



**HAL**  
open science

## Un descripteur efficace pour la reconnaissance des symboles graphiques basé sur la transformée de Radon

Nafaa Nacereddine, Salvatore Tabbone, Djemel Ziou, Latifa Hamami

### ► To cite this version:

Nafaa Nacereddine, Salvatore Tabbone, Djemel Ziou, Latifa Hamami. Un descripteur efficace pour la reconnaissance des symboles graphiques basé sur la transformée de Radon. Colloque International Francophone sur l'Écrit et le Document - CIFED 2010, Mar 2010, Sousse, Tunisie. pp.201-216. hal-00492544

**HAL Id: hal-00492544**

**<https://hal.science/hal-00492544>**

Submitted on 16 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Un descripteur efficace pour la reconnaissance des symboles graphiques basé sur la transformée de Radon

N. Nacereddine\*, S. Tabbone\*, D. Ziou\*\*, L. Hamami\*\*\*

\* Loria – UMR 7503,  
Campus Scientifique BP 239, 54500, Vandoeuvre-lès-Nancy, France  
{naceredn,tabbone}@loria.fr

\*\* Dpt d'informatique, Université de Sherbrooke  
J1K 2R1, Sherbrooke (QC), Canada  
djemel.ziou@usherbrooke.ca

\*\*\* Dpt d'Electronique, Ecole Nationale Polytechnique  
10, Av. Hassen Badi, BP 182, El Harrach, 16200 Alger, Algérie  
latifa.hamami@enp.edu.dz

---

*RÉSUMÉ.* Le choix des descripteurs constitue un problème majeur dans les systèmes d'analyse d'images, car ces descripteurs conditionnent fortement le résultat final de la recherche ou de la classification. Dans cet article, après avoir proposé un nouveau descripteur invariant aux transformations géométriques usuelles, basé sur la transformée de Radon appelé  $\Phi$ -signature, un autre ensemble de descripteurs qui découle des transformations en ondelettes de ladite signature et de la  $\mathcal{R}$ -signature, est présenté. Les résultats expérimentaux montrent l'efficacité de ces descripteurs, particulièrement pour des formes complexes non pleines de type symbole graphique.

*ABSTRACT.* The choice of descriptors constitutes a major problem in the image analysis systems, because the final retrieval or classification rates are strongly dependant of these descriptors. In this paper, after we have proposed a new descriptor invariant to common geometric transformations based on the Radon transform, named  $\Phi$ -signature, another set of descriptors derived from the wavelet transform of the mentioned signature and the  $\mathcal{R}$ -signature, is presented. The experimental results show the efficiency of these descriptors, especially for complex shape such as graphical symbols.

*MOTS-CLÉS :* Transformée de Radon,  $\Phi$ -signature,  $\mathcal{R}$ -signature, Transformée en ondelettes, Symbole graphique.

*KEYWORDS :* Radon transform,  $\Phi$ -signature,  $\mathcal{R}$ -signature, Wavelet transform, Graphical symbol.

---

## 1. Introduction

La forme est reconnue comme étant l'une des principales caractéristiques qui décrivent le contenu d'une image. La description et la discrimination des formes planes est l'un des problèmes de la vision par ordinateur et de la reconnaissance des formes (Dryden *et al.*, 1998, Chen *et al.*, 2009). Les principales qualités d'un descripteur est d'une part sa grande capacité de discrimination de sorte qu'il puisse grouper des formes similaires entre elles et séparer les formes dissimilaires dans des groupes différents (Kim *et al.*, 2000); et d'autre part, le faible caractère redondant de ses composantes de sorte qu'un nombre minimal de celles-ci suffit à caractériser une forme efficacement. Des perturbations telles que le bruit, les distorsions et les occlusions doivent être prises en compte car ils peuvent changer la forme d'une manière complexe et subtile (Chen *et al.*, 2008). Il est évident qu'un descripteur fiable doit être d'abord invariant par rapport aux transformations géométriques usuelles telles la translation, la rotation et le changement d'échelle car les paramètres régissant le processus de capture par caméra, tels que l'angle et la distance de prise de vue, peuvent être inconnus et peuvent aussi varier d'une manière significative. De plus, un système de vision humaine doit identifier un objet comme tel en dépit de sa position, son orientation ou sa taille.

Les descripteurs de formes peuvent être scindés en deux catégories principales ; l'une est basée sur les contours et l'autre, sur les régions. Les descripteurs de la première catégorie ne peuvent pas détecter la structure interne de la forme puisqu'ils sont basés sur les contours uniquement. En outre, ces méthodes ne sont pas adaptées aux formes disjointes ou creuses, qui est le cas des symboles graphiques, car l'information sur le contour n'est pas disponible. Par conséquent, elles sont limitées à un certains types d'applications (Tabbone *et al.*, 2006).

Une panoplie de descripteurs basés sur la région, i.e. tous les pixels contenus dans la forme, est proposée dans la littérature. Nous pouvons particulièrement citer les méthodes basées sur la théorie des moments (Belkasim *et al.* 1991, Prokop *et al.* 1992) incluant les moments géométriques de Legendre et Zernike (Mukundan *et al.* 1995). Une attention particulière est accordée dans le paragraphe suivant aux descripteurs de Fourier génériques qui sont proposés par (Zhang *et al.*, 2002) car ce descripteur sera utilisé et comparé avec le nôtre dans les expérimentations. Pour pallier au problème de la rotation dans le spectre de Fourier, une transformée de Fourier 2D est appliquée sur une image polaire échantillonnée en trame. Des résultats expérimentaux attestent la supériorité de cette méthode par rapport aux descripteurs les plus courants (Zhang *et al.* 2004). Néanmoins, son inconvénient réside dans son temps de calcul qui reste considérable. De plus, les descripteurs basés sur les régions doivent souvent être normalisés pour acquérir la propriété de l'invariance, d'où des erreurs peuvent être induites.

Cet article propose un nouveau descripteur de forme, appelé  $\Phi$ -signature, en exploitant directement le sinogramme donné par la transformée de Radon (Deans, 1993) de la forme d'un objet. Ainsi, toutes les propriétés morphologiques et les

transformations géométriques nécessaires pour le calcul de la  $\Phi$ -signature d'une forme sont extraites directement sur la transformée de Radon sans avoir à recourir aux pixels dans le domaine spatial. Les descripteurs issus de la  $\mathfrak{R}$ -transformée proposée par (Tabbone *et al.*, 2006) utilisent également la transformée de Radon. Elle consiste à faire, pour une colonne donnée dans la matrice de Radon la somme des éléments au carré. Elle s'avère être un descripteur adapté pour identifier des formes rectilignes des formes rondes (cf. §3) et elle a aussi l'avantage d'être une méthode rapide et robuste au bruit car elle est indépendante du centre de gravité.

La  $\Phi$ -signature se veut être une transformation complémentaire à la  $\mathfrak{R}$ -signature en considérant cette fois-ci, dans la matrice de Radon, la somme des éléments pour une ligne donnée. Il sera donc prévisible que le descripteur issu de la concaténation des deux signatures soit doté d'un pouvoir discriminant plus grand pour certaines classes de formes, à l'instar des symboles graphiques. Par ailleurs, il est à noter, à travers les expérimentations, une amélioration de performance pour ces descripteurs basés sur la transformée en ondelettes. Le reste de l'article est organisé comme suit. Les sections 2 et 3 sont respectivement dédiées aux GFD et la transformée de Radon et la  $\mathfrak{R}$ -signature. La  $\Phi$ -signature sera détaillée dans la section 4. La section 5 donnera un rappel sur la transformée en ondelettes et leur utilisation pour l'obtention du descripteur combiné. Les résultats expérimentaux seront présentés et commentés dans la section 6. Enfin, la section 7 sera consacrée aux conclusions.

## 2. Les descripteurs de Fourier génériques

Nous rappelons ici le GFD car nous l'utilisons en comparaison à nos résultats. La transformée de Fourier a été largement utilisée dans le traitement et l'analyse d'images. L'avantage d'analyser une image dans le domaine spectral sur l'analyse de la forme dans le domaine spatial est qu'il est facile de pallier au problème du bruit qui est fréquent dans les images numériques. Comme première étape, l'image d'entrée  $f(x,y)$  est transformée en une image polaire  $f(r,\theta)$  où

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, \quad \theta = \arctan \frac{y - y_c}{x - x_c} \quad [1]$$

où  $(x_c, y_c)$  sont les coordonnées du centre de gravité. Ensuite, une transformation de l'image polaire échantillonnée en trame dans le système des coordonnées cartésiennes est réalisée. Autrement dit, ces images sont créées par un échantillonnage circulaire de l'objet/surface dans l'image. Alors une transformation de Fourier 2-D sur l'image transformée est calculée :

$$FP_2(\rho, \phi) = \sum_r \sum_i f(r, \theta_i) \exp \left[ -j2\pi \left( \frac{r}{R} \rho + \frac{i}{T} \phi \right) \right] \quad [2]$$

où  $0 \leq \rho < R$  et  $\theta_i = i(2\pi/T)$  ( $0 \leq i < T$ );  $0 \leq \rho < R, 0 \leq \phi < T$ .  $R$  et  $T$  sont respectivement, les résolutions radiale et angulaire.

N. Nacereddine, S. Tabbone, D. Ziou, L. Hamami

Enfin, les descripteurs de Fourier génériques (GFD) (Zhang *et al.*, 2002) sont calculés à partir de  $FP_2$  normalisés et sont donnés comme suit :

$$\text{GFD} = \left\{ \frac{|FP_2(0,0)|}{\pi \times r_{\max}^2}, \frac{|FP_2(0,1)|}{|FP_2(0,0)|}, \dots, \frac{|FP_2(0,n)|}{|FP_2(0,0)|}, \dots, \frac{|FP_2(m,0)|}{|FP_2(0,0)|}, \dots, \frac{|FP_2(m,n)|}{|FP_2(0,0)|} \right\} \quad [3]$$

où  $m$  et  $n$  sont respectivement, le nombre maximal des fréquences radiales et angulaires sélectionnées et  $r_{\max}$  est le rayon maximal de l'objet.

### 3. Transformée de Radon, ses propriétés et $\mathfrak{R}$ -signature

Etant donnée une fonction  $f$  à valeurs réelles dans  $\mathfrak{R}^2$ , on définit la transformée de Radon par la fonctionnelle

$$f^\vee(p, \phi) = \int_L f(x, y) ds, \quad L \in \mathcal{L}$$

où  $L$  est une ligne spécifiée par des paramètres réels  $p$  et  $\phi$  tels que  $L = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : x \cos \phi + y \sin \phi = p\}$  et  $ds$  est une différentielle de la longueur le long de  $L$  de l'ensemble des lignes  $\mathcal{L}$  sur  $\mathfrak{R}^2$ .

Nous obtenons toutes les lignes possibles en prenant  $p \geq 0$ ,  $-\pi < \phi \leq \pi$  ou en prenant  $-\infty < p < \infty$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi$ . En d'autres termes, l'expression de la transformée de Radon d'une fonction  $f$  est donnée par

$$f^\vee(p, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - p) dx dy \quad [4]$$

où  $\delta(\cdot)$  est la fonction delta de Dirac ( $\delta(x) = 1$  si  $x = 0$  et  $\delta(x) = 0$  si  $x \neq 0$ ).

Maintenant, supposons qu'un nouveau système d'axes est introduit où les axes de  $x$  et de  $y$  ont pivoté d'un angle  $\phi$ . Si les nouveaux axes sont marqués par  $p$  et  $s$  comme illustrés dans Figure 1, alors

$$\begin{cases} x = p \cos \phi - s \sin \phi \\ y = p \sin \phi + s \cos \phi \end{cases} \quad [5]$$

et par conséquent, nous avons une forme plus explicitée de la transformée

$$f^\vee(p, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) ds \quad [6]$$

Dans le domaine de la reconnaissance de forme,  $f$  représente une forme plane binaire. Ainsi, il est d'un intérêt particulier de considérer le cas dans lequel la fonction générale  $f$  est remplacée par une fonction particulière  $f_D$  où

$$f_D(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) \in D \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad [7]$$

où  $D$  est le domaine de la forme binaire.

A partir des définitions, les propriétés de la périodicité et de la symétrie peuvent être aisément obtenues :

$$f^\vee(p, \phi) = f^\vee(p, \phi \pm 2k\pi) \quad [8]$$

$$f^\vee(p, \phi) = f^\vee(-p, \phi \pm (2k+1)\pi) \quad [9]$$

où  $k$  étant un entier relatif. Puisque la transformée de Radon est linéaire par définition, des propriétés géométriques telles que les lignes droites ou des courbes peuvent être mise en évidence explicitement par la transformée de Radon qui concentre les énergies (loci de l'intersection de plusieurs courbes sinusoïdales) à partir de l'image dans quelques coefficients à valeurs élevées dans le domaine transformé. En effet, chaque pixel  $(x, y)$  dans  $f_D$  est balayé par  $N_\phi$  lignes à partir de plusieurs directions, ce qui garantit que la transformée est non seulement sans perte mais aussi riche en informations.

La transformée de Radon possède plusieurs autres propriétés et dont certaines sont pertinentes pour la représentation de forme :

- Translation par un vecteur  $(x_0, y_0)$  :  $f^\vee(p - x_0 \cos \phi - y_0 \sin \phi, \phi)$ . Une translation de  $f$  implique un décalage de sa transformée en  $p$  par une distance égale à la projection du vecteur de translation sur la droite  $p = x \cos \phi + y \sin \phi$ .
- Changement d'échelle par  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) :  $f^\vee(\alpha p, \phi) / \alpha$ . Un changement d'échelle de  $f$  implique un changement d'échelle dans les coordonnées  $p$  et l'amplitude de la transformée.
- Rotation par un angle  $\phi_0$  :  $f^\vee(p, \phi + \phi_0)$  si  $0 \leq \phi + \phi_0 \leq \pi$ . Une rotation de l'image par un angle  $\phi_0$  implique un décalage de la transformée de Radon en  $\phi$ . La propriété de rotation complète, sera explicitée dans la section 5.

Pour qu'il soit utile, un système de reconnaissance de formes doit être capable de présenter une invariance par rapport aux transformations géométriques de translation, de rotation et de changement d'échelle. Pour mesurer la similarité entre les matrices de Radon de deux formes, il est nécessaire de connaître les transformations géométriques principales de passage d'une forme à une autre. Cependant, nous pouvons voir selon les propriétés précédentes que si une forme donnée est assujettie à une translation, une rotation et un changement d'échelle, il sera difficile de récupérer tous les paramètres des transformations géométriques à partir de la transformée de Radon.

Pour surmonter ce problème, une première adaptation originale de la transformée de Radon a été proposé dans (Tabbone *et al.*, 2006), dont la définition est donnée par

$$\mathfrak{R}_f(\phi) = \int_{-\infty}^{\infty} (f^\vee(p, \phi))^2 dp \quad [10]$$

Cette fonction est appelée la  $\mathfrak{R}$ -transformée ou  $\mathfrak{R}$ -signature.

A travers les propriétés énumérées par les auteurs, il en résulte que la  $\mathfrak{R}$ -signature est invariante à la translation et au changement d'échelle. Une rotation de la forme implique une translation de la transformée modulo  $\pi$ . Pour rendre cette signature invariante également à la rotation, nous avons centré la  $\mathfrak{R}$ -signature en utilisant la transformée de Fourier de sorte que la composante nulle de fréquence soit décalée au centre du spectre de  $\mathfrak{R}^f$ . Une autre adaptation originale de la transformée de Radon fera l'objet d'une étude détaillée dans la section suivante.

#### 4. $\Phi$ -signature

Avant de définir la  $\Phi$ -signature, rappelons que la translation affecte fortement les éléments de la matrice de Radon d'après sa propriété de translation citée dans la section 3. L'invariance en translation est réalisée par le calcul des projections de Radon en utilisant le centre de gravité de l'objet comme centre de l'image i.e. origine du système d'axes  $x, y$ . Faisons donc cette manipulation en exploitant uniquement le sinogramme donné par la transformée de Radon. Ainsi, nous exprimons tout d'abord les coordonnées du centre de gravité  $(x^f, y^f)$  de la fonction  $f$  en fonction de la transformée de Radon  $f^\vee$ .

Dans le système d'axes  $x$  et  $y$ , les coordonnées du centre de gravité sont données par

$$x^f = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xf(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy}, \quad y^f = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} yf(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy} \quad [11]$$

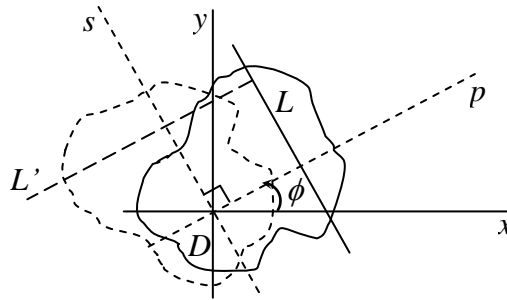
En utilisant l'équation [5], on déduit que la valeur du Jacobien, calculé dans le changement de coordonnées  $(x, y) \rightarrow (p, s)$ , est égal à 1, alors  $x^f$  peut être donné par

$$\begin{aligned} x^f &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (p \cos \phi - s \sin \phi) f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) dp ds}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) dp ds} \\ &= \cos \phi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) ds dp}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) ds dp} \\ &\quad - \sin \phi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} sf(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) ds dp}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) ds dp} \end{aligned} \quad [12]$$

En utilisant l'équation  $f^\vee(p, \phi) = g^\vee(p, \phi + \pi/2)$  avec  $g = \text{rot}_{\pi/2}(f)$ , qu'on peut démontrer (voir Figure 1), et en suivant le même raisonnement pour le calcul de  $y^f$ , les coordonnées du centre de gravité sont exprimées, quelque soit  $\phi$ , par

$$\begin{aligned}
 x^f &= \cos \phi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p f^\vee(p, \phi) dp}{\int_{-\infty}^{\infty} f^\vee(p, \phi) dp} - \sin \phi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p f^\vee(p, \phi + \pi/2) dp}{\int_{-\infty}^{\infty} f^\vee(p, \phi) dp} \\
 y^f &= \sin \phi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p f^\vee(p, \phi) dp}{\int_{-\infty}^{\infty} f^\vee(p, \phi) dp} + \cos \phi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p f^\vee(p, \phi + \pi/2) dp}{\int_{-\infty}^{\infty} f^\vee(p, \phi) dp}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

On peut calculer  $x^f$  et  $y^f$  pour plusieurs valeurs  $\phi$  et moyenner sur les résultats.



**Figure 1.** L'objet et en pointillés l'objet pivoté de  $\pi/2$  dans les repères  $(x,y)$  et  $(p,s)$

Maintenant, nous allons utiliser la fonction tradlatée  $f_c$  dont le centre de masse doit coïncider avec le centre de l'image qui est aussi l'origine du système d'axe  $x, y$ .

$$f_c(x, y) = f(x + x^f, y + y^f) \tag{14}$$

En utilisant la propriété de translation de la transformée de Radon, un calcul direct de celle-ci pour l'image centrée peut être obtenu sans passer par le centrage de l'image. En effet, on a

$$f_c^\vee(p, \phi) = f^\vee(p + x^f \cos \phi + y^f \sin \phi, \phi) \tag{15}$$

Maintenant, donnons une première définition de la  $\Phi$ -signature comme étant l'intégrale de la transformée de Radon de  $f_c$  par rapport à  $\phi$

$$\Phi_1^f(p) = \int_0^\pi f_c^\vee(p, \phi) d\phi \tag{16}$$

Avant d'aller plus loin dans le développement de cette fonction, examinons d'une manière plus détaillée la propriété de rotation pour la transformée de Radon représentée sur  $[0 \pi]$ . Soit la fonction  $f_r$ , la transformée de l'objet centré par une rotation d'un angle  $\phi_0$  ( $\phi_0 \in [-\pi \pi]$ ) i.e. pour tout  $x, y$  de  $\mathfrak{R}^2$ ,

$$f_r(x, y) = f_c(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0, -x \sin \phi_0 + y \cos \phi_0) \tag{17}$$



N. Nacereddine, S. Tabbone, D. Ziou, L. Hamami

Si  $\phi_0 \in [-\pi, 0]$ , alors

$$f_r^\vee(p, \phi) = \begin{cases} f_c^\vee(-p, \phi + \phi_0 + \pi) & \text{si } \phi + \phi_0 \leq 0 \\ f_c^\vee(p, \phi + \phi_0) & \text{si } \phi + \phi_0 > 0 \end{cases} \quad [18]$$

Si  $\phi_0 \in [0, \pi]$ , alors

$$f_r^\vee(p, \phi) = \begin{cases} f_c^\vee(p, \phi + \phi_0) & \text{si } \phi + \phi_0 \leq \pi \\ f_c^\vee(-p, \phi + \phi_0 - \pi) & \text{si } \phi + \phi_0 > \pi \end{cases} \quad [19]$$

Il apparaît de la transformée de Radon  $f_r^\vee$  que l'invariance de  $\Phi_1^f$  par rapport à la rotation ne peut être garantie. A cet effet, en utilisant la propriété de symétrie donnée dans (Deans, 1993, Chen *et al.*, 2008), une extension de la transformée de Radon sur  $[0, 2\pi]$  est obtenue

$$f_{c, 2\pi}^\vee(p, \phi) = \begin{cases} f_c^\vee(p, \phi) & \text{si } \phi \in [0, \pi[ \\ f_c^\vee(-p, \phi) & \text{si } \phi \in [\pi, 2\pi[ \end{cases} \quad [20]$$

Alors, énonçons la deuxième définition de la  $\Phi$ -signature

$$\Phi_2^f(p) = \int_0^{2\pi} f_{c, 2\pi}^\vee(p, \phi) d\phi \quad [21]$$

Ainsi, en utilisant cette définition et la périodicité de la transformée de Radon donnée dans (Deans, 1993), l'invariance de  $\Phi_2^f$  par rapport à la rotation peut en découler.

*Preuve :* Si on pose  $\phi + \phi_0 = \phi'$ ;  $\phi: 0 \rightarrow 2\pi$ ; alors,  $d\phi = d\phi'$ ;  $\phi': \phi_0 \rightarrow 2\pi + \phi_0$

$$\begin{aligned} \Phi_2^f(p) &= \int_0^{2\pi} f_{c, 2\pi}^\vee(p, \phi + \phi_0) d\phi = \int_{\phi_0}^{2\pi + \phi_0} f_{c, 2\pi}^\vee(p, \phi') d\phi' \\ &= \int_{\phi_0}^{2\pi} f_{c, 2\pi}^\vee(p, \phi') d\phi' + \int_{2\pi}^{2\pi + \phi_0} f_{c, 2\pi}^\vee(p, \phi') d\phi' = \Phi_2^f(p) \end{aligned} \quad [22]$$

Avant de donner la formulation de la  $\Phi$ -signature finale, quelques transformations de ladite signature sont nécessaires pour qu'elle soit invariante au changement d'échelle.

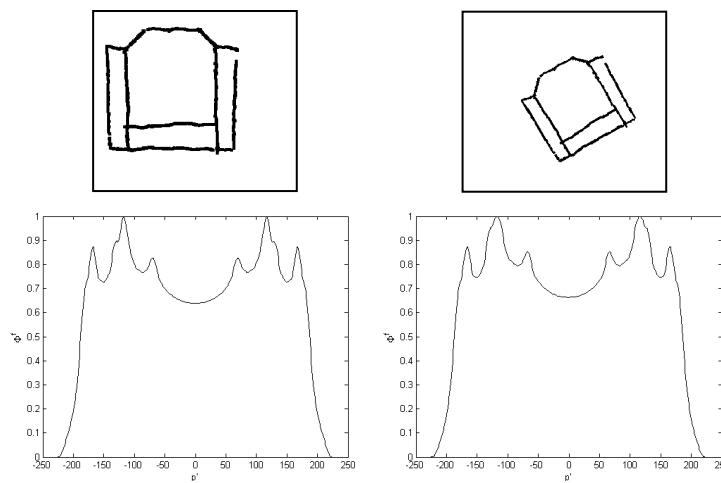
Soit la fonction  $f_s$ , la transformée de l'objet centré par un changement d'échelle de facteur  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) i.e. pour tout  $x, y$  de  $\mathfrak{R}^2$ ,  $f_s(x, y) = f_c(\alpha x, \alpha y)$ , alors

$$\Phi_2^{f_s}(p) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\alpha} f_{c, 2\pi}^\vee(\alpha p, \phi) d\phi = \frac{1}{\alpha} \Phi_2^f(\alpha p) \quad [23]$$

Donc, une normalisation par rapport à l'amplitude et par rapport à l'échelle de  $p$  rend la  $\Phi$ -signature invariante par rapport au changement d'échelle. La normalisation par rapport à l'amplitude peut être obtenue par la division de  $\Phi_2^f$  par

sa valeur maximale; tandis que  $p$  peut être normalisé en  $p'$  par interpolation de  $\Phi_2^f$  de sorte que la partie non nulle de celle-ci s'étale sur toute l'échelle de  $p$  i.e. la diagonale de l'image  $D_n$ . Dans la suite,  $\Phi^f$  désignera la version finale de la  $\Phi$ -signature invariante à la translation (T), rotation (R) et changement d'échelle (S).

En résumé, la  $\Phi$ -signature est donc invariante à la translation car elle utilise la transformée de Radon de l'image centrée et elle est invariante à la rotation car elle utilise la transformée de Radon calculée sur  $[0, 2\pi]$ . Elle est aussi invariante au changement d'échelle après normalisation. La figure 3 montre la  $\Phi$ -transformée d'un objet et celle du même objet translaté, pivoté et redimensionné.



**Figure 2.**  $\Phi$ -signature d'un objet et celle de sa transformée par les opérations RST

### 5. Descripteurs d'ondelettes à partir de $\Phi$ -signature et $\mathfrak{R}$ -signature

Les transformées en ondelette (WT) peuvent être perçues comme une décomposition du signal en un ensemble de fonctions de base, qui peuvent être obtenues à partir d'une ondelette « mère » par translation et dilatation (Mallat 1999, Rao *et al.*, 1998). Les transformées en ondelettes ont été utilisées dans un grand nombre d'applications car elles fournissent une approximation du signal aussi bien que les détails de ce dernier. Dans cet article, la transformée d'ondelette continue (CWT) (Chui, 1992) utilisant une certaine ondelette  $\psi$  est appliquée pour représenter  $\Phi^f$  et  $\mathfrak{R}^f$  sur plusieurs niveaux différents selon le nombre de détails. Puisque les signatures considérées sont déjà invariantes aux transformations géométriques de translation, rotation, et changement d'échelle, alors l'information fournie par leur CWT est exploitée sans transformations. La CWT d'un signal  $s(t)$  à une échelle  $a$  et une position  $b$  est définie comme

$$C_a(b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad [24]$$

où  $s$  représente :

- la  $\Phi$ -signature avec  $t = p'$  et  $R = [-D_n/2 \ D_n/2]$ , ou bien
- la  $\mathfrak{R}$ -signature avec  $t = \phi$  et  $R = [0 \ 180]$  ( $\pi$  radians = 180 degrés).

Les coefficients d'ondelettes  $C_a(b)$  pour une échelle  $a$  sont définis pour toutes les positions  $b$  du domaine de définition. Néanmoins, pour chacune des échelles, la résolution du descripteur basée sur ces coefficients peut être fixée à  $L$ . Si l'ensemble des échelles est défini comme  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ , le nombre d'échelles du descripteur est  $r$ . Alors la dimensionnalité du descripteur basée sur la transformée en ondelettes est égale à  $L \times r$ . Ainsi, les coefficients d'ondelette des signatures  $\Phi^f$  et  $\mathfrak{R}^f$  sont obtenus, respectivement, comme suit

$$w\Phi^f = [C_{a_1}^\Phi(1), \dots, C_{a_1}^\Phi(L), C_{a_2}^\Phi(1), \dots, C_{a_2}^\Phi(L), \dots, C_{a_r}^\Phi(1), \dots, C_{a_r}^\Phi(L)] \quad [25]$$

$$w\mathfrak{R}^f = [C_{a_1}^{\mathfrak{R}}(1), \dots, C_{a_1}^{\mathfrak{R}}(L), C_{a_2}^{\mathfrak{R}}(1), \dots, C_{a_2}^{\mathfrak{R}}(L), \dots, C_{a_r}^{\mathfrak{R}}(1), \dots, C_{a_r}^{\mathfrak{R}}(L)] \quad [26]$$

Un autre descripteur est obtenu en concaténant les descripteurs décrits plus haut

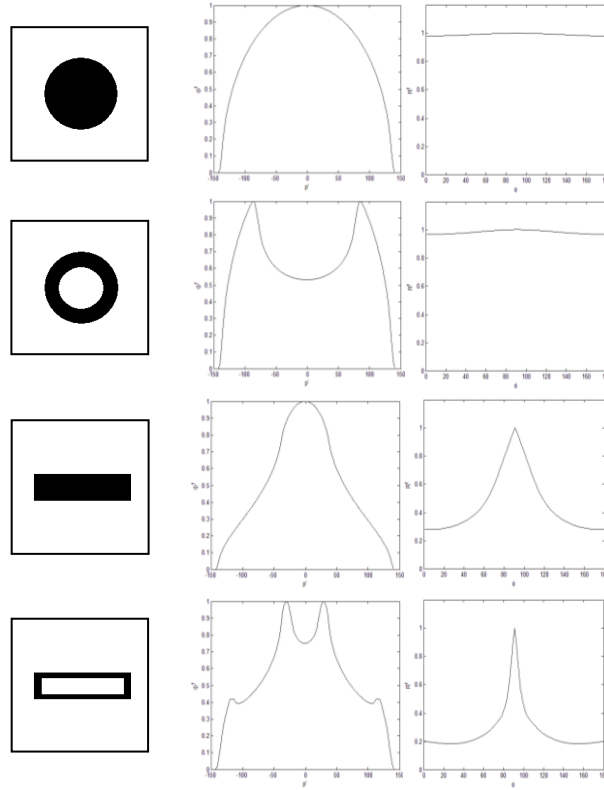
$$w\Phi\mathfrak{R}^f = [w\Phi^f \ w\mathfrak{R}^f] \quad [27]$$

## 6. Résultats expérimentaux

Dans un premier test, quatre objets représentant un cercle, un anneau, un rectangle plein et un rectangle creux sont utilisés. Les courbes représentant la  $\Phi$ -signature et la  $\mathfrak{R}$ -signature sont alors illustrées dans la figure 4. Il apparaît de la forme de ces courbes que la  $\Phi$ -signature a le plus grand pouvoir discriminant entre les objets pleins et les objets creux ; tandis que la  $\mathfrak{R}$ -signature présente la même allure pour le cercle plein et l'anneau et juste la largeur du pic différencie le rectangle plein du rectangle creux. Par contre, la  $\mathfrak{R}$ -signature sépare mieux les formes rectilignes des formes rondes comme l'indiquent les courbes dans la figure ci-dessous. C'est pourquoi, si les informations apportées par ces deux descripteurs sont combinées alors la signature résultante peut être efficace comme descripteur, particulièrement pour des formes creuses.

Pour l'évaluation des descripteurs proposés dans cet article, une série d'expérimentations est réalisée sur deux bases d'images. La 1<sup>ère</sup> base est composée des symboles graphiques dessinés manuellement par dix personnes utilisant le concept « anoto » et est appelée « base CVC ». Une partie de cette base, représentant 1380 symboles répartis dans 10 classes, est utilisée. Chacun des symboles a subi une déformation telle qu'une distorsion, une occultation, etc. Un échantillon de la base est présenté dans la figure 4.

## Un descripteur efficace basé sur la transformée de Radon



**Figure 3.**  $\Phi$  et  $\mathcal{R}$  signatures de quelques formes géométriques simples

Une 2<sup>ème</sup> base appelée Kimia-216 (Sebastian *et al.*, 2001) est aussi utilisée. Cette base consiste en 216 formes pleines, groupées en 18 classes avec 12 formes dans chaque classe, comme montré dans la figure 5.

Dans ce travail, le calcul du taux de reconnaissance pour une classe donnée de la base utilise une métrique basée sur la distance de Manhattan. Chacun des objets de la base est pris comme requête. Ainsi, tous les objets de la base sont rangés par ordre croissant de leurs distances par rapport à la requête. Le taux de reconnaissance  $\tau_{i,j}$  d'un objet  $i$  appartenant à la classe  $C_j$  de cardinalité  $|C_j|$ , est calculé comme étant le rapport entre le nombre d'objets  $N_{C_j}$  de la classe  $C_j$  retrouvés parmi les  $|C_j|$  premiers éléments de la base ordonnée et le nombre d'objets  $|C_j|$  de la classe  $C_j$ , i.e.  $\tau_{i,j} = N_{C_j}/|C_j|$ . Le taux de reconnaissance pour la classe  $C_j$  est ainsi déduit comme la moyenne des taux  $\tau_{i,j}$  sur tous les objets  $i$  ( $i \in C_j$ ), i.e.  $\tau_{C_j} = \sum_{i=1}^{|C_j|} \tau_{i,j} / |C_j|$ . Le taux de reconnaissance global est aussi déduit en prenant la moyenne des taux  $\tau_{C_j}$  sur toutes les classes de la base, i.e.  $\tau = \sum_{j=1}^{N_{cl}} \tau_{C_j} / N_{cl}$ , où  $N_{cl}$  est le nombre de classes.

Afin d'évaluer la performance de reconnaissance des descripteurs proposés, une étude comparative est menée englobant les GFD, la  $\Phi$ -signature avec et sans les ondelettes ( $\Phi^f$  et  $w\Phi^f$ ), la  $\mathcal{R}$ -signature avec et sans ondelettes ( $\mathcal{R}^f$  et  $w\mathcal{R}^f$ ) et leurs combinaisons ( $\Phi\mathcal{R}^f = [\Phi^f \mathcal{R}^f]$  et  $w\Phi\mathcal{R}^f$ ). Les algorithmes sont exécutés sous Matlab sur une machine de processeur « Intel Core 2 duo, 2 Ghz » avec 4 Go de RAM.

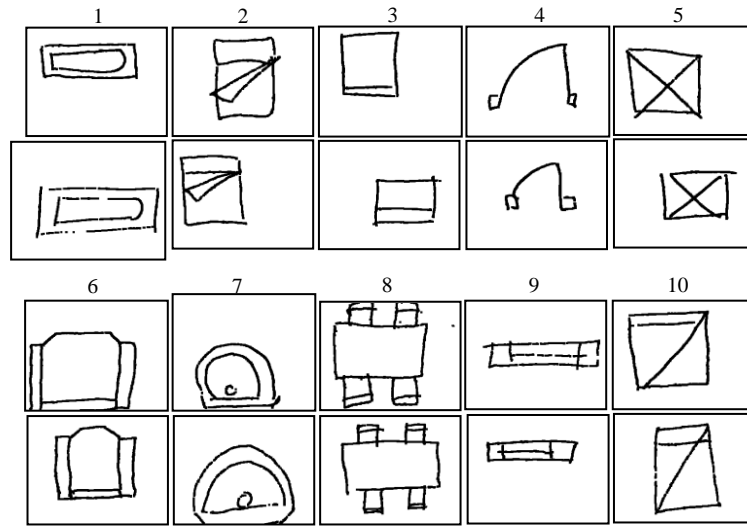


Figure 4. Un échantillon de la base CVC

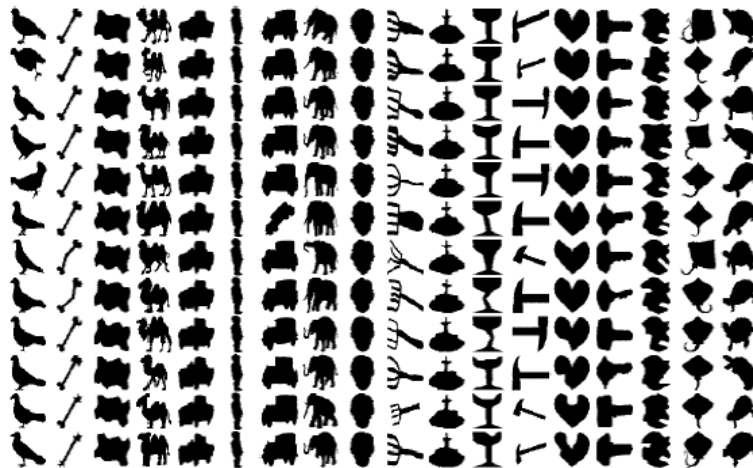


Figure 5. La base des formes Kimia-216

Le choix des paramètres d'échelle et de position pour les descripteurs basés sur la transformée en ondelettes influe sur les performances de reconnaissance. Des valeurs de  $L=40$  et  $r=5$  s'avèrent être les plus adéquates pour les bases considérées. Après une multitude de tests, il est aussi observé que l'ondelette de Harr est la plus performante sur toutes les bases considérées. Pour tous les descripteurs considérés, les taux de reconnaissance  $\tau_{C_j}$  pour chacune des classes de la base CVC sont illustrés dans la figure 6 et les taux de reconnaissance globaux  $\tau$  ainsi que les temps d'exécution pour chacune des bases explorées sont récapitulés dans le tableau 1.

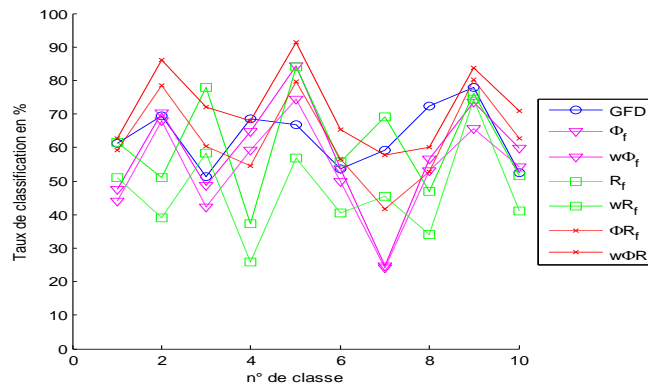


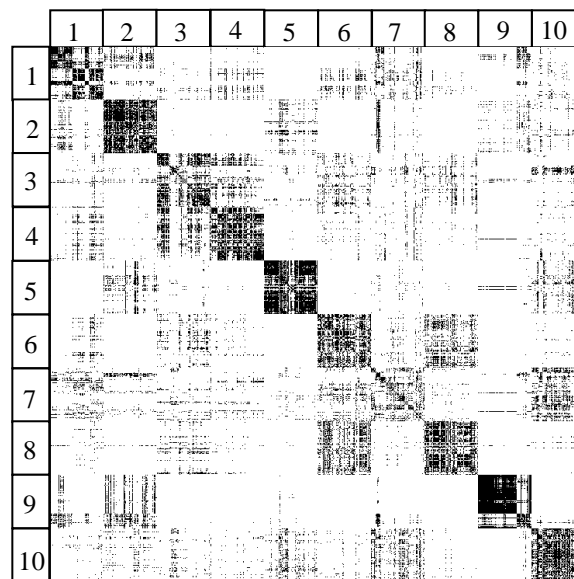
Figure 6. Taux de reconnaissance pour chaque classe de la base CVC

A travers les courbes de la figure 6 et les résultats du tableau 1, nous constatons l'effet de la représentation multirésolution dans l'amélioration des résultats pour  $\Phi^f$  et  $\mathcal{R}^f$ , utilisées séparément pour la base CVC. Cette remarque est aussi valable pour la base Kimia-216. Ces résultats sont encore améliorés en utilisant le descripteur issu de la combinaison des versions multi-échelles de  $\Phi^f$  et  $\mathcal{R}^f$ . Il apparaît, donc que les meilleurs taux de reconnaissance pour la quasi-totalité des classes de la base CVC sont obtenus par ce descripteur combiné  $w\Phi\mathcal{R}^f$ . Le taux de reconnaissance pour cette dernière dépasse celui des GFD de plus de 8%.

Pour la base Kimia-216, le taux donné par  $w\Phi\mathcal{R}^f$  (voir le tableau 1) reste comparable à celui donné par les GFD, en dépit du caractère plein de certaines formes composant la base et pour lesquelles la  $\Phi$ -signature n'est pas très sensible, comme il a été cité au début de cette section.

Examinons de plus près le comportement de la  $\Phi$ -signature sur les symboles utilisés dans la base CVC. A cet effet, une matrice de confusion détaillée pour ce descripteur est calculée comme le montre la figure 7. Dans cette figure, les éléments de la classe sont représentés par des pixels noirs sur chacune des lignes de la matrice. Le rang de la ligne correspond au numéro de l'élément de la base utilisé comme requête. L'information contenue dans cette matrice nous permet, y compris, d'identifier les symboles graphiques de la catégorie qui sont bien ou mal classés.

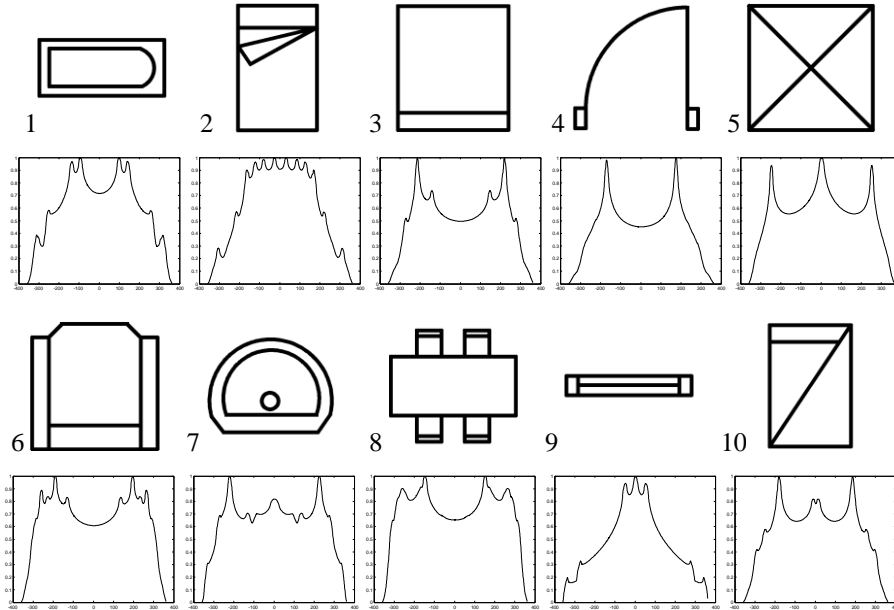
Il apparait de cette matrice une certaine confusion entre les classes 3 et 4 et nous notons surtout qu'une bonne partie des symboles de la classe 7 sont attribués lors de la classification à la classe 10. Ce qui explique notamment la mauvaise performance de  $\Phi^f$  pour la classe 7. Pour élucider cette situation, traçons la  $\Phi$ -signature pour les images «modèles» des symboles utilisés dans la base CVC. En effet, nous remarquons que les allures  $\Phi^f$  pour les modèles 3 et 4 d'une part et les modèles 7 et 10 présentent une certaine similitude quant au nombre et la forme des pics majeurs. Contrairement, à  $\Phi^f$  du modèle 5 qui se distingue de toutes les autres ce qui explique sa meilleure performance. En effet, de part sa construction, détaillée dans la section 4, la  $\Phi$ -signature ne peut pas traduire facilement l'aspect morphologique d'un objet, notamment dans le cas des symboles graphiques qui sont des formes creuses composées en général d'enchaînements d'arêtes curvilignes, rectilignes ou de combinaison des deux dernières ; et, où la discrimination entre les différentes formes peut être juste liée par exemple aux nombre d'arêtes, leurs dispositions, etc. Ajoutant à cela, d'une part les fortes déformations et occultations que des symboles de la base CVC ont subies et d'autre part, la nature de la classification utilisant la métrique basée sur la distance de Manhattan.



**Figure 7.** Matrice de confusion pour la  $\Phi$ -signature sur la base CVC

En résumé, les taux de reconnaissance des nouveaux descripteurs proposés pour la base de symboles graphiques CVC et la base de formes Kimia-216 sont meilleurs ou comparables aux taux obtenus par les GFD. En plus de leur satisfaisante aptitude de discrimination, ces descripteurs ne sont pas gourmands en temps de calcul. En effet, selon de la base choisie, ils sont 10 ou 20 fois plus rapides que les GFD.

Un descripteur efficace basé sur la transformée de Radon



**Figure 8.** Les modèles des symboles utilisés dans base CVC et leur  $\Phi$ -signature

	$GFD$	$\Phi^f$	$w\Phi^f$	$\mathcal{R}^f$	$w\mathcal{R}^f$	$\Phi\mathcal{R}^f$	$w\Phi\mathcal{R}^f$
<b>B_CVC</b>	63.28	53.54	58.38	46.64	61.12	62.64	<b>71,81</b>
<i>Tps (sec)</i>	4358	194.6	200.4	139.6	146.3	196.6	206.4
<b>B_216</b>	<b>80.98</b>	65.86	73.65	51.12	60.76	67.36	<u>77.43</u>
<i>Tps (sec)</i>	165	13.7	15.3	9.4	10.7	14.0	16.3

**Tableau 1.** Taux de reconnaissance global en % et temps d'exécution pour chacun des descripteurs et pour chacune des bases

## 7. Conclusion

Dans cet article, une nouvelle approche sur la construction de descripteurs issus de la transformée de Radon a été présentée. Ces descripteurs exploitent d'une manière optimale la matrice de Radon d'un objet donné. La  $\Phi$ -signature s'intéresse aux lignes tandis que la  $\mathcal{R}$ -signature se consacre aux colonnes. Leur concaténation et leur représentation multi-résolution augmentent leur pouvoir discriminant. Ces descripteurs sont bien adaptés pour la reconnaissance des formes complexes non pleines en général et des symboles graphiques dans le cas de notre application. Sur



N. Nacereddine, S. Tabbone, D. Ziou, L. Hamami

les deux bases testées, ils présentent des taux de reconnaissance comparables aux GFD pour l'une et meilleurs pour l'autre, avec l'avantage d'être beaucoup plus rapide. Comme investigations futures, il serait intéressant d'utiliser pour ce descripteur d'autres techniques de classification telles que les machines à vecteurs de support (SVM), les réseaux de neurones artificiels, etc. L'utilisation d'un système de recherche avec retour de pertinence sur cette application fait partie de nos futures perspectives.

## 8. Bibliographie

- Dryden I.L., Mardia K.V., *Statistical Shape Analysis*, New York: Wiley, 1998.
- Chen G.Y., Bui T.D., Krzyzak A., « Invariant pattern recognition using Radon, dual-tree complex wavelet and Fourier transforms », *Pattern Recognition*, vol. 42, n° 9, 2009, p. 2013-2019.
- Kim H., Kim J., « Region-based shape descriptor invariant to rotation, scale and translation », *Signal Process. Image Commun.* vol. 16, 2000, p. 87-93.
- Chen Y.W., Chen Y.Q., « Invariant description and retrieval of planar shapes using Radon Composite Features », *IEEE Trans. on Signal Proces.*, vol. 56, n° 10, 2008, p. 4762-4771.
- Tabbone S., Wendling L., Salmon J.-P., « A new shape descriptor defined on the Radon transforms », *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 102, n° 1, 2006, p. 42-51.
- Belkasim S. O., Shridar M., Ahmadi M., « Pattern recognition with moments invariants: a comparative study and new results », *Pattern Recognition*, vol. 24, n° 12, 1991, p. 1117-1138.
- Prokop R. J., Reeves A. P., « A survey of moment-based techniques for unoccluded object representation and recognition », *CVGIP*, vol. 54, n° 5, 1992, p. 438-460.
- Mukundan R., Ramakrishnan K.R., « Fast computation of Legendre and Zernike moments », *Pattern Recognition*, vol. 28, n° 9, 1995, p. 1433-1442.
- Zhang D., Lu G., « Shape-based image retrieval using generic Fourier descriptor », *Signal Processing*, vol. 17, 2002, p. 825-848.
- Zhang D., Lu G., « Review of shape representation and description techniques », *Pattern Recognition*, vol. 37, n° 1, 2004, p. 1-19.
- Deans S.R., *The Radon Transform and some of its Applications*, Krieger Publishing Company, Florida, 1993.
- Mallat S. A., « A wavelet tour of signal processing », *New York Academic Press*, 1999.
- Rao R.M., Bopardicar A.S., « Wavelet transforms: introduction to theory and applications », *Reading, MA: Addison-Wesley*, 1998.
- Chui C.K., *An introduction to Wavelets*. Academic Press, San Diego 1992.
- Sebastian T.B., Klein P.N., Kimia B.B., « Recognition of shapes by editing shock graphs », *ICCV2001*, Vancouver, Canada, 7-14 juillet 2001, IEEE Computer Society, p. 755-762.