



Bursele AGORA

Prima fază a concursului de programare Bursele Agora s-a încheiat. În cadrul acestui număr vă vom prezenta soluțiile problemelor de la ultima rundă, clasamentul etapei, precum și clasamentul final.

A cincea rundă

Aceasta a fost cea mai puțin dificilă rundă a concursului nostru; 18 participanți au reușit să obțină toate cele 300 de puncte puse în joc. Lista primilor clasați este:

1. Csaba András, Oradea	300
1. Liviu-Cosmin Andreicuț, Bacău	300
1. Adrian Balașko, Zalău	300
1. Bogdan Beldie, Oradea	300
1. Andrei Benea, Focșani	300
1. Radu Berinde, București	300
1. Cristian Bojinovici, București	300
1. Mihai-Daniel Cilidariu, Botoșani	300
1. Ștefan Ciobâcă, Suceava	300
1. Victor-Marius Costan, București	300
1. Tiberiu Dăneș, București	300
1. Radu Dondera, București	300
1. Ștefăniță Fechet, Suceava	300
1. Andrei Giurgiu, București	300
1. Maximilian Machedon, București	300
1. Silvestru-Cosmin Negrușeri, Bistrița	300
1. Constantin Răuțu, Botoșani	300
1. Alexandru-Emilian Șușu, București	300
19. Claudiu Raicu, Pitești	296
20. Victoria Tarasova, Ucraina	295
21. Csaba Pățaș, Oradea	290
22. Bogdan Nicolae, Sibiu	289
23. Mihail-Cosmin Piț-Rada, Dr. Tr. Severin	288
24. Paul Rusu, Cluj-Napoca	287
25. Mugurel-Ionuț Andreica, București	285
26. Marius-Dorin Moraru, Buftea	277
27. Radu-Andrei Ștefan, Brașov	269
28. Ștefan Gheorghe, București	264
28. Andrei-Eugeniu Ioniță, Slatina	264
30. Ștefan Bucur, București	258
31. Ioan-Claudiu Gruia, București	243
31. Andrei Vancea, Cluj-Napoca	243
33. Alexandru Ivan, București	213
34. Andrei David, Râmnicu Vâlcea	209
35. Valentin Bran, Satu Mare	200
35. Dorin-Daniel Dudău, Târgu-Jiu	200
35. Octavian-Daniel Dumitran, București	200
35. Valentin Gușă, București	200
35. Andrei Homescu, Târgu-Jiu	200
35. Flaviu Pașca, Bistrița	200

Etapa finală

Runda a șasea va avea loc la Liceul "Emil Racoviță" din Cluj-Napoca pe data de 1 iunie 2002. La această etapă vor participa primii zece clasați în clasamentul general după primele cinci etape.

Problemele rundei finale vor fi disponibile pe site-ul revistei noastre în ziua concursului, începând cu ora 10:00. Participanții care nu s-au calificat la etapa finală, dar doresc să cunoască punctajele pe care le-ar fi obținut, pot trimite rezolvările până la ora 15:00. Modalitatea de trimitere a soluțiilor și modul de construire a arhivei sunt aceleași cu cele de la primele cinci runde.

Runda finală va fi considerată ca fiind a șasea etapă a concursului, deci arhiva pe care o veți trimite se va numi **XXXXR6.ZIP** sau **XXXXR6.RAR**, unde **XXXX** este codul dumneavoastră de identificare.

La mulți ani!

Cristian Alexandrescu, Botoșani - 3 V 1982
Tudor Salomie, Cluj-Napoca - 4 V 1984
Tiberiu Dăneș, București - 4 V 1985
Radu-Andrei Ștefan, Brașov - 6 V 1981
Adrian Cearnău, București - 6 V 1985
Alexandru Palade, Târgu Mureș - 7 V 1984
Ștefan Gheorghe, București - 10 V 1985
Andreea Rădulescu, Bragadiru - 13 V 1982
Lorena-Iulia Dăian, Cluj-Napoca - 13 V 1985
Bogdan Marincea, Cluj-Napoca - 13 V 1985
Claudiu Raicu, Pitești - 15 V 1985
Constantin Răuțu, Botoșani - 16 V 1984
Alexandru-Ioan Tomescu, București - 18 V 1985
Florin Buga, Slatina - 20 V 1983
Bogdan Giușcă, București - 20 V 1983
Marius-Constantin Muja, Orăștie - 21 V 1981
Dan Creivean, Alba Iulia - 25 V 1984
Cristian Bojinovici, București - 28 V 1980
Ștefan Ciobâcă, Suceava - 28 V 1984
Dan-Octavian Savu, București - 29 V 1983
George-Andrei Dunca, Cluj-Napoca - 29 V 1984



FIBONACCI

Această problemă a fost rezolvată corect de 41 dintre participanții la a cincea rundă a concursului *Bursele Agora*. Ea nu ridică dificultăți deosebite; putea fi rezolvată folosind o simplă formulă matematică.

Se observă că $F_6 = 8$ se divide cu 2^3 , $F_{12} = 144$ se divide cu 2^4 și $F_{24} = 46368$ se divide cu 2^5 . De aici rezultă o regulă destul de clară: indicele elementului șirului lui *Fibonacci* divizibil cu 2^3 este $6 = 3 \cdot 2$, cel al elementului divizibil cu 2^4 este $12 = 3 \cdot 2^2$, iar cel al elementului divizibil cu 2^5 este $24 = 3 \cdot 2^3$. Putem presupune că elementul șirului lui *Fibonacci* divizibil cu 2^n are indicele $3 \cdot 2^{n-2}$.

În cele ce urmează vom demonstra că această afirmație este adevărată. Pentru aceasta vom folosi următoarea proprietate a șirului lui *Fibonacci*: elementul $F_{k \cdot n}$ este divizibil cu elementul F_n . Această proprietate poate fi demonstrată foarte ușor, folosind expresia generală a termenilor șirului:

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}.$$

Din motive de spațiu, nu vom prezenta aici toate calculele care trebuie efectuate pentru a demonstra proprietatea.

Utilizând acest rezultat matematic, vom aplica metoda inducției matematice pentru a demonstra că elementul șirului lui *Fibonacci* divizibil cu 2^n are indicele $3 \cdot 2^{n-2}$.

Ipoteza de inducție va fi: *elementul șirului lui Fibonacci divizibil cu 2^{n-1} are indicele $3 \cdot 2^{n-3}$.*

Pentru $n = 4$ ipoteza de inducție poate fi verificată foarte ușor, deoarece elementul cu indicele $3 \cdot 2^{4-3} = 6$ este 8 și acesta este divizibil cu $2^{4-1} = 8$.

Folosind ipoteza de inducție vom demonstra afirmația inițială. Datorită faptului că F_{2n} este divizibil cu elementul F_n , elementul cu indicele $3 \cdot 2^{n-2}$ va fi divizibil cu 2^{n-1} .

Mai mult, raportul dintre elementul cu indicele $3 \cdot 2^n$ și cel cu indicele $3 \cdot 2^{n-1}$ este întotdeauna un număr par (proprietatea se poate verifica tot pe baza expresiei generale a termenilor șirului), deci elementul cu indicele $3 \cdot 2^{n-2}$ va fi divizibil cu $2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$.

Așadar, am demonstrat că există un element al șirului lui *Fibonacci* divizibil cu 2^n care are indicele $3 \cdot 2^{n-2}$. Mai trebuie arătat că acest indice este mai mic decât 2^n . Este evident că $3 \cdot 2^{n-2} < 4 \cdot 2^{n-2} = 2^n$ pentru $n > 2$. Așadar, pentru $n > 2$, soluția problemei este dată de expresia $3 \cdot 2^{n-2}$.

Codul sursă al programului este disponibil pentru download la adresa www.ginfo.ro/concurs/fibonacci.shtml.

Au rezolvat corect:

CSABA ANDRÁS, ORADEA
MUGUREL-IONUȚ ANDREICA, BUCUREȘTI
LIVIU-COSMIN ANDREICUȚ, BACĂU
ADRIAN BALĂȘKO, ZALĂU
CRISTIAN BĂICOIANU, PLOIEȘTI
BOGDAN BELDIE, ORADEA
ANDREI BENEĂ, FOCȘANI
RADU BERINDE, BUCUREȘTI
CRISTIAN BOJINOVICI, BUCUREȘTI
VALENTIN BRAN, SATU MARE
ȘTEFAN BUCUR, BUCUREȘTI
MIHAI-DANIEL CILIDARIU, BOTOȘANI
ȘTEFAN CIOBĂCĂ, SUCEAVA
VICTOR-MARIUS COSTAN, BUCUREȘTI
TIBERIU DĂNEȚ, BUCUREȘTI
RADU DONDERA, BUCUREȘTI
DORIN-DANIEL DUDĂU, TÂRGU-JIU
OCTAVIAN-DANIEL DUMITRAN, BUCUREȘTI
ȘTEFĂNIȚĂ FECHETE, SUCEAVA
ȘTEFAN GHEORGHE, BUCUREȘTI
ANDREI GIURGIU, BUCUREȘTI
VALENTIN GUȘĂ, BUCUREȘTI
BOGDAN-VASILE HĂRJOC, CUGIR
ANDREI HOMESCU, TÂRGU-JIU
ANDREI-EUGENIU IONIȚĂ, SLATINA
ALEXANDRU IVAN, BUCUREȘTI
MAXIMILIAN MACHEDON, BUCUREȘTI
EMILIAN MIRON, BACĂU
MARIUS-DORIN MORARU, BUFTEA
SILVESTRU-COSMIN NEGRUȘERI, BISTRIȚA
BOGDAN NICOLAE, SIBIU
FLAVIU PAȘCA, BISTRIȚA
CSABA PĂTCAȘ, ORADEA
ALPĂR-FERENC PERINI, SFÂNTU GHEORGHE
MIHAIL-COSMIN PIȚ-RADA, DR. TR. SEVERIN
CLAUDIU RAICU, PITEȘTI
CONSTANTIN RĂUȚU, BOTOȘANI
PAUL RUSU, CLUJ-NAPOCA
RADU-ANDREI ȘTEFAN, BRAȘOV
ALEXANDRU-EMILIAN ȘUȘU, BUCUREȘTI
VICTORIA TARASOVA, UCRAINA



ATLANTIS

Această problemă a fost rezolvată corect de 39 dintre concurenții care au participat la runda a cincea a concursului *Bursele Agora*. Soluția era foarte ușor de găsit, fiind suficientă o simplă observație matematică.

Pentru început, vom arăta că există o secvență de patru semne a cărei prezență va duce la creșterea rezultatului cu 4. Vom presupune că există o secvență de m semne care duce la obținerea rezultatului R . Dacă adăugăm cele patru semne, vom obține o secvență de $m + 4$ semne care va duce la obținerea rezultatului $R + 4$. Secvența respectivă este:

+ - - +

Se observă că, prin adăugarea acestei secvențe, valoarea rezultatului va crește cu $m^2 - (m + 1)^2 - (m + 2)^2 + (m + 3)^2$. Efectuând calculele obținem:

$$m^2 - (m^2 + 2 \cdot m + 1) - (m^2 + 4 \cdot m + 4) + (m^2 + 6 \cdot m + 9) = m^2 - m^2 - 2 \cdot m - 1 - m^2 - 4 \cdot m - 4 + m^2 + 6 \cdot m + 9 = 4.$$

Așadar, prin adăugarea secvenței + - - + la sfârșitul unei secvențe date, valoarea rezultatului crește cu 4.

Se observă că, dacă dorim să obținem o valoare care este multiplu de 4 (are forma $4 \cdot k$), va trebui să folosim k secvențe de această formă.

În cele ce urmează vom arăta modul în care pot fi obținute secvențe de semne care să ducă la rezultate de forma $4 \cdot k + 1$, $4 \cdot k + 2$ și $4 \cdot k + 3$.

Se observă că, pentru a obține secvențe care au forma $4 \cdot k + p$, va trebui să adăugăm k secvențe + - - + la secvențele care duc la obținerea rezultatului p .

Ca urmare, va trebui să căutăm secvențe de semne care să ducă la obținerea rezultatelor 1, 2 și 3.

Pentru a obține rezultatul 1, secvența constă dintr-un singur semn +. O secvență formată doar din acest semn duce la obținerea rezultatului $0 + 1^2 = 1$. Așadar, dacă se caută rezultate de forma $4 \cdot k + 1$, secvențele de semne au următoarea structură: + - - - + . . . + - - - +.

Pentru a obține rezultatul 2, secvența constă din patru semne: trei semne -, urmate de un semn +. O secvență formată doar din aceste semne duce la obținerea rezultatului $0 - 1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 = 0 - 1 - 4 - 9 + 16 = 2$. Așadar, dacă se caută rezultate de forma $4 \cdot k + 2$, secvențele de semne au următoarea structură: - - - + - - - + . . . - - - + - - - +.

Pentru a obține rezultatul 3, secvența constă din două semne: un semn -, urmat de un semn +. O secvență formată doar din aceste semne duce la obținerea rezultatului $0 - 1^2 + 2^2 = 0 - 1 + 4 = 3$. Așadar, dacă se caută rezultate de forma $4 \cdot k + 3$, secvențele de semne au următoarea structură: - + - - + . . . - + - - +.

Au rezolvat corect:

CSABA ANDRÁS, ORADEA
MUGUREL-IONUȚ ANDREICA, BUCUREȘTI
LIVIU-COSMIN ANDREICUȚ, BACĂU
ADRIAN BALAȘKO, ZALĂU
BOGDAN BELDIE, ORADEA
ANDREI BENEĂ, FOCȘANI
RADU BERINDE, BUCUREȘTI
CRISTIAN BOJINOVICI, BUCUREȘTI
VALENTIN BRAN, SATU MARE
MIHAI-DANIEL CILIDARIU, BOTOȘANI
ȘTEFAN CIOBĂCĂ, SUCEAVA
VICTOR-MARIUS COSTAN, BUCUREȘTI
ANDREI DAVID, RÂMNICU VÂLCEA
TIBERIU DĂNEȚ, BUCUREȘTI
RADU DONDERA, BUCUREȘTI
DORIN-DANIEL DUDĂU, TÂRGU-JIU
OCTAVIAN-DANIEL DUMITRAN, BUCUREȘTI
ȘTEFĂNIȚĂ FECHETE, SUCEAVA
ȘTEFAN GHEORGHE, BUCUREȘTI
ANDREI GIURGIU, BUCUREȘTI
IOAN-CLAUDIU GRUIA, BUCUREȘTI
VALENTIN GUȘĂ, BUCUREȘTI
ANDREI HOMESCU, TÂRGU-JIU
ANDREI-EUGENIU IONIȚĂ, SLATINA
MAXIMILIAN MACHEDON, BUCUREȘTI
MARIUS-DORIN MORARU, BUFTEA
SILVESTRU-COSMIN NEGRUȘERI, BISTRIȚA
BOGDAN NICOLAE, SIBIU
FLAVIU PAȘCA, BISTRIȚA
CSABA PĂTCAȘ, ORADEA
MIHAIL-COSMIN PIȚ-RADA, DR. TR. SEVERIN
CLAUDIU RAICU, PITEȘTI
CONSTANTIN RĂUȚU, BOTOȘANI
FLAVIU ROMAN, CLUJ-NAPOCA
PAUL RUSU, CLUJ-NAPOCA
RADU-ANDREI ȘTEFAN, BRAȘOV
ALEXANDRU-EMILIAN ȘUȘU, BUCUREȘTI
VICTORIA TARASOVA, UCRAINA
ANDREI VANCEA, CLUJ-NAPOCA

Codul sursă al programului care implementează algoritmul descris este disponibil pentru *download* la adresa www.ginfo.ro/concurs/atlantiss2.shtml.



TIC-TAC-TOE

După părerea unui număr destul de mare de concurenți, aceasta a fost cea mai interesantă problemă propusă spre rezolvare la această ediție a concursului de programare *Bursele Agora*.

Având în vedere restricția de timp impusă, nu era foarte dificilă scrierea unor programe care să joace 100.000 de partide într-un interval de o secundă și să obțină remize la fiecare dintre acestea. Pentru această problemă 23 de concurenți au reușit să obțină 100 de puncte. Clasamentul celor mai rapide programe (în funcție de numărul de remize obținute) este prezentat în caseta alăturată.

Programul fiecărui concurent a fost rulat de cinci ori și a fost luat în considerare cel mai bun rezultat obținut.

Modulul care reprezenta primul jucător folosea o strategie care să îi permită să nu piardă nici o partidă. Acesta nu încerca să câștige jocul chiar dacă avea posibilitatea.

Poziția în care primul jucător amplacează un 'x' este determinată pe baza unei funcții. Pentru fiecare mutare posibilă este evaluată valoarea funcției și este aleasă mutarea pentru care această valoare este maximă. Funcția folosită este:

$(x_4 \cdot x_1 + x_2) \cdot x_7 - (x_1 - x_2 + x_7 \cdot x_5) - (x_8 - (x_3 \cdot x_5))$,
unde x_i indică valoarea corespunzătoare stării celei de-a i -a căsuțe a tablei. Căsuțele sunt numerotate astfel:

0	1	2
3	4	5
6	7	8

În cazul în care căsuța i este ocupată cu un 'x', valoarea x_i va fi 5. Dacă în căsuță se află un '0', valoarea x_i va fi -5. În situația în care căsuța este liberă, valoarea x_i va fi 2.

Expresia de mai sus, precum și valorile corespunzătoare stărilor căsuțelor, au fost obținute cu ajutorul unui algoritm evolutiv.

Există diverse metode de rezolvare pentru această problemă. Cea mai rapidă dintre ele se bazează pe faptul că numărul configurațiilor posibile este relativ mic. Dacă luăm în considerare toate configurațiile în care se poate afla, observăm că numărul acestora este $3^9 = 19683$. Practic, numărul configurațiilor valide este mai mic, deoarece o parte dintre cele 19683 de configurații nu pot fi obținute dacă se respectă regulile jocului.

Așadar, pot fi determinate în prealabil cele mai bune mutări care trebuie efectuate în toate situațiile posibile.

Rezultate Tic-Tac-Toe:

1. MAXIMILIAN MACHEDON, BUCUREȘTI	162839
2. VICTOR COSTAN, BUCUREȘTI	160242
3. ANDREI BENEĂ, FOCSANI	158414
4. RADU BERINDE, BUCUREȘTI	157082
5. ALEXANDRU ȘUȘU, BUCUREȘTI	145658
6. ȘTEFĂNIȚĂ FECHETE, SUCEAVA	141908
7. ȘTEFAN CIOBĂCĂ, SUCEAVA	139146
8. ANDREI GIURGIU, BUCUREȘTI	134671
9. BOGDAN BELDIE, ORADEA	125336
10. CSABA ANDRÁS, ORADEA	122884
11. RADU DONDERA, BUCUREȘTI	117201
12. LIVIU-COSMIN ANDREICUȚ, BACĂU	116434
13. IOAN-CLAUDIU GRUIA, BUCUREȘTI	116251
14. ALEXANDRU IVAN, BUCUREȘTI	109737
15. ADRIAN BALĂȘKO, ZALĂU	109031
16. MIHAI CILIDARIU, BOTOȘANI	108850
17. CRISTIAN BOJINOVICI, BUCUREȘTI	107654
18. COSMIN NEGRUȘERI, BISTRIȚA	106429
19. TIBERIU DĂNEȚ, BUCUREȘTI	106274
20. CONSTANTIN RĂUȚU, BOTOȘANI	105756
21. ANDREI DAVID, RĂMNICU VÂLCEA	104414
22. ANDREI VANCEA, CLUJ-NAPOCA	102808
23. GHEORGHE FAN, ȘTEFĂȘTI	100835

Acestea vor fi păstrate cu ajutorul unor tablouri de constante.

Pentru a nu efectua multe operații în momentul realizării unei mutări, indicele configurației următoare nu va fi determinat pe baza valorilor corespunzătoare căsuțelor tablei, ci pe baza indicelui configurației curente și a mutațiilor efectuate.

Aplicând această strategie era relativ ușor de obținut un program care să poată juca cel puțin 150.000 de partide.

Există multe alte soluții care ar fi obținut 100 de puncte. Cea mai interesantă dintre ele este folosirea unei expresii asemănătoare cu cea folosită de modulul care reprezintă primul jucător.

Codul sursă al unui program care obține 100 de puncte este disponibil pentru *download* la adresa www.ginfo.ro/concurs/tictactoe.shtml.