



**HAL**  
open science

# Dynamique Harmonique d'un Couplage Discret/Continu : Application à un Modèle Unidimensionnel de Voies Ferrées

Mohammad Hammoud, Denis Duhamel, Karam Sab

► **To cite this version:**

Mohammad Hammoud, Denis Duhamel, Karam Sab. Dynamique Harmonique d'un Couplage Discret/Continu : Application à un Modèle Unidimensionnel de Voies Ferrées. 9ième Congrès de Mécanique, FS Semlalia, Apr 2009, Marrakech, France. pp.100-102. hal-00517352

**HAL Id: hal-00517352**

**<https://hal.science/hal-00517352>**

Submitted on 14 Sep 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dynamique Harmonique d'un Couplage Discret/Continu : Application à un Modèle Unidimensionnel de Voies Ferrées

M.HAMMOUD<sup>1,2</sup>, D.DUHAMEL<sup>1,2</sup>, K.SAB<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Paris-Est, UR Navier, LAMI-Ecole des Ponts, 6&8 Av Blaise Pascal, Champs sur Marne, 77455 Marne la Vallée Cedex 2, France

<sup>2</sup>Université Paris-Est, LCPC Paris, 58 Bd Lefebvre, 75732 Paris Cedex 15, France

## Introduction

La modélisation des milieux granulaires, un sujet abordé il y a plus de 30 ans [1], est toujours un axe de recherche très actif. Les matériaux granulaires et surtout les grains de ballasts constituent le composant principal au niveau des voies ferrées ballastées. Pour une bonne compréhension de ce matériau soumis à de différents facteurs mécaniques (contraintes, déformations etc...), la modélisation discrète semble être pertinente. Or en utilisant une modélisation discrète pour simuler le comportement des grains de ballast, un problème au niveau des capacités informatiques et du cout de simulation se pose. Cependant, en utilisant la modélisation continue, les expériences ont prouvé une mauvaise compréhension du comportement de ce matériau, (la SNCF en France a été obligée de faire un traitement prématuré du ballast après la moitié de sa durée de vie). En prenant en considération ces problèmes, un couplage entre la modélisation discrète et celle continue semble être une solution. Tadmor [2] a été parmi les premiers à aborder le sujet de couplage tout en créant la méthode de Quasi Continuum (QC) développée pour analyser les problèmes de fractures et de déformations dans les solides. Après la QC, plusieurs méthodologies ont été développées. On distingue parmi ces méthodes, la BSD développée par Wagner [3] et après modifié par Xiao et Belytschko [4] et finalement mieux développé par Frangin et al. [5].

Dans ce papier, on propose d'étudier un modèle simple de voies ferrées en 1D, à l'aide d'une méthode de couplage entre les milieux discrets et continus. Une fois, cette méthode de couplage est testée et validée, l'application de cette méthodologie devient plus intéressante sur un modèle où on peut traiter réellement le comportement des grains de ballast dans des endroits où des phénomènes singuliers peuvent se passer. Cette méthode de couplage repose sur une partition de la structure en sous domaines. Un domaine modélisé par une approche continue capable de reproduire le même comportement du matériau que celui produit par une approche discrète. Un second domaine, modélisé par une approche discrète où la structure est endommagée. Entre les deux domaines existe un domaine de transition où un raffinement de l'approche continue sera exigé.

Après une présentation du modèle et des approches continue et discrète utilisée dans la résolution dynamique du modèle, l'algorithme de la méthode de couplage sera détaillé. Ensuite on démontrera la faisabilité et l'efficacité de la méthode par la simulation des problèmes réels rencontrés dans le site des voies ferrées (usure de traverses, vide sous une traverse etc.). Enfin une conclusion mettant en évidence les avantages de cette méthode ainsi que les travaux à venir, clôturera le papier.

## Description du modèle et des approches de résolution

Le modèle à étudier consiste d'une poutre hyper élastique (voir Figure1). Cette poutre représente un rail d'une voie ferrée reposant sur des traverses et un lit de grains de ballast. Les appuis de la poutre dont chacun remplace une traverse et les grains de ballast en-dessous, sont modélisés par des ressorts à comportement élastiques. Dans le cas 1D, chaque ressort est représenté par un nœud avec des paramètres nodaux (déflexion, rotation, moment fléchissant et efforts tranchants). Une charge extérieure  $F$  agit sur la poutre à une distance  $D$  du nœud extrême.

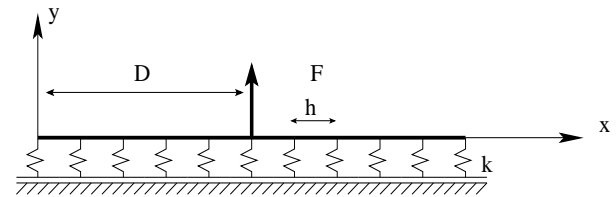


Figure1 : Modèle de poutre 1D hyper élastique.

L'idée générale de l'approche couplée s'appuie tout d'abord sur une description discrète du modèle à une échelle microscopique. Ensuite une approche continue est déduite de celle discrète à une échelle macroscopique.

En désignant par  $EI$ ,  $\rho S$ ,  $\omega$ ,  $h$  et  $k_i$  respectivement la masse, la rigidité en flexion, la fréquence angulaire de l'onde propagée, la distance entre deux nœuds et la raideur des ressorts, l'équation d'équilibre dynamique de l'approche discrète se formule de la manière suivante :

$$EIu^{(4)}(x) + \sum_{i=1}^N hk_i u(x_i) \delta(x - x_i) - \rho \omega^2 S u(x) = F \delta(x - D) \quad (1)$$

A cette approche discrète, une approche macroscopique est associée. On procède par homogénéisation par rapport aux raideurs des ressorts. L'homogénéisation est utilisée dans le but de remplacer plusieurs degrés de liberté homogènes par un seul afin de réduire le temps de calcul. L'équation dynamique de l'approche continue s'écrit :

$$EIu_h^{(4)} + K(x)u_h = F \delta(x - D) \quad (2)$$

Où  $K$  est à la fois la raideur macroscopique et la moyenne locale des raideurs microscopiques sur un segment bien déterminé.

Cette résolution semi-analytique des deux approches a été implémentée dans un code Matlab. Plusieurs simulations numériques pour des problèmes réels ont été élaborées afin de déterminer les cas où l'approche continue ne peut pas remplacer l'approche discrète. Cette différence constatée entre les comportements discret et continu va donner naissance à l'approche couplée entre le discret et le continu capable de reproduire un comportement du système le plus proche possible à celui produit par l'approche discrète, tout en réduisant le temps de calcul ainsi que le coût de simulation.

Dans les cas où les raideurs des ressorts ne présentent aucune hétérogénéité, les simulations ont montré un accord parfait (voir Figure2) entre le comportement continu et discret. Ceci est valable pour des raideurs à faibles et fortes valeurs.

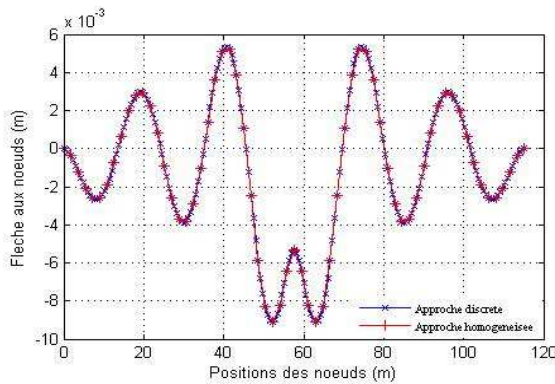


Figure2 : Comparaison entre la flèche de la poutre

Dans le cas où des hétérogénéités se présentent au niveau des raideurs, les deux approches aboutissent à des comportements largement différents. Parmi ces cas, on peut citer le cas d'hétérogénéités près de la force appliquée à la poutre, le cas de raideurs oscillantes et le cas des raideurs arbitraires variant entre deux bornes. Dans ce qui suit et grâce à cette différence au niveau du comportement, on développe l'algorithme de l'approche couplée.

### Algorithme de l'approche couplée

Quelque soit le cas à étudier, la première étape de notre approche couplée consiste à avoir une description discrète du modèle à étudier. Ensuite, une approche continue à l'échelle macroscopique est déduite de celle discrète. Il est conseillé que le rapport de taille entre un élément discret (DE) et un autre macroscopique (ME) soit élevé dans le but d'avoir des éléments de base de grande taille. En partant de l'approche continue et en

appliquant un critère numérique, les paramètres mécaniques de chaque nœud sont calculés. Ce critère consiste à calculer l'erreur entre les paramètres d'un nœud calculé de deux manières ; calcul continu et calcul discret approché à l'aide des données continues [6]. Si cette erreur calculée est inférieure à 10%, l'échelle de calcul reste inchangée. Par contre, si cette erreur est supérieure à 10%, l'échelle de calcul sera raffinée. En d'autres termes, la taille du ME sera raffinée. De nouveaux nœuds se créent. Cette procédure est à appliquer tant que c'est nécessaire et jusqu'à ce que le calcul soit à l'échelle de l'approche discrète. Ci-dessous, l'algorithme de couplage (voir Figure3).

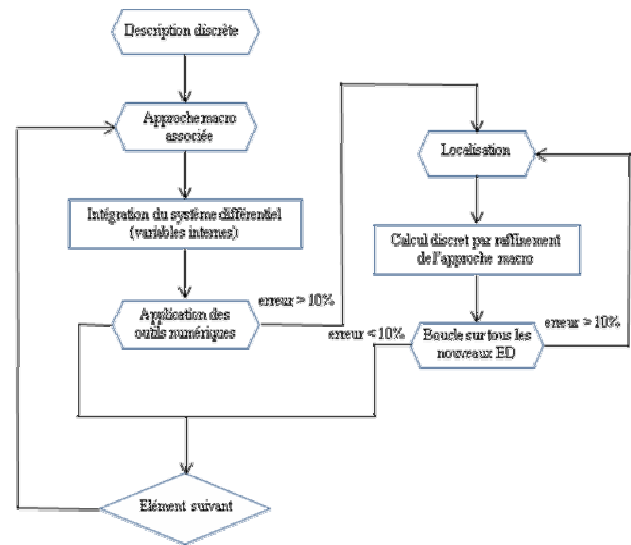


Figure3 : Algorithme de l'approche couplée

### Résultats numériques

Après cette brève description de l'algorithme de l'approche couplée, quelques simulations mettant en valeur les avantages de cette approche sont présentées.

Considérons l'exemple déjà traité, le cas où les raideurs des ressorts présentent de l'hétérogénéité au voisinage de la charge appliquée. Une comparaison entre la solution calculée à l'aide des approches continue et discrète a montré une différence proche de 30%. En appliquant l'approche couplée, on peut conclure sur les points suivants : bonne reproduction du comportement du système (voir Figure4) avec une erreur qui ne dépasse pas les 7%, détection des endroits des hétérogénéités (voir Figure5), réduction au niveau des degrés de liberté (voir Tableau1) et finalement réduction du temps de calcul. D'autres exemples sont aussi traités où la raideur est considérée comme une fonction oscillante formulée dans l'équation (3):

$$k_i = \left( \cos\left(\frac{2\pi i h}{3}\right) + 1 \right) 10^3 + 10^1 \quad (N.m^{-1}) \quad (3)$$

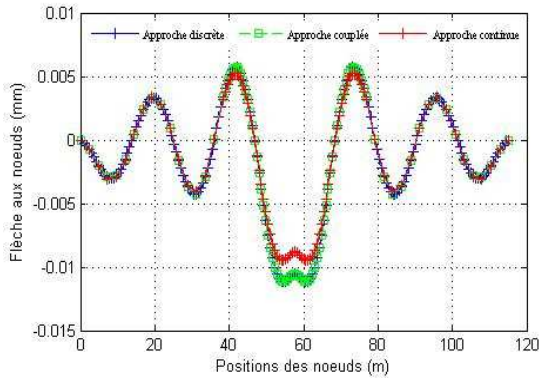


Figure4 : Validation de l'approche couplée

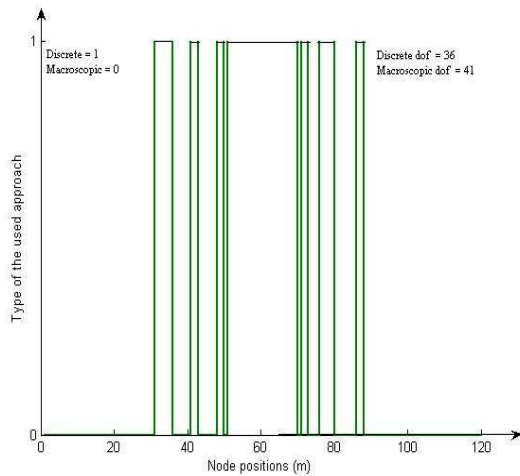


Figure5 : Position des hétérogénéités sous le rail

Cas tests	Discret	Macro	Couplage			Gain
	DE	ME	CE	DE	ME	
Hétéro (r=4)	<b>200</b>	50	<b>77</b>	36	41	<b>2.6</b>
Hétéro (r=7)	<b>211</b>	31	<b>73</b>	50	23	<b>2.9</b>
Hétéro (r=9)	<b>217</b>	25	<b>73</b>	54	19	<b>3.0</b>
Oscill (r=4)	<b>200</b>	50	<b>85</b>	50	35	<b>2.4</b>
Oscill (r=7)	<b>211</b>	31	<b>79</b>	57	22	<b>2.7</b>

Tableau1 : Influence de l'approche couplée sur le nombre de degrés de libertés

« Hétéro » et « Oscill » signifient respectivement les cas tests où on a des hétérogénéités au niveau des raideurs et des raideurs considérées comme une fonction oscillante.

La variable « r » est le rapport de taille entre élément discret et élément continu. « Gain » est le rapport entre le nombre des degrés de liberté discret (DE) et couplé (CE).

## Conclusion

Dans ce papier, une méthode de couplage discret/continu a été présentée. Cette méthode peut être appliquée pour des modèles représentant certaines singularités (fissure, hétérogénéités ...). Un modèle de poutre 1D a été étudié à l'aide de cette approche couplée. Des simulations numériques pour des cas tests réels ont montré l'existence d'une différence entre le comportement continu et celui discret. Grâce à la méthode couplée, le comportement a été bien reproduit tout en minimisant le temps de calcul et le nombre de degré de liberté. Cette méthode de couplage simple et efficace va être appliquée dans l'étude d'un modèle 2D où d'autres outils numériques sont proposés.

## Références

- [1] P. A. Cundall O.D.L. Stack, "A discrete numerical model for granular assemblies", Geotechnique 29, 47-65, 1979.
- [2] E.B. Tadmor, M.Ortiz, R.Philips, "Quasicontinuum analysis of defects in solids", Philosophical Magazine A 73 (6), 1529-1563, 1996.
- [3] G.J. Wagner, W.K. Liu, "Coupling of atomistic and continuum simulations using a bridging scale decomposition", Journal of Computational Physics 190, 249-274, 2003.
- [4] S.P. Xiao, T. Belytschko, "A bridging domain method for coupling continua with molecular dynamics", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 193, 1645-1669, 2004.
- [5] E.Frangin, P.Marin, L.Daudeville, "Coupled finite/discrete elements method to analyze localized impact on reinforced concrete structure", Proceeding EURO-C, 2006.
- [6] M.Hammoud, D.Duhamel, K.Sab and F.Legoll, "Coupled Discrete and Continuum Approach to the Behavior of Ballast", Proceedings of the Sixth International Conference on Engineering Computational Technology, Greece 2008.