

Вопросы к экзамену для группы «П»

1. Определение булевых функций. Задание с помощью таблиц истинности. Примеры булевых функций: конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, функция большинства.
2. Задание булевых функций с помощью формул и схем. Запись схемы в виде программы. Совершенная КНФ и ДНФ. Полные наборы функций: $\{\wedge, \vee, \neg\}$, штрих Шеффера («И-НЕ», \downarrow), стрелка Пирса («ИЛИ-НЕ», \uparrow).
3. Определение $\text{size}_B(f)$, $\text{depth}_B(f)$ и $\text{fsize}_B(f)$. Отличие $\text{size}_{B_1}(f)$ и $\text{size}_{B_2}(f)$ не более, чем в константу раз.
4. Отличие $\log \text{fsize}(f)$ и $\text{depth}(f)$ не более, чем в константу раз.
5. Оценки сверху и снизу для $\text{size}(f)$: метод каскадов для верхней оценки, комбинаторные соображения для нижней оценки, сложность случайно выбранной функции.
6. Схема для сравнения чисел с размером $O(n)$ и глубиной $O(\log n)$.
7. Схема для сложения чисел с размером $O(n)$ и глубиной $O(n)$. Оптимизация глубины до $O(\log n)$.
8. Схема для умножения чисел с размером $O(n^2)$ и глубиной $O(\log^2 n)$. Оптимизация глубины до $O(\log n)$.
9. Монотонные функции. Схема для функции большинства с размером $O(n)$ и глубиной $O(\log n \log \log n)$.
10. Вероятностный метод. Схема для функции большинства в монотонном базисе с размером $\text{poly}(n)$ и глубиной $O(\log n)$.
11. Некоторые сведения из теории вероятностей: неравенство для объединения, условные вероятности, независимые события, независимые случайные величины, математическое ожидание, его свойства (линейность, неравенство Маркова).
12. Хеширование как эвристическое ускорение наивного поиска.
13. Основные реализации хеширования:
 - (a) открытая адресация,
 - (b) хеширование со списками,
 - (c) хеширование подстрок, замена суффиксных структур.
14. Формализация понятия «случайная хеш-функция». Почему мы не можем позволить себе хранить случайную хеш-функцию. Универсальные семейства хеш-функций:
 - (a) универсальное семейство в слабом смысле,
 - (b) универсальное семейство в сильном смысле.
15. Анализ времени работы хеш-таблицы со списками при использовании универсального семейства хеш-функций в слабом смысле.
16. Статический словарь. Как получить время доступа $O\left(\frac{\log n}{\log \log n}\right)$, $O(\log \log n)$ в худшем случае (без доказательства).
17. Хеширование без коллизий. Словарь Фредмана-Комлеса-Сцемереди.
18. Сведение Валианта-Вазирани.
19. Выпуклые оболочки на плоскости. Алгоритм Джарвиса со временем работы $O(nh)$.
20. Алгоритм Грэхема со временем работы $O(n \log n)$.
21. Алгоритм Чана со временем работы $O(n \log h)$.
22. Минимальные остовные деревья. Критерии оптимальности остовного дерева в терминах циклов и в терминах разрезов.
23. Алгоритмы Прима и Краскала. Доказательства их корректности. Различные реализации и их времена работы ($O(m \log n)$, $O(m + n \log n)$).
24. Алгоритм Борушки. Доказательство корректности. Время работы (оценки $O(m \log n)$, $O(m \log \frac{n^2}{m})$).
25. Алгоритм поиска минимального остовного дерева со временем работы $O(m \log \log n)$.

26. Алгоритм Каргера-Штайна поиска минимального разреза в ненаправленной сети, оценка вероятности успеха. Время работы алгоритма.
27. Безкроссинговые семейства множеств. Изображение безкроссинговых семейств на сфере.
28. Субмодулярные функции. Субмодулярность функции пропускной способности разреза.
29. Антикроссинговая лемма.
30. Деревья Гомори-Ху, их свойства. Алгоритм построения. Доказательство корректности. Время работы.
31. \mathcal{T} -разрезы и \mathcal{T} -соединения. Свойство блокируемости.
32. Алгоритм поиска минимального нечетного \mathcal{T} -разреза.
33. Потоки и разрезы в сетях. Остаточная сеть.
34. Декомпозиция потока. Алгоритм построения декомпозиции.
35. Алгоритм «push-relabel» поиска максимального потока в сети.
36. Оценка числа подъемов, насыщающих и ненасыщающих проталкиваний.
37. Операция разгрузки вершины.
38. Время работы варианта «push-relabel» с разгрузкой вершины максимальной высоты.
39. Двухфазная реализация алгоритма «push-relabel».
40. Эвристика глобальной переоценки и эвристика промежутка.
41. Задача о параметрическом минимальном разрезе.
42. Использование алгоритма «push-relabel» при решении задач о параметрическом минимальном разрезе.
43. Свойство вложенности параметрических минимальных разрезов.
44. Алгоритм поиска максимальной точки излома в параметрической задаче.
45. Алгоритм поиска подграфа максимальной плотности, сведение к задаче о параметрическом минимальном разрезе.