

Soluție - bubblesort

Autor: Andrei Grigorean

Pentru început, vom încerca să determinăm o modalitate simplă de a afla ordinul unei permutări. Vom nota cu $A[i]$ numărul de elemente mai mari decât i și aflate la stânga sa în permutare. Permutarea va fi sortată atunci când șirul A va conține doar elemente egale cu 0. Observăm ca la fiecare pas al algoritmului bubblesort toate elementele din A mai mari decât 0 vor fi decrementate cu 1. De aici putem trage concluzia ca ordinul permutării este egal cu $\max(A[i]) + 1$.

Următorul pas în rezolvarea problemei constă în determinarea numărului total de permutări de lungime N și ordin M . Vom calcula $S(N, M)$ – numărul de permutări de lungime N și ordin **cel mult** M . Astfel, răspunsul căutat va fi $S(N, M) - S(N, M - 1)$. Pentru a calcula $S(N, M)$ observăm că valoarea 1 poate apărea pe oricare din primele M poziții, valoarea 2 pe oricare dintre primele $M + 1$ poziții, mai puțin cea pe care apare 1, etc. Astfel, $S(N, M) = M \cdot (N - M + 1) \cdot S(N, M - 1)$.

Soluția problemei se construiește incremental în $O(N^2)$, încercând la fiecare poziție pe rând cea mai mică valoare posibilă. Va trebui să menținem două valori reprezentând numărul de permutări care încep cu prefixul curent și au ordinul cel mult M , respectiv $M - 1$.