



**HAL**  
open science

## Intégration de la relaxation dans les équations de Navier-Stokes pour la propagation sonore

Gaël Hanique-Cockenpot, Christophe Bailly, Christophe Bogey, Olivier Marsden

► **To cite this version:**

Gaël Hanique-Cockenpot, Christophe Bailly, Christophe Bogey, Olivier Marsden. Intégration de la relaxation dans les équations de Navier-Stokes pour la propagation sonore. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00534645

**HAL Id: hal-00534645**

**<https://hal.science/hal-00534645>**

Submitted on 10 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Intégration de la relaxation dans les équations de Navier-Stokes pour la propagation sonore

G. Hanique-Cockenpot<sup>1</sup>, C. Bailly<sup>1</sup>, C. Bogey<sup>1</sup>, O. Marsden<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMFA, EC Lyon & UMR CNRS 5509, 36 av. Guy de Collongue, 69134 Écully cedex, gael.hanique-cockenpot@ec-lyon.fr

On présente dans cette étude une simulation temporelle directe de la propagation sonore par résolution des équations de la mécanique des fluides compressibles, à l'image de ce qui a été récemment développé en aéroacoustique. La propagation des infrasons sur de grandes distances dans l'atmosphère, typiquement de l'ordre de 1000 km, nécessite par ailleurs de prendre en compte la relaxation de vibration des molécules qui n'est pas modélisée dans les équations de Navier-Stokes. Le modèle d'atmosphère de Sutherland & Bass a été implémenté, et on est alors amené à résoudre, le cas échéant, une équation supplémentaire de relaxation pour les espèces retenues du modèle.

Les simulations 2-D reportées dans ce travail reproduisent en partie une expérience bien documentée de propagation atmosphérique réalisée au Nouveau-Mexique (USA). Ces simulations permettent de mettre en évidence l'influence relative de l'absorption classique, de la relaxation hors équilibre et également des effets non linéaires. La signature acoustique est également discutée, et comparée aux données expérimentales disponibles ainsi qu'à d'autres approches numériques.

## 1 Introduction

Les développements récents du calcul direct du bruit d'origine aérodynamique, s'appuyant sur des méthodes optimisées pour minimiser la dispersion et la dissipation numérique, permettent d'envisager l'emploi de ces techniques à des fins de simulation de propagation acoustique sur de grandes distances. Parmi les phénomènes physiques intervenant lors de la propagation d'ondes basses fréquences sur des distances de l'ordre de 1000 km, les phénomènes thermovisqueux et les effets associés aux vibrations moléculaires sont prééminents. Les premiers sont inclus dans les équations de Navier-Stokes, alors que les seconds sont généralement négligés. Sur la base des travaux de Wochner *et al.* [2] qui modifient l'équation de conservation de l'entropie en y introduisant la modélisation proposée par Pierce [3], une reformulation de l'équation d'énergie prenant en compte ces effets moléculaires a été développée.

Ce modèle est validé par une série de simulations linéaires et non linéaires, puis est appliqué à des cas de propagation d'ondes basses fréquences dans une atmosphère réaliste tirée de Sutherland & Bass [1]. Les importances relatives des différents phénomènes dissipatifs et leurs interactions avec les effets non linéaires peuvent ainsi être caractérisées

## 2 Modélisation non linéaire

### 2.1 Énergie de vibration hors équilibre

Si l'on considère un gaz polyatomique, l'énergie interne est constituée de l'énergie de translation, de rotation et de vibration moléculaire pour chaque espèce. Le passage d'une onde acoustique induit un déséquilibre

énergétique. Or, si les temps caractéristiques de retour à l'équilibre des énergies de translation et de rotation sont d'un ordre de grandeur suffisamment faible pour permettre de considérer le milieu en permanence à l'équilibre, les temps caractéristiques de relaxation de l'énergie de vibration peuvent être comparables, voir supérieurs, à la période du signal acoustique (Kneser [4], Stupenchenko [5]). Dans ce cas, l'énergie de vibration peut être modélisée par une relation de la forme (Pierce [3]),

$$e_{v\beta} = g_\beta X_\beta r T_\beta^* e^{-T_\beta^*/T_\beta} \quad (1)$$

pour chaque espèce polyatomique  $\beta$  du gaz, avec  $X_\beta$  la fraction molaire,  $g_\beta$  le nombre de modes de vibration ( $g_\beta = 1$  pour une molécule diatomique),  $T_\beta^*$  la température caractéristique de vibration et  $r = \bar{R}/M$  le rapport de la constante universelle des gaz parfaits et de la masse molaire du gaz.  $T_\beta$  est la température instantanée de vibration de l'espèce  $\beta$  dont l'évolution, dans le cas d'une excitation d'origine acoustique, peut être définie par la relation d'Herzfeld & Rice [6],

$$\frac{\partial \rho T_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho T_\beta \mathbf{v}) = \rho \frac{T - T_\beta}{\tau_\beta} \quad (2)$$

avec  $T$ , la température totale incluant la fluctuation d'origine acoustique et  $\tau_\beta$  le temps caractéristique de relaxation de la vibration de l'espèce  $\beta$ .

### 2.2 Système complet

Afin d'introduire les effets de la vibration moléculaire dans les équations de Navier-Stokes, il est commode de reformuler l'équation de conservation de l'énergie totale  $e_{tot}$  pour faire intervenir l'énergie à l'équilibre  $e_{eq}$ . On obtient ainsi un système fermé composé d'une équation

de relaxation (2) par espèce, de l'équation de conservation de la masse,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3)$$

de l'équation de conservation de la quantité de mouvement,

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \mathbf{g} \quad (4)$$

de l'équation de conservation de l'énergie à l'équilibre reformulée,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho e_{eq}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{eq} + p) \mathbf{v}] &= \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \\ &+ \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}} \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \\ + \rho \sum_{\beta} c_{v\beta} \frac{T - T_{\beta}}{\tau_{\beta}} + \rho \sum_{\beta} \frac{e_{v\beta}}{r X_{\beta}} [\mathbf{v} \cdot \nabla (r X_{\beta})] \end{aligned} \quad (5)$$

de l'expression de l'énergie à l'équilibre,

$$e_{eq} = e_{tot} - \sum_{\beta} e_{v\beta} = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \|\mathbf{v}\|^2 \quad (6)$$

et de la loi des gaz parfaits,

$$p = \rho r T \quad (7)$$

Le tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{\bar{\tau}}$ , incluant tous les effets de la viscosité est défini par,

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu [(\nabla \mathbf{v}) + {}^T(\nabla \mathbf{v})] + (\mu_B - \frac{2}{3}\mu) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \bar{\bar{I}} \quad (8)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique de cisaillement et  $\mu_B$  la viscosité de volume. Enfin, la capacité thermique massique de la relaxation de l'espèce  $\beta$  est donnée par la relation,

$$c_{v\beta} = \frac{de_{v\beta}}{dT_{\beta}} = g_{\beta} X_{\beta} r \left( \frac{T_{\beta}^*}{T_{\beta}} \right)^2 e^{-T_{\beta}^*/T_{\beta}} \quad (9)$$

### 2.3 Absorption et dispersion

L'absorption classique regroupe généralement les phénomènes dissipatifs d'origine thermovisqueuse, et le coefficient d'absorption classique par longueur d'onde est approché par (cf. Pierce [3]),

$$\alpha_{cl}(\omega) \simeq \frac{\mu \omega^2}{2\rho c_0^3} \left( \frac{4}{3} + \frac{\mu_B}{\mu} + \frac{(\gamma - 1)\lambda}{\mu c_p} \right) \quad (10)$$

Dans le cas d'un gaz polyatomique monoespèce purement relaxé, l'utilisation de la solution des ondes planes progressive 1-D associée aux équations d'Euler linéarisées permet d'obtenir la relation de dispersion exacte,

$$k = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{1 + (c_{v\beta} \phi_{\beta})/c_v}{1 + (c_{v\beta} \phi_{\beta})/c_p}} \quad (11)$$

où  $\phi_{\beta}$  s'écrit,

$$\phi_{\beta} = \frac{1}{1 - i\omega\tau_{\beta}} = \frac{1 + i\omega\tau_{\beta}}{1 + (\omega\tau_{\beta})^2} \quad (12)$$

Cela conduit à l'identification du coefficient d'absorption par relaxation. Au premier ordre, on a,

$$\alpha_{v\beta}(\omega) \simeq \frac{(\alpha_{\beta}\lambda)_m}{\lambda} \frac{2\omega\tau_{\beta}}{1 + (\omega\tau_{\beta})^2} \quad (13)$$

On remarque ainsi que l'absorption par la relaxation croît avec  $\omega^2$  et domine l'absorption classique si la fréquence acoustique est inférieure à  $f_{\beta} = 1/(2\pi\tau_{\beta})$ . A l'inverse, pour des fréquences acoustiques supérieures à  $f_{\beta}$ , l'absorption par la relaxation atteint un palier et alors l'absorption classique domine, cf. figure 1.

En plus du terme d'absorption, une dispersion des ondes se produit, comme le montre par exemple la vitesse de phase,

$$v_{ph}(\omega) = c_0 - c_0 \frac{\gamma - 1}{2 c_p} \frac{c_{v\beta}}{1 + (\omega\tau_{\beta})^2} \quad (14)$$

L'étude de cette relation montre que pour des fréquences très supérieures à la fréquence de vibration, une onde acoustique harmonique se propage à une vitesse  $c_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$  qui correspond à la vitesse du son si la vibration est négligée (milieu gelé). Les ondes dont la fréquence est très inférieure à  $f_{\beta}$  se propagent quant à elles à une vitesse de groupe différente.

## 3 Code de calcul

Les avancées dans le développement des méthodes de calcul direct de la propagation du son permettent maintenant d'envisager des simulations complètes du système d'équations (2)-(9). L'intégration temporelle est ici assurée par une méthode explicite de Runge-Kutta optimisée d'ordre 4 à 6 sous étapes [7] et le calcul des dérivées spatiales est réalisée par un schéma optimisé d'ordre 4 à 11 points [8]. Les flux eulériens et les termes de relaxation sont intégrés à chacune des sous étapes de la méthode Runge-Kutta alors que les flux thermovisqueux sont intégrés à la dernière sous étape.

Outre la condition de stabilité de Courant, l'intégration des équations de relaxation (2) introduit une condition supplémentaire sur le pas de temps, donnée par,

$$\Delta t = \min \left( CFL \frac{\Delta x}{c_0} ; a \tau_{\beta} \right) \quad (15)$$

avec  $a < 4.15$  pour assurer la stabilité du calcul et  $a < 2$  pour assurer la précision.

Afin de prévenir l'apparition d'oscillations parasites hautes fréquences on applique le filtre sélectif explicite d'intensité  $\sigma_f$  [9] toutes les  $n_{fs}$  itérations, et afin de mener des calculs non linéaires, on emploie à chaque étape de l'intégration temporelle le schéma de capture de choc développé par Bogey *et al.* [10]. Les conditions limites utilisées sont les conditions de rayonnement [11].

## 4 Validation 1-D

### 4.1 Propagation linéaire

Afin de valider ces développements et la résolution numérique, nous proposons d'étudier la propagation

d'une onde acoustique mono-fréquentielle dans un domaine 1-D. Le gaz considéré est de l'air (78 % de  $N_2$  et 21 % de  $O_2$ ) dans des conditions normales de température et de pression ( $T_0 = 293.15$  K,  $p_0 = 101325$  Pa). Seuls les effets thermo-visqueux et la vibration du dioxygène  $O_2$  sont pris en compte. Les paramètres du calcul sont  $CFL = 0.4$ ,  $a = 1.03$ ,  $\Delta x = \lambda/20$  (avec  $\lambda$  la longueur d'onde),  $\sigma_f = 0.25$  et  $n_{fs} = 10$ ; les caractéristiques de la vibration de  $O_2$  sont  $f_{O_2} = 12500$  Hz et  $T_{O_2}^* = 2239$  K. La dimension du domaine est de  $85\lambda$  et la source est positionnée en  $x_s = 10\lambda$ . Cette source acoustique est définie dans l'équation d'énergie,

$$\frac{\partial \rho e_{eq}}{\partial t} = \dots + A_s \sin(\omega_s t) G(x, x_s) \quad (16)$$

avec  $A_s$  une constante qui fixe l'amplitude  $p_s$  de la source et  $G$  une gaussienne spatiale de demi-largeur  $\sigma_G = \lambda/5$ . Les signaux sont enregistrés par une série de 60 microphones virtuels équi-répartis dans l'intervalle  $[11\lambda; 60\lambda]$ .

On effectue dans un premier temps des calculs linéaires ( $p_s = 10$  mPa) pour différentes fréquences acoustiques. Les coefficients d'absorption par longueur d'onde mesurés pour chaque simulation sont reportés à la figure 1 et sont comparés aux solutions analytiques correspondantes. Pour chaque mesure, en prenant en compte la dissipation numérique du filtre sélectif, l'erreur relative par rapport aux solutions analytiques est inférieure à 5%. On remarque que la dissipation numérique doit être maîtrisée afin de ne pas dominer les mécanismes physiques d'absorption.

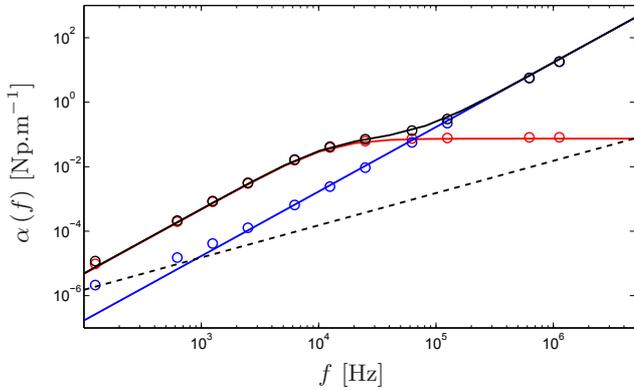


FIG. 1: Coefficient d'absorption par longueur d'onde  $\alpha$  en fonction de la fréquence acoustique ((o) étude présente, (—) relaxation de vibration, (—) classique, (—) totale, (---) numérique).

## 4.2 Propagation non-linéaire

Pour valider la méthode de simulation dans des cas de propagation non linéaire, on fixe l'amplitude de la source à  $p_s = 10^3$  Pa. La fréquence de la source est fixée à  $10^6$  Hz. Les effets dissipatifs sont d'abord négligés, afin de souligner les effets purement non linéaires. On inclut ensuite dans le calcul les effets thermo-visqueux. Pour ces deux simulations, on mesure le développement des harmoniques de rang supérieur entre la source et le point d'apparition du choc en  $\bar{x}$ , tel que,

$$\bar{x} = \frac{\rho c_0^2}{\beta k p_s} \quad (17)$$

avec  $\beta = 1.2$  une constante qui dépend du milieu et  $k$  le nombre d'onde.

Le développement des 3 premières harmoniques est rapporté en fonction de  $\sigma = x/\bar{x}$  à la figure 2 et est comparé aux solutions analytiques de Fubini pour le cas non dissipatif,

$$p'(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n(\sigma) \sin \left[ n\omega \left( t - \frac{x}{c_0} \right) \right] \quad (18)$$

avec  $p_n(\sigma)$  le  $n$ -ième coefficient du développement du signal en série de Fourier, donné par,

$$p_n(\sigma) = \frac{2p'_s}{n\sigma} J_n(n\sigma) \quad (19)$$

où  $J_n$  est la fonction de Bessel d'ordre  $n$ .

Les résultats du calcul thermo-visqueux sont comparés aux solutions de Mendousse,

$$\frac{p'}{p_s} = \frac{\frac{4}{\Gamma} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} I_n \left( \frac{\Gamma}{2} \right) n e^{-\frac{n^2 \sigma}{\Gamma}} \sin n\omega t'}{I_0 \left( \frac{\Gamma}{2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n \left( \frac{\Gamma}{2} \right) n e^{-\frac{n^2 \sigma}{\Gamma}} \cos n\omega t'} \quad (20)$$

Avec  $t' = t - x/c_0$ ,  $\Gamma = c_0^3/(\delta \bar{x} \omega^2)$ ,  $I_n$  la fonction de Bessel modifiée d'ordre  $n$  et  $\delta$  le coefficient d'amortissement par la viscosité, défini par,

$$\delta = \frac{\mu}{2\rho} \left( \frac{4}{3} + \frac{\mu_B}{\mu} + \frac{(\gamma - 1)\kappa}{c_p \mu} \right) \quad (21)$$

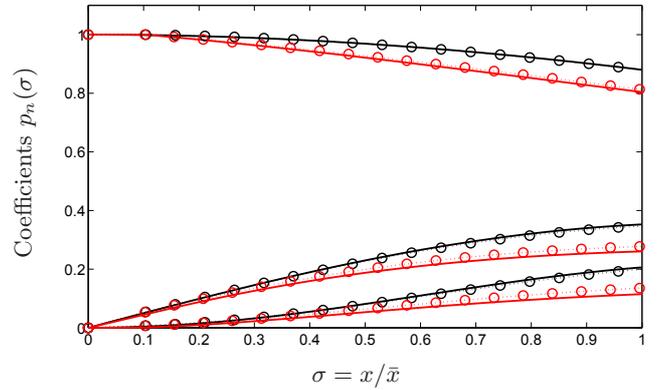


FIG. 2: Coefficients de Fourier des 3 premières harmoniques du signal en fonction de  $\sigma$  ((o), étude présente, (—) non-dissipatif, (—) avec effets thermo-visqueux).

L'erreur relative maximale commise sur le développement de l'harmonique fondamentale est de 0.05% pour le calcul eulérien et de 1.06% pour le calcul thermo-visqueux. Du fait de leurs fréquences plus élevées, les harmoniques de rang supérieur sont moins bien résolues. Néanmoins l'accord avec la solution analytique reste bon.

Des calculs non linéaires intégrant uniquement la relaxation de  $O_2$  pour des fréquences acoustiques telles

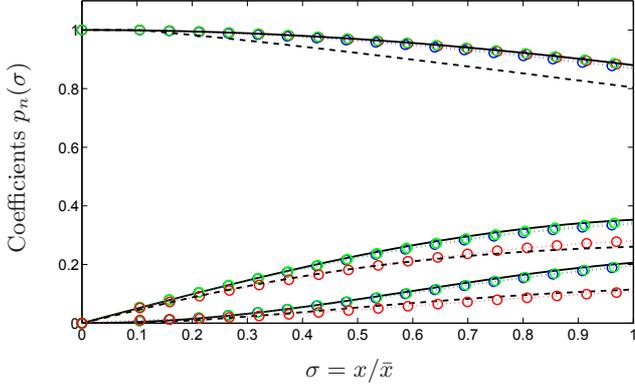


FIG. 3: Coefficients de Fourier des 3 premières harmoniques du signal en fonction de  $\sigma$  pour un fluide purement relaxé (( $\circ$ )  $f = 0.1 f_{O_2}$ , ( $\circ$ )  $f = f_{O_2}$ , ( $\circ$ )  $f = 10 f_{O_2}$ , (—) Fubini, (---) Mendousse).

que  $f/f_{O_2}$  soit égal à 0.1, 1 et 10 ont également été effectués. Le développement des 3 premières harmoniques en fonction de  $\sigma$  est rapporté à la figure 3 et est comparé qualitativement aux solutions analytiques précédentes.

On observe que le couplage entre les effets de la relaxation et les effets non linéaires suit un comportement qui dépend du rapport  $f/f_\beta$ . Ainsi, pour des fréquences fondamentales inférieures à la fréquence caractéristique de vibration, la relaxation affecte fortement le développement des harmoniques supérieures, l'absorption étant proportionnelle à  $\omega^2$ . À l'inverse, pour des fréquences fondamentales supérieures à la fréquence de vibration, l'absorption par la relaxation atteint un palier et les effets non linéaires dominent.

## 5 Calculs atmosphériques 2-D

On propose dans cette section d'utiliser le calcul direct pour étudier la propagation d'ondes acoustiques basses fréquences sur une distance d'environ 350 km et pour des altitudes comprises entre 0 et 160 km à travers l'atmosphère.

### 5.1 Modèle atmosphérique

On dispose du modèle atmosphérique de Sutherland & Bass [1] qui définit l'évolution des grandeurs thermodynamiques et de la composition chimique en fonction de l'altitude. Ces profils sont calculés par l'interpolation polynomiale par *tranches* d'atmosphère de données semi-expérimentales. Du fait de certaines discontinuités au niveaux des zones de raccordement entre 2 polynômes, on calcul des polynômes de raccordement d'ordre 3 qui se substituent aux polynômes de Bass au voisinage des discontinuités. Ces raccordement sont effectués pour les profils de  $X_{O_2}$ ,  $X_{N_2}$  et  $X_O$ . Enfin, le profil de température est défini par un polynôme d'ordre 10 tel que (avec  $z$  en km),

$$T(z) = \sum_{i=0}^{N=10} a_i z^i \quad (22)$$

dont les coefficients sont rapportés à la table 1. Le profil de pression est alors obtenu par intégration de l'équation

d'équilibre hydrostatique,

$$\frac{\partial}{\partial z} \ln p(z) = -\frac{g(z)M(z)}{RT(z)} \quad (23)$$

$a_0$	3.055e2	$a_1$	- 8.569338482276
$a_2$	4.968373985128e-2	$a_3$	1.175759327086e-2
$a_4$	- 2.454220149007e-4	$a_5$	- 8.397149422729e-7
$a_6$	6.882217932718e-8	$a_7$	- 8.042480807779e-10
$a_8$	4.318239603846e-12	$a_9$	- 1.131641974114e-14
$a_{10}$	1.168328645e-17		

TAB. 1: Coefficient du polynôme d'ordre 10 d'interpolation du profil atmosphérique de température.

### 5.2 Source acoustique

La source acoustique est située au sol et pulse sur l'intervalle  $0 \leq t \leq 2T_s$ ,

$$\frac{\partial \rho e_{eq}}{\partial t} = \dots + A_s S(t) G(x, z, x_s, z_s) \quad (24)$$

avec  $T_s$  la période du signal,  $G$  une gaussienne spatiale de demi-largeur  $4\Delta x$  et  $S(t)$  donné par,

$$S(t) = \frac{1}{2} \sin(\omega_s t) \left[ 1 - \cos\left(\frac{\omega_s t}{2}\right) \right] \quad (25)$$

La bande passante à  $-3$  dB de ce signal est d'environ  $0.5 f_s$ .

### 5.3 Paramètres des calculs

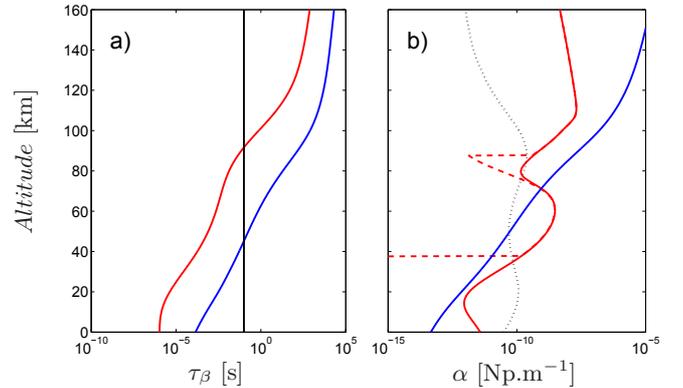


FIG. 4: (a) Profils de temps caractéristiques de relaxation de la vibration (( $\text{---}$ )  $\tau_{O_2}$ , ( $\text{---}$ )  $\tau_{N_2}$ , ( $\text{---}$ )  $\Delta t$ ).

(b) Profils d'absorption par longueur d'onde (( $\text{---}$ ) classique, ( $\text{---}$ ) relaxation de vibration théorique, ( $\text{---}$ ) relaxation de vibration calculée, ( $\text{---}$ ) numérique).

On mène des simulations de propagation pour  $p_s = 15$  Pa et  $f_s = 0.05$  Hz. On fixe  $\Delta x = \Delta z = 200$  m,  $\Delta t = 0.1$  s et on détermine un domaine de  $1751 \times 851$  points. Les paramètres du filtre sont choisis pour ne pas dominer les effets dissipatifs physiques, avec  $\sigma_f = 0.5$  et  $n_{f_s} = 5$ . Trois calculs sont menés, un calcul purement eulérien, un calcul Navier-Stokes sans relaxation et un calcul non-visqueux purement relaxé intégrant les effets

de  $O_2$  et  $N_2$  (avec  $T_{N_2} = 3352$  K). La contrainte de stabilité (15) représente un coût prohibitif pour intégrer les équations de relaxation (2) en basse atmosphère, du fait notamment du large domaine de variation des fréquences de vibration (cf. figure 4). On propose pour remédier à ce problème de n'intégrer les températures de vibrations que pour des altitudes satisfaisant la condition  $\Delta t < 2\tau_\beta$ , ce qui conduit à intégrer la relaxation de  $N_2$  pour  $z > 38$  km et  $O_2$  pour  $z > 90$  km ; pour des altitudes inférieures, on impose  $T_\beta = T$ .

On représente à la figure 4 les profils d'absorption classique, de relaxation de vibration et numérique pour  $f = 0.05$  Hz afin de s'assurer de la validité de notre paramétrisation. On remarque ainsi que le filtrage sélectif ne domine pas et que notre méthode d'intégration permet de prendre en compte les effets de la relaxation.

## 5.4 Résultats

On positionne une série de microphones virtuels à une distance de 300 km de la source pour différentes altitudes de 0 à 135 km. Les phases enregistrées sont identifiées par comparaison avec une méthode de tracé de rayons (cf. figure 5). Cette méthode n'est pas détaillée ici. La distinction des différentes phases est basée sur la nomenclature de Gainville [12].

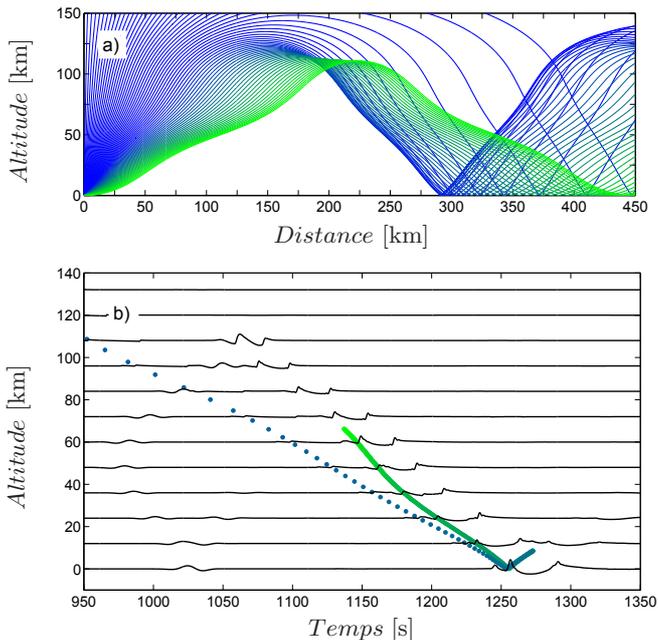


FIG. 5: (a) Tracé des rayons acoustiques. (b) Enregistrements des fluctuations de pression acoustique  $p'/\sqrt{\rho_0}$  en  $x = 300$  km avec front d'onde des rayons associés pour un calcul direct non-dissipatif.

### Phase thermosphérique $I_t$

On identifie une phase  $I_t$  enregistrée en  $z = 0$  km pour  $t \in [1200$  s ;  $1350$  s] (cf. figure 6). La forme en "U" est caractéristique des phases réfractées par une caustique *cuspidée* (Averiyanov [13], Coulouvrat [14]). Dans notre cas, cette caustique est localisée en basse thermosphère ( $z \approx 110$  km) et apparaît à la figure 5 comme le lieu de convergence des rayons acoustiques.

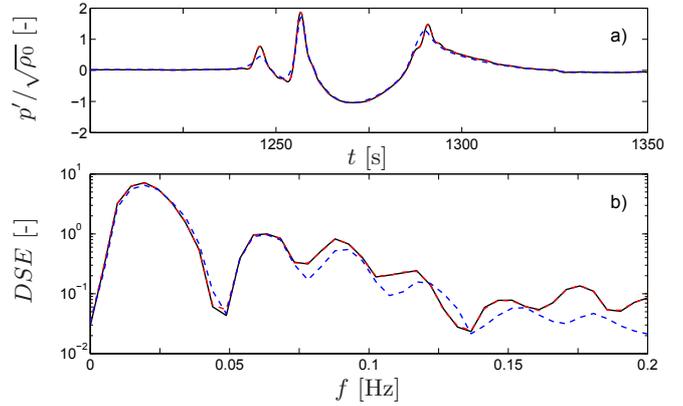


FIG. 6: Phase  $I_t$ , (a) signal temporel et (b) densité spectrale d'énergie (—), non-dissipatif, (---), relaxé, (- - -), thermovisqueux).

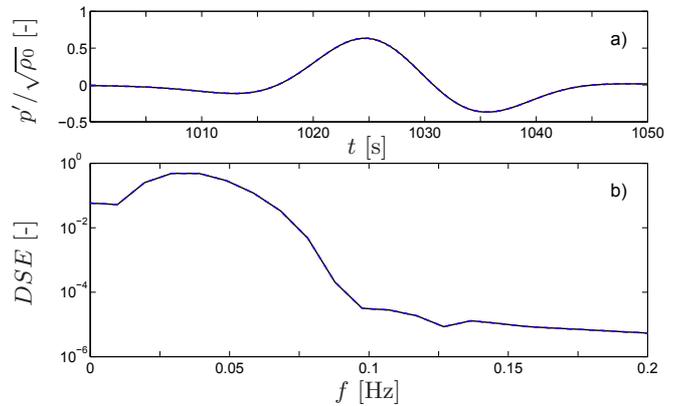


FIG. 7: Phase  $I_s$ , (a) signal temporel et (b) densité spectrale d'énergie (—), non-dissipatif, (---), relaxé, (- - -), thermovisqueux).

La confrontation des spectres obtenus par les différents calculs (eulérien, thermovisqueux, purement relaxé) montre que la relaxation de la vibration n'affecte que très peu le contenu fréquentiel de cette phase. A l'inverse, les effets thermovisqueux dissipent fortement les hautes fréquences du spectre. On peut estimer l'effet global de l'absorption en intégrant la densité spectrale, pour obtenir l'énergie du signal. La comparaison relative par rapport au calcul eulérien des énergies obtenues pour les calculs dissipatifs montre une perte globale de l'énergie de la phase  $I_t$  de 9% pour le calcul thermovisqueux et de 0.3% pour le calcul purement relaxé. Ainsi, la dissipation thermovisqueuse et les effets non-linéaires dominent largement en haute atmosphère, alors que les effets de la relaxation y sont négligeables.

### Phase stratosphérique $I_s$

En suivant [12], on identifie la phase enregistrée en  $z = 0$  et pour  $t \in [1000$  s ;  $1050$  s] comme une phase stratosphérique  $I_s$  (cf. figure 7). On sait toutefois que leur existence est conditionnée par la présence d'un fort gradient de vent portant en stratosphère. Le vent étant supposé nul dans nos simulations, nous concluons que ce signal résulte de la diffraction de la phase stratosphérique qui ne peut être réfractée vers le sol étant données les conditions. Les pertes énergétiques

relatives de ce signal sont de 0.3% et de  $3 \times 10^{-4}$ % respectivement pour un calcul relaxé et un calcul thermovisqueux. Ainsi, dans le cas d'une phase confinée en basse atmosphère les effets de la relaxation prédominent sur les effets thermovisqueux mais restent néanmoins négligeables.

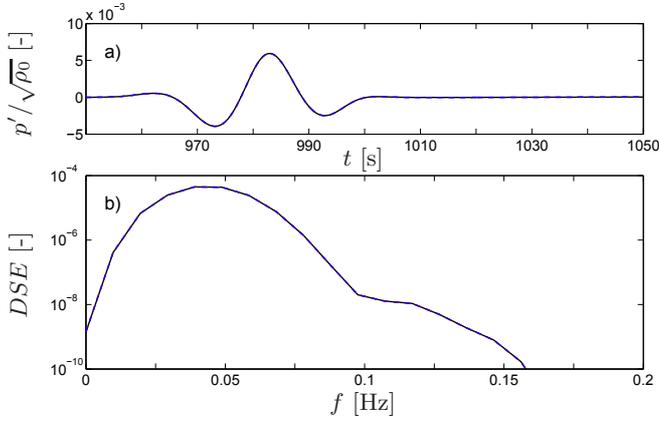


FIG. 8: Phase  $I_m$ , (a) signal temporel et (b) densité spectrale d'énergie ((—), non-dissipatif, (---), relaxé, (- - -), thermovisqueux).

### Phase mésosphérique $I_m$

On propose enfin d'analyser le signal enregistré pour  $z = 60$  km et  $t \in [950 \text{ s}; 1020 \text{ s}]$  (cf. figure 8). Cette phase dite mésosphérique est piégée dans le guide d'onde du même nom, centré sur la mésopause ( $z \simeq 50$  km). Compte tenu des conditions de vent, cette phase ne peut être réfractée vers le sol (Gainville [12]) et reste isolée à des altitudes comprises entre 30 et 90 km, zone dans laquelle les effets de relaxation de la vibration sont théoriquement efficaces. Le calcul des pertes relatives d'énergie de ce signal met en évidence une perte de 0.15% pour un calcul relaxé et de 0.002% pour un calcul thermovisqueux. Ainsi, même pour des phases se propageant dans les zones identifiées comme des lieux de forte absorption par la vibration moléculaire on constate que les effets de la relaxation restent très marginaux. L'absorption classique est elle aussi négligeable du fait de la faible altitude de propagation de cette phase.

## 6 Conclusion

Ce travail a montré qu'il était possible d'entreprendre des simulations directes de la propagation d'une onde acoustique en incluant les effets non linéaires, thermovisqueux et de la vibration moléculaire. Le modèle complet, basé sur une reformulation de l'équation de conservation de l'énergie et l'emploi des équations d'Herzfeld-Rice en complément des équations de Navier-Stokes, ainsi que sa résolution numérique ont été validés dans le cadre de simulations 1-D.

Ces développements ont ensuite fait l'objet d'applications pour l'étude de la propagation d'infrasons en haute atmosphère. Les résultats préliminaires obtenus dans ce cadre laissent suggérer que les effets de la relaxation de la vibration moléculaire semblent largement dominés par les effets thermovisqueux et les effets non linéaires.

## Remerciements

Ce travail se déroule dans le cadre d'une collaboration avec le Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) suivie par Olaf Gainville.

## Références

- [1] Bass H.E., Sutherland L.C., "Atmospheric absorption in the atmosphere up to 160 km", *Journal Acoust. Soc. Am.*, 115(3) :1012-1032, (2003)
- [2] Wochner M.S., Atchley A.A., Sparrow V.W., "Numerical simulation of finite amplitude wave propagation in air using a realistic atmospheric absorption model", *Journal Acoust. Soc. Am.* 118(5) :2891-2898, (2005)
- [3] Pierce A.D., "Acoustics, an introduction to its physical principles and applications", *Acoustical Society of America*, (1989)
- [4] Kneser H.O., "Absorption moléculaire du son dans les gaz", *Z. Tech. Phys.* 16 :213-219, (1935)
- [5] Stupenchenko Y.V., Losev S.A., Osipov A.I., "Relaxation in shock waves", *Springer-Verlag*, (1967)
- [6] Herzfeld K.F., Rice F.O., "Dispersion and absorption of high frequency sound waves", *J. of Chemical Physics* 31 :691-695, (1928)
- [7] Berland J., Bogey C., Bailly C., "Low dissipation and low dispersion fourth order Runge-Kutta algorithm", *J. of Comp. Physics* 224 :637-662, (2007)
- [8] Bogey C., Bailly C., "A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computation", *J. of Comput. Physics* 194 :194-214, (2003)
- [9] Bogey C., Bailly C., "On the application of explicit spatial filtering to the variables or fluxes of linear equations", *J. of Comput. Physics* 225 :1211-1217, (2007)
- [10] Bogey C., de Caqueray N., Bailly C., "A shock capturing methodology based on adaptive spatial filtering for high-order non-linear computations", *J. of Comput. Physics*, (2008)
- [11] Bogey C., Bailly C., "Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustics simulations : far-field formulation and validation test cases", *Acta Acustica* 88 :463-471, (2002)
- [12] Gainville O., "Modélisation de la propagation atmosphérique des ondes infrasonores par une méthode de tracé de rayon non linéaire", PhD thesis, *Ecole Centrale de Lyon*, (2008)
- [13] Averiyanov M., "Nonlinear-diffraction effects in propagation of sound waves through turbulent atmosphere : experimental and theoretical studies", PhD thesis, *Ecole Centrale de Lyon, Université d'État de Moscou*, (2008)
- [14] Coulouvrat F., "Focusing of weak acoustic shock waves at a caustic cusp", *Wave Motion* 30 :233-245, (2000)