



HAL
open science

Expériences et simulations de propagation dynamique de fissure sous chargement mixte dans du PMMA

David Grégoire, Hubert Maigne, Alain Combescure

► **To cite this version:**

David Grégoire, Hubert Maigne, Alain Combescure. Expériences et simulations de propagation dynamique de fissure sous chargement mixte dans du PMMA. MATERIAUX 2006, Nov 2006, Dijon, France. hal-00507194

HAL Id: hal-00507194

<https://hal.science/hal-00507194>

Submitted on 4 Jun 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Expériences et simulations de propagation dynamique de fissure sous chargement mixte dans du PMMA

David Grégoire^{*}, Hubert Maigre, Alain Combescure

*Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS),
INSA de Lyon, Bât. J. d'Alembert, 18-20 rue des Sciences
69621 Villeurbanne.*

^{} david.gregoire@insa-lyon.fr*

RESUME:

Cette étude présente les résultats d'expériences de propagation dynamique de fissures réalisées sur un dispositif basé sur un système de barres de Hopkinson et leurs simulations numériques à l'aide de la méthode des éléments finis étendus (X-FEM). Le matériau étudié est du Polyméthacrylate de méthyle (PMMA) et durant les expériences, la mixité du chargement varie et des arrêts de fissure se produisent. Les simulations numériques prennent en compte cette mixité en pointe de fissure et le trajet de fissure est obtenu à partir d'un critère de maximum des contraintes circonférentielles calculé à chaque pas de temps. Les résultats numériques révèlent une bonne concordance avec les différentes observations expérimentales: trajet de fissure, vitesse du front, arrêt et redémarrage se produisant durant la propagation dynamique.

MOTS-CLES : Rupture, dynamique, mode mixte, expérimentation, simulation X-FEM.

Introduction

Les risques liés à la propagation sous impact de fissures sont encore très difficiles à estimer. D'une part, bien que de nombreuses expériences aient déjà été réalisées, l'obtention de résultats expérimentaux reste délicate, notamment si on cherche des conditions de chargement et de propagation particulières. D'autre part les outils de simulation numérique de propagation dynamique de fissure sont encore peu nombreux, difficiles d'emploi et intègrent des critères rudimentaires de propagation. Notre objectif est donc de réaliser des expériences de propagation dynamique durant lesquelles la mixité du chargement varie et des arrêts de fissure se produisent. Nous tentons ensuite de reproduire ces expériences par simulation numérique en utilisant la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) afin de valider les algorithmes et les critères retenus.

Expériences de rupture dynamique

Les expériences de rupture dynamique ont été réalisées au Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique.

Banc d'essai

Le dispositif expérimental est un système de barres de Hopkinson [1] (Figure 1). Un impacteur génère une onde de compression qui est transmise à l'éprouvette à travers la barre entrante. Un couple de jauge de déformations est collé sur les barres entrante et sortante et donne après traitement du signal [2] les forces et les vitesses auxquelles sont soumises les interfaces entre l'éprouvette et les barres. Le banc d'essai est complété par un ensemble de quatre appareils photographiques permettant de prendre des clichés toutes les microsecondes par l'intermédiaire de ligne à retard, donnant ainsi accès à l'évolution de la position du front de fissure au cours du temps.

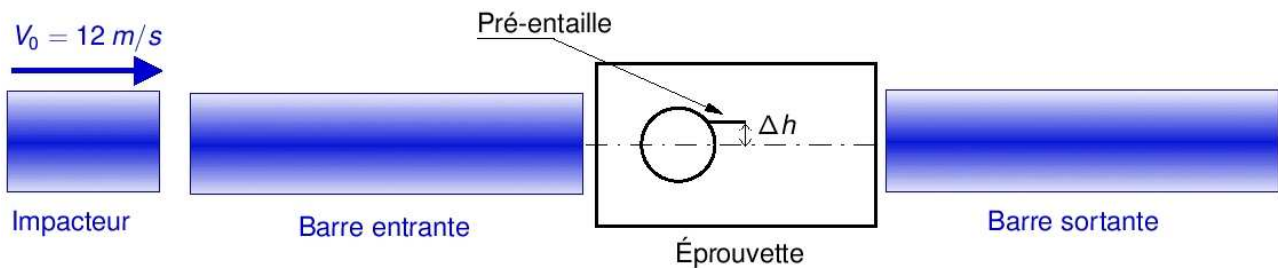


Figure 1. Banc d'essai.

Spécification des éprouvettes testées

Le matériau étudié est du Polyméthacrylate de méthyle (PMMA) ce qui permet, par sa transparence, d'utiliser un procédé expérimental optique pour suivre la propagation de fissure. Sous chargement dynamique, son comportement à la rupture est de type fragile et il a une bonne usinabilité.

Afin de convertir l'onde de compression issue de l'impact en une onde de traction perpendiculaire à l'axe principal, un trou circulaire est usiné dans l'éprouvette. Pour initier la rupture, une pré-entaille est réalisée à partir du trou (cette configuration a déjà été testée avec succès lors de travaux précédents en mode 1 pur [3]). En décalant cette entaille de l'axe de symétrie naturel de l'éprouvette, une sollicitation en mode mixte est obtenue au voisinage du front de fissure (Figure 2).

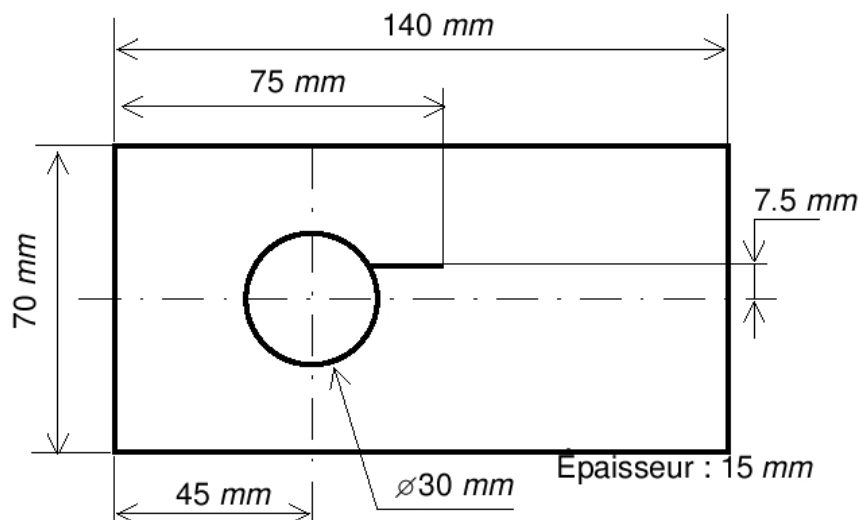


Figure 2. Éprouvette testée.

Les principales caractéristiques du PMMA sont collectées dans le tableau 1.

Masse volumique	ρ	1180	Kg.m^{-3}
Module d'Young statique	E	3,3	GPa
Coefficient de Poisson	ν	0,42	
Coefficient de Lamé	λ	6,1	GPa
	μ	1,2	GPa
Vitesse des ondes de compression	c_P	2672	m.s^{-1}
Vitesse des ondes de cisaillement	c_S	992	m.s^{-1}
Vitesse des ondes élastiques unidimensionnelles	c_L	1672	m.s^{-1}
Vitesse des ondes de Rayleigh	c_R	938	m.s^{-1}

Tableau 1. Caractéristiques mécaniques du PMMA.

Résultats expérimentaux

On réalise 5 expériences dans les mêmes conditions d'essais (même vitesse d'impact, même géométrie d'éprouvette). Les vitesses obtenues sur les interfaces éprouvette/barre entrante et éprouvette/barre sortante après traitement (Figure 3) montrent que les cinq essais réalisés sont reproductibles.

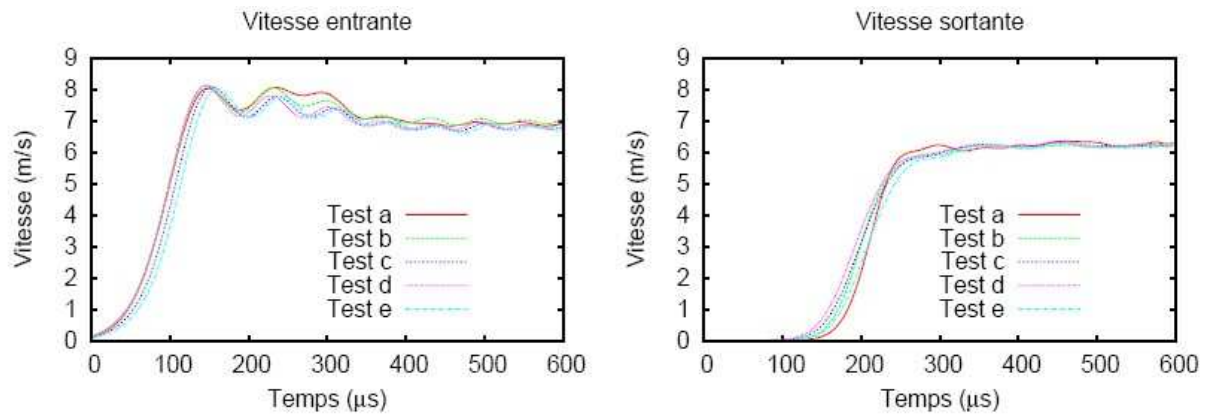


Figure 3. Vitesses entrante et sortante aux interfaces barres/éprouvette.

Comme les essais sont reproductibles, toutes les positions du front de fissures obtenues sur les différentes photos (Figure 4) sont réunies dans un graphe unique qui représente l'évolution de l'abscisse du front en fonction du temps (Figure 5).

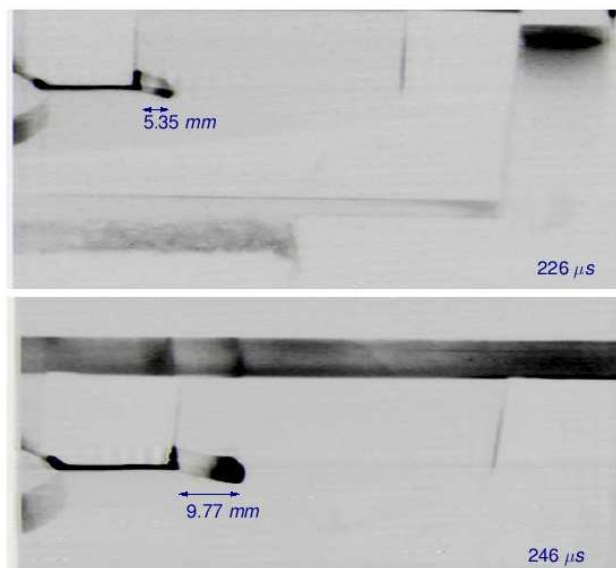


Figure 4. Photos obtenue pour $t = 226 \mu\text{s}$ et $t = 246 \mu\text{s}$ au test d.

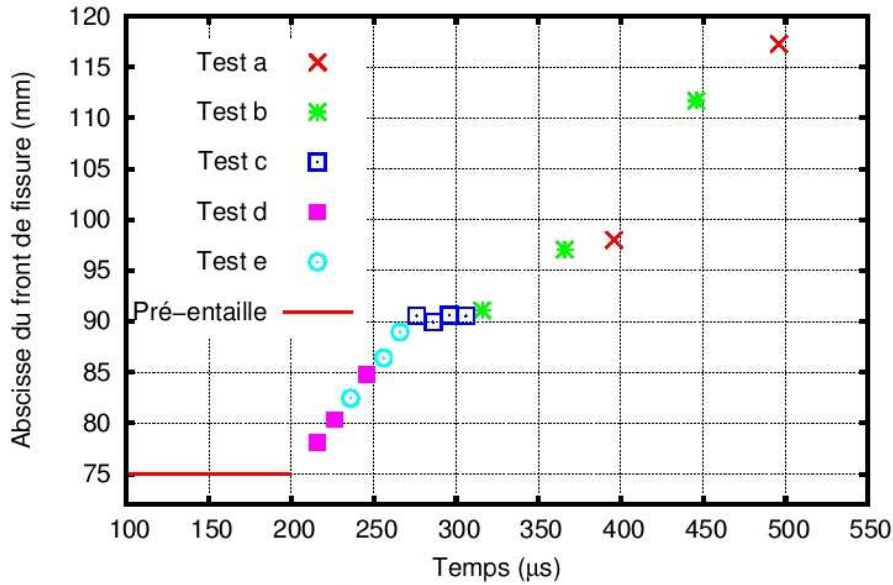


Figure 5. Évolution temporelle de l'abscisse du front.

Tous les essais sont bien compatibles sur la figure 5 et trois différentes phases de propagation sont observables : après l'initiation, deux phases de propagation à vitesse horizontale constante sont séparées par une phase d'arrêt.

Cette phase d'arrêt se retrouve sur les trajets de fissure *post mortem*, au niveau du changement de direction de propagation (Figure 6).

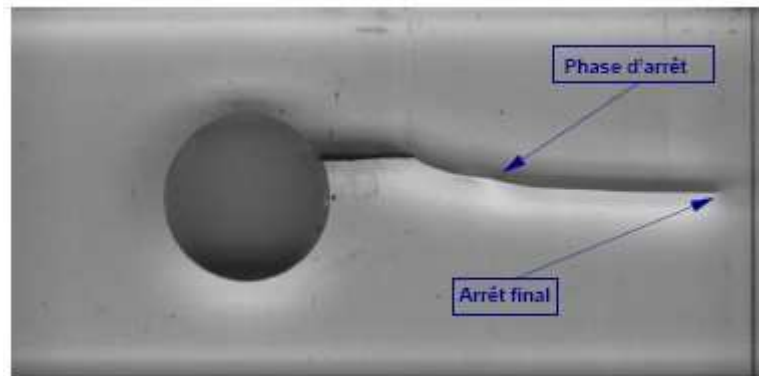


Figure 6. Éprouvette *post mortem*.

En utilisant uniquement le graphique précédent, il est très difficile de définir des lois de comportement consistantes en ce qui concerne les critères de propagation (direction, initiation, arrêt, redémarrage, etc.). Par conséquent, les simulations numériques sont indispensables pour l'obtention de critères pertinents. Le principal avantage de nos expériences est que cela nous fournit des données (vitesses entrante et sortante) pour les simulations et comme nous les effectuons nous-mêmes, nous contrôlons parfaitement les conditions et les paramètres qui vont nous permettre de tester la robustesse de nos simulations.

Simulations numériques

Méthode des éléments finis étendus en dynamique

Étant donné que le trajet de fissure est *a priori* inconnu, les simulations numériques sont effectuées en utilisant la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) [4-5] où les fissures ne sont pas explicitement décrites par le maillage. Cette méthode consiste à enrichir une approximation classique éléments finis avec différentes fonctions qui représentent bien la discontinuité et la singularité d'une fissure (Figure 7).

Ainsi l'approximation des champs de déplacements est donné par :

$$\tilde{U}(t) = \underbrace{\sum_{i \in N} N_i(x)u_i(t)}_{\text{Approximation classique éléments finis}} + \underbrace{\sum_{i \in N_{cut}^e} N_i(x)H(x)a_i^e(t)}_{\text{Enrichissements discontinus}} + \underbrace{\sum_{i \in N_{tip}^e} \sum_{j \in [1,4]} N_i(x)B_j^e b_{ij}^e(t)}_{\text{Enrichissements singuliers}} \quad (\text{Eq. 1})$$

Où :

- N est l'ensemble des noeuds support des fonctions de formes $\{N_i\}$
- $N_{cut}^e(t)$ est, au temps t , l'ensemble des noeuds qui ont eu leur support entièrement coupé par la fissure.
- $H(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x \text{ est au dessus de la fissure} \\ -1 & \text{si } x \text{ est en dessous de la fissure} \end{cases}$
- $N_{tip}^e(t)$ est, au temps t , l'ensemble des noeuds qui ont contenus le front dans leur support.
- $\{B_j^e(r, \theta)\}_{j \in [1,4]} = \left\{ \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta \right\}$
- $u_i(t), a_i^e(t), b_{ij}^e(t)$ sont les degrés de liberté correspondant aux fonctions N_i, H, B_j^e .

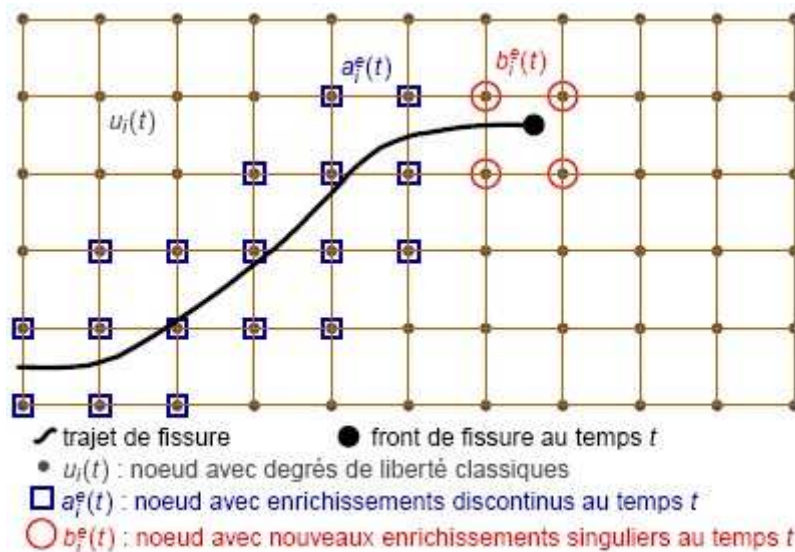


Figure 7. Enrichissements discontinus et singuliers ajoutés à l'approximation classique éléments finis.

Cette méthode est maintenant largement utilisée pour le cas quasi-statique. Pour l'utiliser dans un cadre dynamique, il faut expliciter l'étape d'intégration temporelle [6]. Quand la fissure se propage, de nouveaux enrichissements doivent être ajoutés aux noeuds correspondants (Figure 8). Le maillage reste inchangé mais la géométrie change à travers ces nouveaux enrichissements.

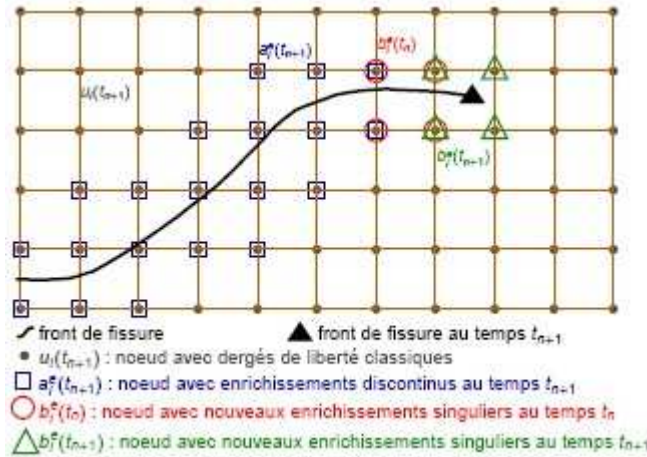


Figure 8. Nouveaux enrichissements ajoutés lors de la propagation.

Durant cette propagation, le nouvel équilibre doit être résolu en projetant sur la nouvelle géométrie les champs calculés au pas de temps précédent. Ainsi deux étapes sont nécessaires à la résolution (Eq. 2), une étape de projection et une étape d'intégration temporelle.

$$X_j^i \begin{matrix} \rightarrow \text{géométrie} \\ \rightarrow \text{temps du calcul} \end{matrix} \quad X_n^n \xrightarrow{\text{projection}} X_n^{n+1} \xrightarrow{\text{Intégration temporelle}} X_{n+1}^{n+1} \quad (\text{Eq. 2})$$

La projection est réalisée quelque soit les champs considérés en gardant tous les anciens degrés de liberté et en initialisant les nouveaux à zéros (Eq. 3). Il a été montré par [6] que dans ces conditions la conservation de l'énergie était assurée durant le changement de discrétisation.

$$[X_{n+1}^{n+1}] = \begin{bmatrix} X_n^n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} \text{ anciens degrés de liberté} \\ \} \text{ nouveaux degrés de liberté} \\ \} \text{ avec l'avancée de fissure} \end{array} \right\} (\text{Eq. 3})$$

L'intégration temporelle est réalisée en écrivant l'équation d'équilibre en utilisant un équivalent des schémas de Newmark en calcul dynamique avec ses conditions de stabilité. L'utilisation du schéma de Newmark implicite de l'accélération moyenne et la précédente stratégie de projection assure la stabilité et la conservation exacte de l'énergie discrétisée.

Par conséquent, durant les deux étapes, la conservation de l'énergie discrétisée est assurée.

Conditions limites

Mis à part sur les interfaces barres/éprouvette, le maillage est libre de toute contrainte. L'interface entrante est soumise à la vitesse expérimentale entrante issue des jauges après traitement du signal. En ce qui concerne l'interface sortante, une condition d'impédance est imposée afin de s'affranchir de mailler la barre sortante (Figure 9).

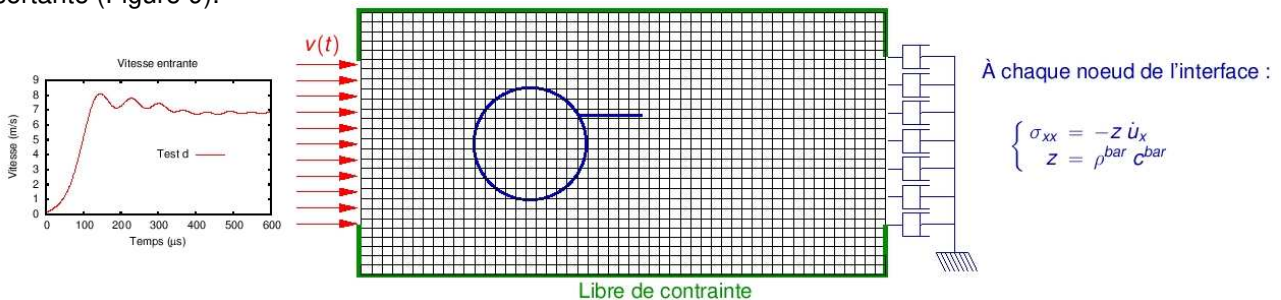


Figure 9. Conditions limites et maillage.

Paramètres de rupture

Le PMMA étant considéré fragile en rupture dynamique, les facteurs d'intensités dynamiques en mode 1 et en mode 2 sont choisis pour représenter la rupture. Afin d'estimer ces quantités, il faut découpler les modes. A partir de l'équivalent pour la dynamique de la relation d'Irwin en déformation plane (Eq. 4) et de l'équivalent du concept d'intégrale d'interaction en dynamique (Eq. 5) [6-7], qui peuvent être relié en choisissant un champ auxiliaire approprié, le découplage des modes est réalisable (Eq. 6).

$$J = \frac{(1-\nu^2)}{E} \left(f_1(\dot{a}) K_1^{dyn} K_1^{aux} + f_2(\dot{a}) K_2^{dyn} K_2^{aux} \right) \quad (\text{Eq. 4})$$

$$J^{int} = - \int_A q_{k,j} \left[(\sigma_{pq}^{aux} u_{p,q} - \rho \dot{u}_p \dot{u}_p^{aux}) \delta_{kj} - (\sigma_{ij}^{aux} u_{i,k} + \sigma_{ij} u_{i,k}^{aux}) \right] dS + 2 \int_A q_k \left[(\sigma_{ij,j}^{aux} u_{i,k} + \rho \ddot{u}_i u_{i,k}^{aux}) + (\rho \dot{u}_i^{aux} \dot{u}_{i,k} + \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}^{aux}) \right] dS \quad (\text{Eq. 5})$$

$$J^{int} = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \left(f_1(\dot{a}) K_1^{dyn} K_1^{aux} + f_2(\dot{a}) K_2^{dyn} K_2^{aux} \right) \quad (\text{Eq. 6})$$

$$K_1^{dyn} \text{ est calculé avec } (K_1^{aux}, K_2^{aux}) = (1, 0) \quad K_2^{dyn} \text{ est calculé avec } (K_1^{aux}, K_2^{aux}) = (0, 1)$$

Critères de propagation

Pour ce matériau fragile, on considère que le phénomène de rupture est piloté par l'intensité des contraintes circonférentielles au voisinage du front de fissure. Par conséquent, la direction de propagation est définie comme étant celle pour laquelle la contrainte circonférentielle est maximale comme cela a été étudié dans [8]. L'expression analytique obtenue pour l'initiation est supposée valable quelque soit la phase de propagation (Eq. 7-8).

$$\theta_c = \max_{\theta \in]-\pi, \pi[} \sqrt{r} \sigma_{\theta\theta}(\phi) \quad \phi = \arctan \left(\frac{K_2^{dyn}}{K_1^{dyn}} \right) \quad (\text{Eq. 7})$$

$$\theta_c = 2 \arctan \left(\frac{1}{4} \left[\frac{K_1^{dyn}}{K_2^{dyn}} + \text{sign}(K_2^{dyn}) \sqrt{8 + \left(\frac{K_1^{dyn}}{K_2^{dyn}} \right)^2} \right] \right) \quad (\text{Eq. 8})$$

Ensuite, l'intensité du chargement au voisinage du front est calculée en utilisant un facteur d'intensité des contraintes équivalent correspondant à la valeur du facteur d'intensité des contraintes que l'on aurait en mode 1 pur dans la direction de propagation privilégiée (Eq. 9).

$$K_{eq}^{dyn} = \cos^3 \frac{\theta_c}{2} K_1^{dyn} - \frac{3}{2} \cos \frac{\theta_c}{2} \sin \theta_c K_2^{dyn} \quad (\text{Eq. 9})$$

Enfin, la rupture se produit lorsque ce facteur d'intensité des contraintes équivalent atteint une valeur critique définie comme étant la ténacité quasi-statique. Durant la propagation, la vitesse du front est supposée s'adaptée afin que le facteur d'intensité des contraintes équivalent reste égale à la ténacité dynamique dépendante de la vitesse du front de fissure (Eq. 10).

$$\begin{cases} \text{if } K_{eq}^{dyn} < K_{1c} & \text{then } \dot{a} = 0 & \text{(no propagation)} \\ \text{else } \dot{a} > 0 & \text{and } K_{eq}^{dyn} = K_D(\dot{a}) & \text{(propagation)} \end{cases} \quad (\text{Eq. 10})$$

Notre expression de ténacité dynamique est basée sur l'expression donnée par [9] (Eq. 11). Toutes les hypothèses précédentes seront à valider en comparant les résultats numériques aux résultats expérimentaux.

$$\text{On choisit } K_D(\dot{a}) = \frac{K_{1c}}{1 - \left(\frac{\dot{a}}{c_R}\right)} \text{ ainsi, } \dot{a} = \left(1 - \frac{K_c}{K_{eq}^{dyn}}\right) * c_R \quad (\text{Eq. 11})$$

Résultats numériques

Les critères précédents permettent de décrire la propagation mais il manque la valeur de la ténacité quasi-statique pour faire les simulations de propagation dynamique.

Deux séries de simulations sont donc effectuées. La première série, sans propagation, va nous permettre de déterminer la valeur de la ténacité quasi-statique et la seconde série, avec propagation, nous fournira le trajet de fissure et la vitesse du front afin de comparer avec les expériences réalisées.

Tout d'abord, l'angle d'initiation est mesuré sur les trajets de fissure *post mortem* issus des expériences (Figure 10). Une série de simulations numériques sans propagation est réalisée et un graphique présentant l'évolution temporelle de l'angle d'initiation privilégié ainsi que l'évolution temporelle du facteur d'intensité des contraintes équivalent est tracé. En reportant l'angle d'initiation relevé sur les éprouvettes *post mortem* sur le graphique, on obtient l'instant d'amorçage et la valeur du facteur d'intensité des contraintes équivalent correspondante qui est justement la ténacité quasi-statique (Figure 10).

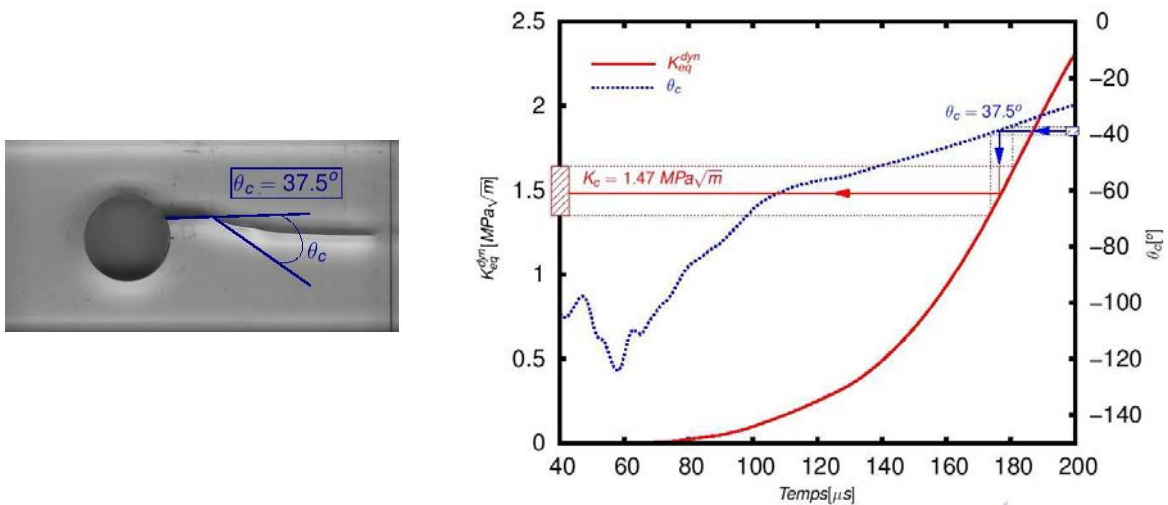


Figure 10. Obtention de la ténacité quasi-statique à partir de la mixité d'amorçage.

Ensuite, cette valeur de ténacité quasi-statique est utilisée pour effectuer la simulation numérique de la propagation. Les différentes phases d'initiation, de propagation, d'arrêt et de redémarrage sont présentes. Mais si les trajets de fissures sont très proches lors de l'initiation, il diverge un peu lors de la propagation. L'arrêt numérique se produit plus tôt et dure plus longtemps que l'arrêt expérimental. La valeur de la ténacité quasi-statique semble donc trop importante pour une bonne simulation de la propagation de la fissure.

Une explication assez simple est que le rayon de fond d'entaille de la pré-fissure est beaucoup plus important que le rayon de fond de fissure lors de la propagation sur les éprouvettes expérimentales alors qu'il est constant lors des simulations. Par ailleurs, la ténacité macroscopique augmente lorsque le rayon de fond d'entaille croît [10].

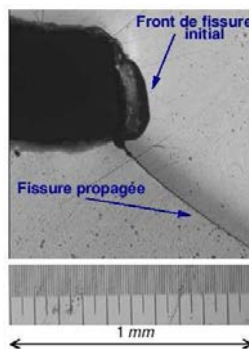


Figure 11. Fond d'entaille à l'initiation et fissure propagée.

Ainsi les mêmes simulations sont réalisées avec une ténacité plus faible et on observe alors une bonne concordance des trajets de fissures et l'arrêt se produit en même temps et au même endroit sur les simulations et durant les expériences (Figure 12-13).

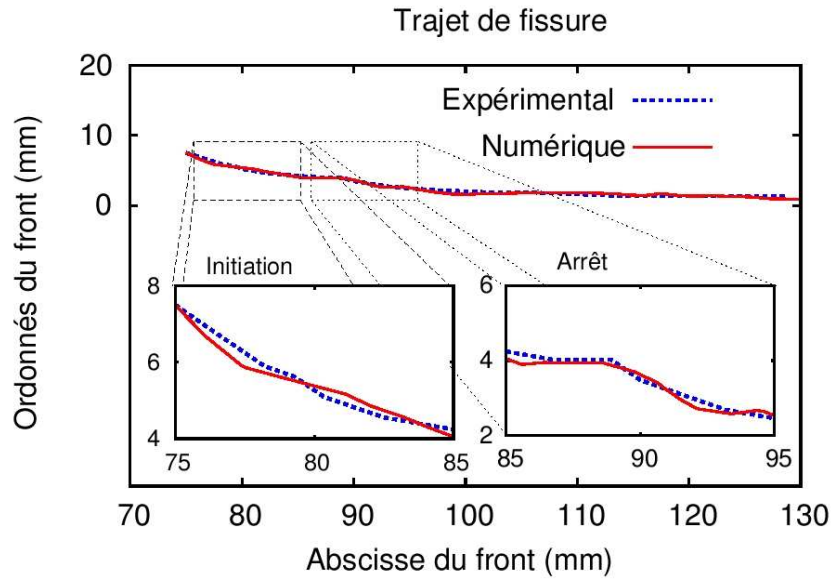


Figure 12. Comparaison des trajets de fissure expérimental et numérique.

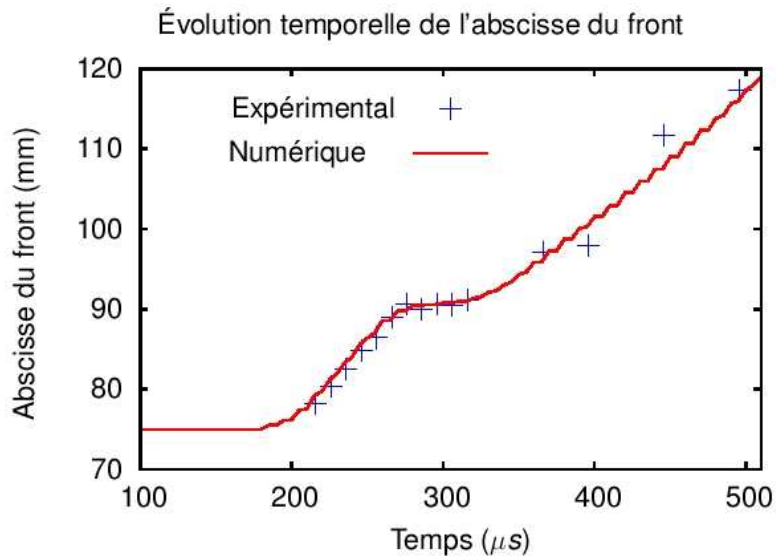


Figure 13. Comparaison des abscisses du front au cours du temps.

Remerciements

Nous remercions vivement le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique où nous avons réalisé les expériences de rupture dynamique.

Conclusion

Nous avons développé un outil de simulation basé sur la méthode des éléments finis étendus pour la rupture dynamique élastique sous chargement mixte et une expérience simple nous permet de tester la qualité de ces simulations.

De plus, un critère simple de contrainte circonférentielle maximum semble suffisant pour représenter la propagation dynamique de fissure dans du PMMA.

Mais pour l'instant ce critère n'est pas encore compatible avec les phases d'initiation et de propagation. Ainsi un nouveau critère permettant de représenter toutes les phases de propagation doit être exhibé.

Enfin, pour tester la validité de ce nouveau critère et sa dépendance avec la vitesse front de fissure, d'autres expériences avec d'autres géométries de pré-entailles et différentes vitesses de chargement sont à prévoir.

Références:

- [1] H. Kolsky, An investigation of the mechanical properties of material at a very high rate of loading, Proc. Phys. Soc., B-62, 676-700, 1949.
- [2] H. Zhao et G. Gary, A three dimensional analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar. Application to experimental techniques, J. Mech. Phys. Solids, 43-8, 1335-1348, 1995.
- [3] T. Karimzada et H. Maigre, Modelisation of dynamic crack propagation criteria, 6th International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading, Krakow, Poland, Journal de Physique IV (Proceedings) 10(9), 461-466, 2000.
- [4] N. Moës, J. Dolbow et T. Belytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, Int. J. Numer. Meth. Engng., 46, 131-150, 1999.
- [5] J. Dolbow, N. Moës et T. Belytschko, Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method, Int. J. Numer. Meth. Engng., 36, 235-260, 2000.
- [6] J. Réthoré, A. Gravouil et A. Combescure, An energy conserving scheme for dynamic crack growth with the extended finite element method, Int. J. Numer. Meth. Engng., 63, 631-659, 2005
- [7] J. Réthoré, Méthodes éléments finis étendus en espace et en temps : Application à la propagation dynamique de fissures, Ph.D Thesis, Insa de Lyon, 2005.
- [8] H. Maigre et D. Rittel, Mixed-mode quantification for dynamic fracture initiation : Application to the compact compression specimen, Int. J. Solids Structures, 30(23), 3233-3244, 1993.
- [9] M. Kanninen et C. H. Popelar, *Advanced fracture mechanics*, Oxford University Press, 1985.
- [10] N. Saad, R. Estevez, C. Olagnon, R. Seguela, Calibration of a viscoplastic cohesive zone for crazing in PMMA, Engineering Fracture Mechanics, 73, 2503-2522, 2006.