



HAL
open science

Des sons et des Quanta

Thierry Paul

► **To cite this version:**

| Thierry Paul. Des sons et des Quanta. 2010. hal-00539701

HAL Id: hal-00539701

<https://hal.science/hal-00539701>

Preprint submitted on 24 Nov 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DES SONS ET DES QUANTA

T. PAUL

RÉSUMÉ. Dans cet article nous voudrions montrer certains liens entre musique, en particulier notation musicale, et formalisme quantique. Il apparaît en effet que la notation notes/portées permet d’apprivoiser un peu le formalisme mathématique de la mécanique quantique, réputé abstrait - comme d’ailleurs l’est la notation musicale. La discussion s’articulera sur deux points : la notion d’intrication qui est une extension “inaudible” (littéralement) de celle d’accord et l’aléatoire quantique qui, lui, est bien représenté dans la notation mathématique et dont le pendant musical, dans les œuvres ouvertes, n’a pas d’écriture appropriée. Plusieurs autres points, plus musicaux et moins techniques, seront discutés.

TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction	0
2. Ondes/corpuscules notes/instrument	2
3. L’aléatoire, la mesure et l’exécution	5
4. ... wie die Zeit vergeht ...	8
5. L’image et le (non)clone	10
6. Conclusion	12
Références	12

1. INTRODUCTION

Musique et Mécanique Quantique, voila deux concepts qui semblent difficiles à rapprocher. Bien sûr la Mécanique Quantique est une Mécanique Ondulatoire, et le support physique de la Musique est bien l’acoustique, la théorie des variations ondulatoires de la pression de l’air. Mais que le lecteur soit rassuré, ce n’est pas la direction que l’on va choisir ici. L’idée de cet article est plutôt d’aborder la question sous l’angle du formalisme mathématique de la Mécanique Quantique et de la notation musicale. Une telle idée vient d’un défi : comment exprimer à des non-spécialistes, des non-scientifiques, le formalisme quantique réputé abstrait et contrintuitif? Il s’agit bien du formalisme quantique et donc il n’est pas question de se dérober par une approche physique, et de mettre des électrons, que tout le monde connaît

C.N.R.S. et D.M.A., École Normale Supérieure.

mais que personne n'a vu, partout et de les exhiber "comme si". Le formalisme quantique réalise un changement de paradigme brutal, mais il peut s'apprivoiser. Nous allons voir comment l'écriture musicale convient à ce propos, comment elle aide à entrevoir l'une des vrais révolutions quantiques : l'intrication. Mais aussi nous verrons comment la notation musicale nous permettra d'aller jusque "juste avant l'intrication", mais pas plus loin. Et là se passera un revirement qui suscitera une écriture, avec la notation quantique, d'un type de musique que l'on ne peut pas écrire seulement sur des portées.

Cette bascule s'effectuera autour d'une dimension commune, selon nous, à la musique et à la Mécanique Quantique : l'aléatoire. Aléatoire structurel, indispensable à la Mécanique Quantique; mais aléatoire que nous verrons comme partie prenante de la dimension proprement musicale du phénomène acoustique.

Une autre dimension essentielle commune aux deux activités est certainement le temps, le phénomène temporel : instant de rupture et de continuité dans les deux (rupture lors de la mesure/exécution, continuité lors de l'évolution (équationnelle) quantique/développement musical). Karlheinz Stockhausen a dans, "...wie die Zeit vergeht...", parlé de façon originale de la temporalité musicale; la troisième partie de cet article y sera brièvement consacrée. Mais seulement afin d'entrevoir, dans cette débauche d'arithmétique, comment un article fondateur de ...rien (comme ces préludes qui ne préludent à rien (Jankélévich)) a pu susciter quelques uns des grands chefs d'œuvre de la musique (Klavierstücke 10, Gruppen,...). Tout comme l'aléatoire si critiqué par Pierre Boulez nous a donné les Structures II, 3ième Sonate et autres "Éclats". Là encore l'aléatoire quantique nous proposera une solution sous la forme de ce qui pourrait apparaître comme une boutade, mais qui a une réalité bien scientifique : l'aléatoire quantique est incroyablement précis.

La dernière partie de cet article traitera de l'image, qui trouve une réalisation très spéciale dans la reproduction de la musique enregistrée. Que capte-t-on de l'œuvre musicale lors de l'audition d'un disque? Qu'est-ce que l'image en mathématique? Nous verrons que la Mécanique Quantique se confronte à ce concept de façon alternative à la musique : on ne peut pas "enregistrer" un système quantique.

Avertissement 1 : l'auteur de ses lignes n'est pas un théoricien de la musique, et demande l'indulgence du lecteur spécialisé.

Avertissement 2 : on pourrait peut-être croire, à la lecture de cette introduction, que ce texte conviendrait plus à un séminaire physique/musique que mathématique/musique. Il n'en est rien, et le formalisme mathématique de l'axiomatique quantique est suffisamment riche pour, selon nous, exister sans (trop d') incarnation physique. Et sans non plus se réduire à une

écriture de la physique. La physique vit, en quelque sorte, dans le formalisme mathématique (ce qui ne veut pas dire dans la rigueur mathématique, qui est la vraie caractérisation des mathématiques). On a du mal à reconnaître ce fait dans le cas de la Mécanique Quantique. C'est étonnant. Dans le cas de l'astronomie par exemple, on fait très bien l'amalgame entre physique (étoiles composées d'atomes, de neutrons), mathématiques (point matériel, trajectoire) et philosophie (espace absolu, temps objectif); pour la théorie de la relativité aussi (que le temps soit une quatrième dimension spatiale ne pose vraiment de problème à personne). Mais le cas quantique est à part, tout semble exploser; l'ontologie a changé (et effraie quelque peu les philosophes) et on "interprète" le formalisme mathématique. Cependant, depuis que la théorie quantique est bien assise expérimentalement, les choses changent, et du coup, on voit du quantique partout. Cela a certainement trait au fait que la Mécanique Quantique est avant tout un processus dynamique [3], plus une théorie des transformations que des concepts, une dimension d'ailleurs qu'elle partage avec la musique. Les "Groupes Quantiques" sont des groupes ... quantiques, c'est-à-dire quantifiés. La nouvelle logique de J.Y. Girard est une logique quantifiée. C'est dans cet esprit là que nous abordons cet article : le formalisme mathématique de la théorie quantique et ses échos en musique.

2. ONDES/CORPUSCULES NOTES/INSTRUMENT

Si l'on essaie de prendre la Mécanique Quantique dans son aspect le plus axiomatique, le plus structurel, il y a essentiellement deux signes, au tout début : le + et le \otimes .

Le + réfère aux ondes, c'est le + de l'optique ondulatoire, de l'acoustique aussi. Les ondes s'ajoutent, se superposent comme les sons, et donnent des accords. C'est le premier axiome de la Mécanique Quantique.

Le deuxième axiome traite de l'évolution. Laissons-le tomber pour l'instant, nous y reviendrons à la fin de cette section.

Le troisième axiome est crucial pour ce qui nous concerne. Tournons-nous vers l'écriture musicale pour le définir.

En musique on a des notes et on a des instruments. Chaque instrument peut, le plus souvent, jouer plusieurs notes qui forment un accord où règne le +. On note cela sur des portées, qui peuvent "porter" plusieurs notes.

En Mécanique Quantique on "note" un accord de trois notes *sol ré fa* par :

$$|\text{sol} \rangle + |\text{ré} \rangle + |\text{fa} \rangle .$$

Si c'est un violon qui joue on notera plus précisément :

$$|v, \text{sol} \rangle + |v, \text{ré} \rangle + |v, \text{fa} \rangle .$$

Si un violon joue avec un alto, on notera quantiquement :

$$(|v, \text{sol} \rangle + |v, \text{ré} \rangle) \otimes (|alt, \text{si} \rangle + |alt, \text{sol} \rangle). \quad (1)$$

Le + lie les notes à l'intérieur de la portée, le \otimes lie les portées.

Jusqu'ici rien de très nouveau, ni excitant. On a bien une idée corpusculaire qui se marie bien avec une idée instrumentiste :

Mais la Mécanique Quantique arrive si l'on autorise la symétrisation de l'usage de + et de \otimes . Un accord quantique pourra tout à fait bien être :

$$(|v, \text{sol} \rangle \otimes |alt, \text{si} \rangle) + (|v, \text{ré} \rangle \otimes |alt, \text{sol} \rangle) \quad (2)$$

et donc pourra bien être, **littéralement** un accord **inaudible**, dans le sens que l'on ne peut pas se le représenter acoustiquement, l'écrire avec la notation musicale. En effet il pourrait venir à l'esprit de "penser" à l'"accord" précédent (2)

- soit comme deux accords joués par le violon et l'alto. Mais alors il s'agirait de :

$$(|v, \text{sol} \rangle + |v, \text{ré} \rangle) \otimes (|alt, \text{si} \rangle + |alt, \text{sol} \rangle),$$

parfaitement audible, mais qui n'a rien à voir avec (2) et qui, d'ailleurs, a déjà été évoqué au début de cette section (cf. (1)).

- soit comme la juxtaposition/superposition sonore/acoustique de deux duos "alto-violon". Mais alors on aurait l'accord :

$$|v1, \text{sol} \rangle \otimes |alt1, \text{si} \rangle \otimes |v2, \text{ré} \rangle \otimes |alt2, \text{sol} \rangle$$

parfaitement audible lui aussi, mais n'ayant non plus rien en commun avec (2), puisque, par exemple, vivant dans un espace complètement différent.

Nous verrons plus bas qu’une façon de penser musicalement un accord du type (2) se trouve dans les œuvres dites “ouvertes”.

Voilà, c’est (presque) tout ; du vieux avec du neuf, en somme : pendant les siècles précédents on avait utilisé le + (ondes), et le \otimes (particules), mais ils ne s’étaient jamais rencontrés.

Un accord du type

$$(\dots \otimes \dots) + (\dots \otimes \dots)$$

qui ne peut pas être factorisé est dit intriqué car il représente des particules qui ont interagi ensemble dans le passé, et qui, même si, maintenant, on les sépare spatialement, restent dans un état du même type, qui ne peut pas se factoriser.

Un accord inaudible ne peut s’entendre, mais il peut s’écouter. C’est le quatrième et dernier axiome de la Mécanique Quantique. Et si on l’écoute, on l’écoute activement, on le transforme, il devient tout d’abord audible, et alors on peut l’entendre. C’est ce que l’on appelle en Mécanique Quantique la *réduction du paquet d’ondes*. En musique nous verrons bientôt que c’est ce qui se passe dans “Éclats” de Pierre Boulez.

En Mécanique Quantique ce phénomène est très simple ; si on mesure

$$\overbrace{(\dots \otimes \dots)}^1 + \overbrace{(\dots \otimes \dots)}^2$$

le résultat de la mesure sera¹

$$\overbrace{(\dots \otimes \dots)}^1$$

ou bien

$$\overbrace{(\dots \otimes \dots)}^2$$

chacun de ces deux états étant bien un accord “audible”. Le quatrième axiome de la Mécanique Quantique demande à ce que cette réduction, ce choix entre 1 et 2, se fasse au hasard, un hasard intrinsèque, sans variables cachées. En musique Pierre Boulez demande, pour l’exécution de “Éclats”, à ce que ce choix soit spontané, et vraiment effectué au moment où l’œuvre est exécutée. Ce sera le thème de la prochaine partie de cet article.

Concluons cette section par un petit résumé, et par l’axiome manquant. Particules et ondes sont comme sons et instruments, mais ils se mélangent

¹je suppose que l’on est ici en l’absence de dégénérescence, mais c’est seulement un point technique

mieux. Les accords quantiques sont (parfois) inaudibles mais existent vraiment, on les manipule dans les laboratoires. On pourrait d'ailleurs se demander si certains traits de la musique contemporaine (les trémolos si fréquents chez Boulez par exemple) ne sont pas des intrications et si le système quantique ne peut pas aussi se révéler dans le mystère d'une polyphonie continue dans le signal acoustique. Nous allons choisir ici une autre direction que nous allons exposer dans la section suivante. Disons enfin quelques mots sur l'évolution quantique (hors mesure), l'axiome 2. Elle semble se référer à la logique de la composition : fixée dans ses propres règles, un peu trop algorithmique et demandant à être bousculée par des accidents, tels la mesure/exécution.

Notons pour finir que l'auteur de cet article ne considère pas du tout qu'il y ait en Mécanique Quantique une dualité onde-corpuscule. Si ces termes apparaissent ici c'est seulement pour illustrer le propos. De façon analogue sons/instruments ne correspond certainement pas à la réalité musicale (il semble que l'on compose, ou a composé, souvent avant d'orchestrer, par exemple). Mais il n'est pas rare que le lien entre deux concepts inexistant se révèle fructueux.

3. L'ALÉATOIRE, LA MESURE ET L'EXÉCUTION

La Mécanique Quantique vit dans un espace qui ne nous est pas accessible, du moins pas entièrement. Seuls les accords audibles, nous parviennent "librement", seuls les états produits tensoriels nous sont directement visibles.

La théorie offre de façon certes minimaliste, mais ô combien efficace, et surtout, c'est un miracle, de manière cohérente avec le reste de son axiomatique, l'interface avec le monde de l'observateur : si l'on mesure le système, celui-ci "choisit" au hasard de se présenter dans un état accessible. Un accord choisit dans les accords audibles qui le composent celui qui va être exécuté. Cette réduction-projection, perte d'information irréversible, a posé beaucoup de problèmes "d'interprétation". Elle peut néanmoins tout à fait être considérée comme positive : le système oublie, comme l'ordinateur de Georges Perec est "supérieur à l'homme en ce qu'il peut tout oublier". On pourrait d'ailleurs, là aussi, voir dans d'autres disciplines du XXI^{ème} siècle le bonheur de l'oubli (psychologie, informatique, biologie probablement) et la douleur de ne rien oublier, mais concentrons nous sur le pendant musical de cette "source de liberté" qu'est l'aléatoire quantique..

Nous avons mentionné comment un état superposition pouvait avoir lieu en musique, par exemple dans "Éclats" de P. Boulez. Nous allons y revenir, mais avant cela, remarquons que l'écriture quantique englobe facilement le

hasard. L'état

$$\overbrace{(\dots \otimes \dots)}^1 + \overbrace{(\dots \otimes \dots)}^2$$

contient (dans sa structure algébrique) les états

$$\overbrace{(\dots \otimes \dots)}^1 \quad \text{et} \quad \overbrace{(\dots \otimes \dots)}^2 .$$

Pour certaines séquences de “Éclats”, l’interprète (le chef) choisit au hasard (c’est-à-dire d’ailleurs, en principe, ne choisit pas) au dernier moment l’ordre et le début d’intervention des différents instrumentistes. On a donc bien une seule œuvre “Éclats”, et divers résultats d’interprétation, de mesure. Comment note-t-on cela en musique ? Et bien il faut sortir du cadre de la notation musicale.

Au moment de la partition de “Éclats” [1] où le chef doit décider de l’ordre et du point de départ de chaque instrumentiste, voici ce qui est “écrit” dans la partition :

The image shows a page of handwritten musical notation for the piece "Éclats". It features several staves with various musical symbols, including notes, rests, and dynamic markings. A prominent feature is a large, curved arrow pointing downwards from the top staff to the bottom staff, indicating a specific performance instruction. The notation is dense and includes many handwritten annotations in French, such as "à la mesure de...", "à la mesure de...", and "à la mesure de...". The overall appearance is that of a complex, hand-drawn score.

On a du donc écrire, et ici, dans la première version publiée, à la main ;

“Sur le signe du chef, et son indication du chiffre, on commencera par l’une des 4 figures, et achèvera le cycle (Ex : III IV I II ou II III IV I; etc...)”

Chaque réalisation de ce passage équivaut donc bien à une mesure d’un système qui les contient toutes.

Toute interprétation, bien sûr, s’inscrit dans un tel phénomène : même dans une œuvre classique, sans aléas, chaque interprétation est différente. De ce point de vue là, il nous semble, qu’il y a un assez grand lien ontologique entre Musique et Mécanique Quantique², l’œuvre étant “déposée” dans la partition, comme le système dans son espace des états. Mais ce qui est important ici est de remarquer comment des œuvres présentant une dimension d’“ouverture”, c’est-à-dire dans lesquelles la partition contient des indications d’aléatoire, se lisent musicalement comme on mesure en Mécanique Quantique. Cet aléatoire-là exclut en particulier les cadences concertantes dans le style classique, et l’improvisation qui nous semble relever d’une tout autre problématique. Mais ce type d’aléas très encadré, algorithmique si l’on peut dire, avait été déjà pressenti avant les années cinquante. Par exemple l’ordre d’exécution des mouvements de la IXième symphonie de Mahler n’a pas été fixé par le compositeur. Il semble aussi que Chopin ne demandait pas à ce que l’on joue ses préludes, opus 28, dans leur totalité. La façon qu’a S. Richter de n’en jouer qu’une sélection, et dans un ordre à chaque fois différent, réalise d’ailleurs une “ouverture” de l’opus 28 passionnante musicalement, et probablement contestée musicologiquement. De façon plus générale, le désir (pervers) d’authenticité (né au moment le plus fort d’utilisation de l’aléatoire en musique contemporaine, d’ailleurs) a certainement créé une “ontologie” théorique musicale bien différente de celle de la fin du XIXième siècle. Lorsque l’on écoute Mahler jouer au piano le premier mouvement (pas l’adagietto!) de sa Vième symphonie, on est fasciné d’imaginer cet orchestrateur de génie “enregistrer” sa musique sur un piano mécanique, et l’on comprend bien que la musique vit en dehors de son incarnation orchestrale. et la volonté de certains spécialistes baroques de retrouver le “son” de l’époque devient, selon nous, funeste, et prend la saveur d’une autopsie. Les “pleureuses de la Mécanique Quantique” qui veulent à tout prix au nom d’une authenticité classique, accéder à l’état du système sans le mesurer me semblent relever de la même fantasmagorie.

L’aléatoire en musique va atteindre son apogée (ses limites?) avec André Boucourechliev. Dans ses “archipels”, il ne s’agit plus alors de simples choix d’ordres d’exécution, mais de puiser le matériau musical dans des réservoirs

²on peut d’ailleurs remarquer la parenté chronologiquement et géographiquement entre Niels Bohr (fondateur de la théorie quantique) et Carl Nielsen (qui propose une séquence aléatoire dans une de ses symphonies).

de notes. Le jeu des possibles devient beaucoup plus grand, les exécutions plus riches en variétés ; bref le spectre, au sens quantique du terme, de l'œuvre plus large.

Ce que nous voudrions retenir de cette brève discussion est la chose suivante : l'exécution d'une œuvre (correcte ou pas) représente bien un accès à l'œuvre, une interface entre un public (non musicien a priori) et l'œuvre (uniquement accessible à un musicien). La mesure quantique réalise l'interface entre un système quantique dans un état fixé mais inconnu et le monde, le système classique de l'observateur. Regarder l'œuvre de l'intérieur, en "pro", c'est un peu tricher (je pense que c'est la raison de l'impopularité, par exemple, du quintette à vents de Schönberg chez les musiciens, qui l'analysent et ne l'écouteront plus), mais c'est possible ; manipuler l'état du système quantique sur le papier est aussi possible. Mais se projeter mentalement l'état qu'il choisira lors de la mesure est strictement impossible, tout comme entendre "Éclats" sans l'exécuter.

En guise de conclusion : du hasard et de la nécessité.

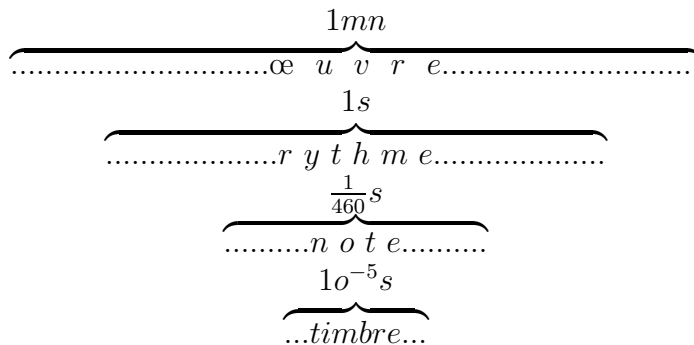
Pourquoi du hasard ? En Mécanique Quantique c'est un axiome minimal et sublime, une clé qui ferme logiquement la théorie et ouvre ses potentialités. Mais des possibilités très limitées et précises. Rien à voir avec un aléas "fourre-tout". En musique je ne reproduirai que l'argument de Boulez concernant Éclats : l'aléatoire crée chez les musiciens une tension qui génère une relation particulière avec le chef, et avec l'œuvre. Une idée dont on peut trouver un pendant quantique : c'est une intrication.

4. ... WIE DIE ZEIT VERGEHT ...

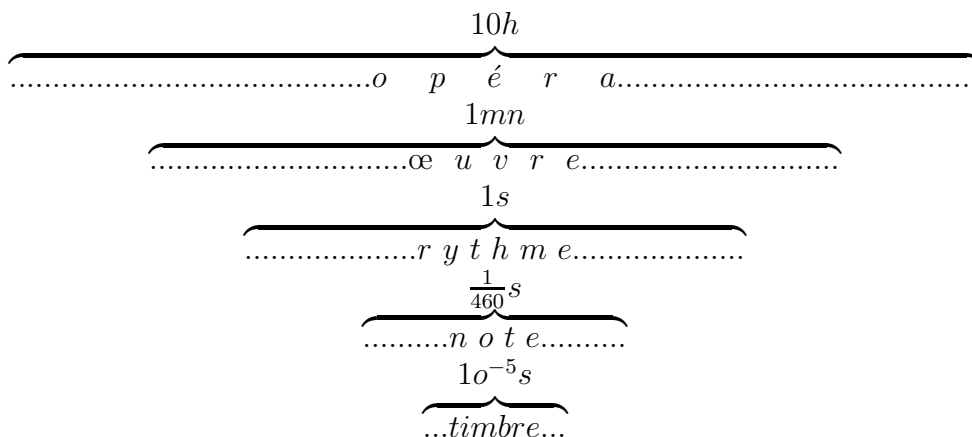
En 1956 Karlheinz Stockhausen écrit un article, intitulé "... comment passe le temps ...", sur le temps en musique, le temps dans toutes ses dimensions [4]. Quelques échelles :

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\text{.....} r y t h m e \text{.....}}^{1s} \\
 \overbrace{\text{.....} n o t e \text{.....}}^{\frac{1}{460}s} \\
 \overbrace{\text{...} t i m b r e \text{...}}^{1o^5}
 \end{array}$$

que l'on pourrait penser à compléter en :



et même ;



La remarque fondamentale de Stockhausen est que, en musique, on traite ces différentes échelles de manière mathématiquement fort différentes : l'échelle du rythme dans l'arithmétique simple $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$... et l'échelle des sons en échelle logarithmique : réaliser un octave consiste à diviser par deux la longueur d'une corde.

Mais d'autre part il n'y a qu'un temps en musique. Plus exactement tout le phénomène acoustique est monodimensionnel, une fonction

$$\begin{array}{l}
 \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \\
 \text{temps} \rightarrow \text{pression}.
 \end{array}$$

Bien sûr nous avons deux oreilles, il semble qu'une partie de l'acoustique passe par la boîte crânienne, mais l'essentiel passe par cette mono-dimension là. C'est d'ailleurs aussi le courant électrique qui sort de notre amplificateur. Cette remarque identifie rythme et hauteurs. mais alors une question simple se pose ; comment entend-on plusieurs instruments dans un tel signal ?

La réponse convoque la magie des harmoniques qui, se regroupant élégamment, donnent un timbre, caractéristique de l'instrument. Nous voyons donc que

les trois échelles de temps réalisent les trois aspects essentiels (dans sa notation en tous cas) de la musique rythme-note-instrument, notation qui agit en (re)séparant les diverses composantes d'un même signal monodimensionnel. On est donc bien près de considérations fondamentales de la Mécanique Quantique.

Mais la fonction d'onde quantique fait plus : la complexité de celle-ci pouvant révéler non seulement des situations multiparticulaires, mais aussi des situations intriquées, tout cela avec une fonction d'onde. Les découpages soigneux en instruments sont effacés, et faux. On est donc dans les deux cas (quantique et musique) au cœur du problème.

Je voudrais illustrer cette discussion par une expérience personnelle qui reflète bien une problématique de mélange d'échelles. Rappelons tout d'abord que lorsque l'oreille entend un *la*, elle effectue une transformée de Fourier. Le signal ondulatoire est codé en *la* 440, on perçoit de grandes oscillations, très rapide, et on entend *la*³. Lors d'un concert à Lens, Sviatoslav Richter interpréta le final de la sonate en fa majeur opus 52 de Beethoven, *perpetuum mobile*, de manière si strictement régulière dans le tempo et les nuances, que je me surpris à entendre un signal non plus défilant dans le temps, mais succession lente et "immobile" d'harmonies se succédant sans que le détail des notes ne soit plus perceptible. Une espèce de transformée de Fourier macroscopique avait agi, qui réalisait à l'échelle du rythme, ce qui agit en principe à l'échelle des notes : le *perpetuum* l'avait emporté sur le mobile.

C'était, je crois, non pas un effet gratuit, mais une démarche de grand interprète particulièrement attentif à la composition du programme : à ce final succédait le premier mouvement de l'"*appassionata*", emblématique précisément du phénomène contraire.

L'article de Stockhausen a suscité divers types de réactions. une lecture par trop locale y révèle une arithmétique un peu lourde et approximative, voire fausse. Peu importe : quelques Klavierstücke, Gruppen sauvent le sujet.

L'important pour l'auteur est de montrer, de réaliser comment une organisation temporelle du son donne une complexité suffisante pour supporter une vraie création musicale ; ou comment la complexité d'une fonction d'onde dans un espace tensoriel peut supporter une véritable représentation du monde.

5. L'IMAGE ET LE (NON)CLONE

Un des théorèmes surprenants de la Mécanique Quantique est le théorème d'impossibilité de clonage quantique. Son énoncé sec est le suivant :

³si l'on descend dans le spectre cela ne marche plus, et en dessous du *la* le plus bas du piano on commence à entendre les vibrations acoustique, le vrai signal, non sa transformée de Fourier.

Théorème 5.1. *il n'existe pas d'opérateur unitaire linéaire U tel que*

$$U(|a\rangle \otimes |0\rangle) = |a\rangle \otimes |a\rangle \quad \forall |a\rangle .$$

La preuve est instructive.

Démonstration. Si U existait, alors

$$U((|a\rangle + |b\rangle) \otimes |0\rangle) = (|a\rangle + |b\rangle) \otimes (|a\rangle + |b\rangle) \quad \text{par hypothèse,}$$

mais aussi

$$U((|a\rangle + |b\rangle) \otimes |0\rangle) = |a\rangle \otimes |a\rangle + |b\rangle \otimes |b\rangle \quad \text{par linéarité,}$$

ce qui est impossible, par exemple si $|a\rangle$ est orthogonal à $|b\rangle$. □

On ne peut donc pas cloner, stocker l'état d'un système en le dupliquant dans un autre système. Autrement dit : on ne peut enregistrer un système quantique. L'importance de ce théorème s'est surtout révélé dans le domaine du calcul et de l'information quantiques. Mais il est tout à fait symptomatique des racines même de la Mécanique Quantique : l'état d'un système nous échappe tant que nous n'effectuons pas une mesure. Nous devons absolument perdre l'information sur le système si nous voulons y avoir accès. On ne peut pas enregistrer un tel état dans un fichier auxiliaire, qui serait le témoin de l'histoire de son évolution.

C'est à mon sens une différence avec la Musique. J'ai mentionné au début de cet article comment il était fascinant de remarquer l'enthousiasme des compositeurs envers les moyens de reproduction sonore. Que percevons nous d'un disque par rapport à une œuvre ? Bien sûr un enregistrement ne donne pas tout ce qui est contenu dans une œuvre, en particulier au niveau sonore, mais aussi au niveau du "fait" d'aller à un concert. Il y a tout de même quelque chose de particulier à la musique, par rapport aux autres arts, dans ce rapport à la reproduction : le musée est ouvert souvent, les concerts sont rares⁴.

Peut-on oser se confronter avec la même problématique en mathématiques ? Un concept qui traverse les disciplines se "clone-t-il" en images successives ? Les avis divergent : certains affirment que les concepts mathématiques sont extérieur à leur historicité, d'autres leur rétorquent que les énoncés sont plongés dans leur histoire.... Et puis quel est véritablement le statut d'une exécution musicale effectuée en studio, spécialement pour l'enregistrement ?

⁴l'auteur a dû attendre (très longtemps) pour entendre pour la première fois "Le marteau sans maître", parce que il s'était "imposé" de découvrir cette œuvre en concert.

6. CONCLUSION

Le lien quantique/musique nous semble se situer dans l'idée de "dépôt" d'un système dans un monde inaccessible ; inaccessible pour l'observateur qui ne voudrait pas activement observer, inaccessible à l'auditeur non musicien. On doit exécuter une œuvre pour l'entendre comme on doit réduire un état quantique pour le mesurer.

L'aléatoire en musique a quelque peu mauvaise presse de nos jours, en Mécanique Quantique il est fondamental. Pourquoi cette différence ? Et bien parce que l'aléatoire quantique est nécessaire à la Mécanique Quantique, et la Mécanique Quantique nécessaire à une description convenable du monde. Rappelons qu'elle a été inventée pour résoudre un paradoxe, celui de la stabilité de la matière, impossible dans l'image planétaire classique de l'atome. Ceux que l'aléatoire dérange se consolent par l'extrême puissance du formalisme quantique, à la fois conceptuelle (on ne dira jamais assez à quel point le formalisme quantique est plus simple que la Mécanique Classique) et aussi, plus récemment, opérationnelle avec l'informatique quantique.

L'aléatoire en musique est resté comme une nouveauté singulière, comme une originalité un peu extérieure au processus de composition. D'où probablement le désintérêt à son égard par la plupart des grands compositeurs du siècle, y compris ceux qui l'ont brillamment utilisé. Ce petit article a seulement voulu suggérer des points communs et des différences.

Une vraie Musique utilisant l'aléatoire devrait l'utiliser comme moyen d'accès interprétatif à l'œuvre, dans une démarche de composition musicale probablement ancrée dans de nouveaux paradigmes.

Remerciements

L'auteur tient à remercier François Nicolas pour une lecture attentive du manuscrit, ainsi que les deux autres organisateurs du Séminaire Musique et mathématiques.

RÉFÉRENCES

- [1] P. Boulez, "Éclats", Universal, Vienne 1965.
- [2] J.Y. Girard, "Le point aveugle", Hermann, Paris 2007.
- [3] T. Paul, "La Mécanique Quantique comme processus dynamique", dans "Logique, dynamique et cognition" (dir. J.-B. Joinet), collection "Logique, langage, sciences, philosophie", Publications de la Sorbonne, Paris 2007.
- [4] K. Stockhausen, "...wie die Zeit vergeht...", die Reihe, **3**, 1957. Traduction française "...comment passe le temps...", Analyse musicale **6**, 1987.