méthode décrite dans le paragraphe précédent. La fréquence fondamentale du quasi-MMBL est  $\nu'_{(1,1)} \approx 4000 \text{ Hz}$ ,  $b'$  est déterminée en faisant coïncider  $\nu'_{(1,2)} \approx 8000 \text{ Hz}$  avec le MI fondamental et  $w'$  est déterminée en faisant coïncider  $\nu'_{(1,3)} \approx 12000 \text{ Hz}$  avec le second MI.

## 6 Conclusion

Une méthode de dimensionnement du profil périodique de la paroi rigide supportant une lame

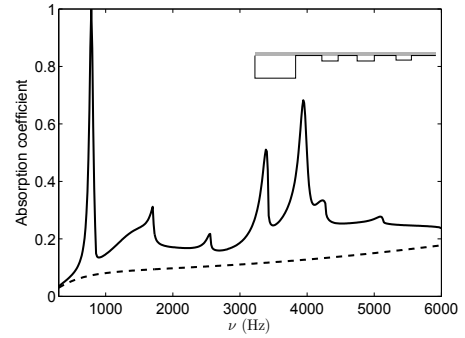


FIG. 8: - Configuration C4 - Coefficient d'absorption de la lame (---) supportée par une plaque plane et (—) supportée par un réseau comportant 4 irrégularités par période,  $b_1 \times w_1 = 5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ , et  $b' \times w' = 1 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}$ , avec  $d' = 8 \text{ cm}$  et  $d_{1,2} = 12 \text{ cm}$ .

poreuse dans l'approximation du squelette rigide, conduisant à un pic d'absorption totale est présentée. Les résultats sont validés expérimentalement. Ce pic d'absorption est lié à l'excitation du mode modifié de la lame dont les ondes associées induisent un piégeage de l'énergie dans la lame. L'addition d'irrégularités supplémentaires conduit à des pics d'absorption supplémentaires.

## Références

- [1] Groby J.-P., Lauriks W., Vigran, T.E. "Total absorption peak by use of a rigid frame porous layer backed by a rigid multi-irregularities grating", *J. Acoust. Soc. Am.*, à paraître (2010).
- [2] Johnson D., Koplik J., and Dashen R., "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media", *J. Fluid Mech.* 176, 379-402 (1987).
- [3] Allard J.-F., Champoux Y., "New empirical equations for sound propagation in rigid frame porous materials", *J. Acoust. Soc. Am.* 91, 3346-3353 (1992).
- [4] Zwicker C., Kosten C., *Sound Absorbing Materials*, Elsevier, Amsterdam (1949).
- [5] Cutler C., "Electromagnetic waves guided by corrugated structures", *Technical Report Bell Telephone Lab*, M 44-160-218 (1944).
- [6] Groby J.-P., Wirgin A., De Ryck L., Gilbert R., et XU Y. "Acoustic response of a rigid frame porous medium plate with a periodic set of inclusions", *J. Acoust. Soc. Am.* 126, 685-693 (2009).
- [7] Groby J.-P., Wirgin A., "Seismic motion in urban sites consisting of blocks in welded contact with a soft layer overlying a hard half space", *Geophys. J. Int.* 172, 725-758 (2008).
- [8] Umnova O., Attenborough K., Linton C. "Effects of porous covering on sound attenuation by periodic arrays of cylinders", *J. Acoust. Soc. Am.* 119, 278-284 (2006).