



Munți, dealuri, câmpii, râuri, lacuri...

Teoria fractală și GEOGRAFIA

Cristian Kalanyos

Cu câteva decenii în urmă, odată cu apariția teoriei fractalilor, întreaga lume științifică s-a schimbat. Probabil nici creatorul său, matematicianul Benoit Mandelbrot nu se aștepta ca această teorie să aibă un asemenea succes. Astfel, aproape nici un domeniu al științei nu a rămas în prezent neatins de către acest nou val. Printre multitudinea de domenii în care teoria fractalilor și-a găsit aplicații se află și geografia.

Introducere în teoria fractalilor

În numărul din luna noiembrie 2001 al *GInfo*, Ciprian Ileană a realizat o introducere bogată în *teoria fractală* (acest articol poate fi descărcat de pe site-ul *GInfo* accesând pagina http://www.ginfo.ro/revista/11_7/). Bazele acestei teorii, apărută relativ nou în lumea științifică, au fost puse de către **Benoit Mandelbrot**.

După apariția articolului său *Obiecte fractale* (1975), **Mandelbrot** își va expune pe larg teoria în anul 1982, publicând cartea sa manifest *The Fractal Geometry of Nature* (*Geometria fractală a naturii*). Această lucrare i-a conferit o audiență suficientă pentru a putea determina comunitatea științifică internațională să recunoască faptul că originalitatea și utilitatea spuselor lui nu fuseseră apreciate la adevărata lor valoare până în acel moment. Teoria fractală nu venea să completeze una deja existentă, ci prezenta un subiect de sine stătător și, ceea ce este cel mai important, odată cu ea apărea o nouă disciplină științifică cu totul aparte.

După cum spunea chiar autorul ei "*teoria fractală adaugă numeroase litere noi în alfabetul pe care Galilei l-a moștenit de la Euclid*".

În viziunea lui **Mandelbrot**, cea mai mare parte a formelor naturale nu pot fi reprezentate adecvat utilizându-se doar noțiunile pe care ni le oferă geometria euclidiană. Numeroase forme din natură sunt mult prea fragmentate sau neregulate, astfel încât complexitatea naturii o depășește cu mult pe cea a geometriei euclidiene, deoarece este limpede pentru oricine că norii nu sunt sfere, munții nu sunt conuri, țărmurile nu sunt cercuri, scoarța nu este netedă, iar fulgerul nu se propagă în linie dreaptă.

Mandelbrot își "însărcinează" geometria fractală cu modelarea formelor naturale utilizate de către geometria clasică. El readuce geometria în matca și la vocația ei originală, care este de a furniza o descriere a *Terrei* (*geo*) și o măsură (*metron*) a acesteia (dacă ne încredem în etimologie). Din multe puncte de vedere geometria fractală este prima care își merită numele, deci care urmează însuși demersul geometric.

Matematicienii **B. Riemann** și **N. Lobacevski** au fost primii care au lovit în fundamentele geometriei *euclidiene*, ei punând la îndoială cel de-al cincilea postulat din *Elementele* lui **Euclid**, cel al paralelelor, păstrând însă categoriile fundamentale, cum ar fi linia, suprafața etc.

Apoi, a venit rândul lui **Mandelbrot** să pornească, prin intermediul geometriei fractale, o adevărată revoluție devastatoare împotriva geometriei euclidiene. Geometria fractală respinge chiar și aceste categorii pe care se bazează postulatele *Elementelor* lui **Euclid**, contestând însăși substanța noțiunilor utilizate în axiomele și teoremele geometriei euclidiene.

Aplicarea fractalilor în geografie

Odată cu apariția lor, fractalii și-au găsit largi domenii de aplicare. Ei sunt acum întâlniți în *matematică*, *medicină* sau chiar *cinematografie*. Unul dintre primele domenii care a adoptat teoria fractală este *geografia*.

Această hotărâre s-ar părea să se justifice prin marele ajutor adus de aceștia în meteorologie, seismologie, geomorfologie și alte domenii adiacente geografiei.

Posibilitatea asocierii unor forțe similare care au puncte de aplicare la niveluri diferite ale scării, asocierea unui

set de date a unei curbe fractale, construirea de sisteme intrinseci, imprevizibile și haotice, înglobarea iregularităților ca părți esențiale ale modelului în locul tratării acestora ca zgomote care trebuie eliminate sunt doar câteva motive pentru care fractalii și-au găsit locul și în cadrul geografiei.

Deoarece tehnicile liniare nu oferă nici o modalitate de caracterizare, în cazul modelelor cu cicluri îmbinate unele în altele, s-a trecut la utilizarea de curbe fractale aproximative, cu ajutorul cărora se poate modela mai ușor acest tip de modele. Deși prezintă mari dezavantaje la nivel punctiform, utilizarea fractalilor ne sugerează mult mai exact caracterul esențial al curbei. De observat este faptul că, modelele meteorologice bazate pe fractali nu sunt modele anticipative.

Cutremurele au forme autoreflexive deoarece, atât unde de avertizare care le preced, cât și replicile care le urmează, nu sunt altceva decât niște cutremure în miniatură. Deoarece cutremurul principal este reprezentat de o perioadă de intensă activitate, incluzând aici și perioade intense similare cu mici sincope între ele, el face parte din grupul fenomenelor greu de modelat cu ajutorul curbelor tradiționale. Astfel s-a ajuns la adoptarea fractalilor și de către seismologie.

Caracteristicile formelor geografice

Conceptul de formă este, în general, greu de exprimat, lucru observat mai ales în evaluarea formelor cu ajutorul geografiei. Una dintre cele mai utilizate măsuri în cadrul evaluării formelor geografice este reprezentată de către unitatea spațială.

Până acum nu a fost găsită nici o măsură de compactare care să fi rămas definitivă și, în același timp, să fie adecvată evaluării tuturor caracteristicilor geometrice. Unele aditionale, care pot fi folosite pentru sporirea preciziei în natura spațială a compactării, sunt asigurate de aplicarea *teoriei fractale*.

Formele geografice constituie un concept dificil, atât din punct de vedere al exprimării, cât și al măsurătorilor, deoarece, în general, ele nu sunt drepte, circulare sau dreptunghiulare, ci au o natură mult mai complexă pentru a cărei descriere nu este suficientă utilizarea unei funcții analitice simple. Descrierea lor este o sarcină dificilă; în acest sens literatura de specialitate conține numeroase tehnici și metode de evaluare a formei (*Longley* - 1989, *Niemi* - 1990, *Goodchild* - 1987 ș.a.).

În cadrul descrierii formelor este des întâlnită caracteristica dată de către **gradul de compactare**; în practică, această caracteristică este foarte rar evaluată printr-o măsurătoare specifică.

Una dintre tehnicile care pot fi aplicate în evaluarea caracteristicilor spațiale este cea fractală. Cea mai importantă investigație de până acum este cea realizată de către **Man-delbrot** în vederea măsurării **adevărata** lungimi a liniei de coastă a *Marii Britanii*; el a aplicat analiza fractală asupra formelor geografice și a obținut gradul de compactare a formei.

Gradul de compactare

În ceea ce privește măsurarea gradului de compactare, dintre toate investigațiile care au avut loc până în prezent, trei merită luate în seamă, și anume *Niemi* - 1990, *Flaherty* - 1992 și *Horn* - 1993. Aceștia au identificat peste 20 de etaloane de compactare. Cea mai des implementată tehnică de evaluare a gradului de compactare este una bazată pe dezvoltarea unui raport de distanțe geometrice sau atribute de zone, distincte; acest raport a fost ulterior utilizat pentru a reprezenta indexul unei măsurări a gradului de compactare. Două dintre măsurătorile convenționale ale gradului de compactare au fost utilizate pentru evaluare. Măsurile următoare au fost selectate pentru a focaliza evaluarea asupra unor măsuri distincte, dar des întâlnite.

- Măsura de compactare *C*:
 - ♦ aria cercului înscris;
 - ♦ aria cercului circumscris;
- Măsura de compactare *F*:
 - ♦ circumferința cercului de arie egală;
 - ♦ perimetrul unei arii.

Prezența în cadrul peisajului natural a centrelor de populație cu dimensiuni variate constituie o caracteristică inevitabilă a organizării spațiale a activității umane. Influențe care pot schimba caracterul geografic al formelor geografice pot fi și factorii de origine istorică sau fizică. Linia de demarcație a unei granițe poate avea caracteristici și atribute care influențează forma și, în același timp, intră în calcul în momentul evaluării unei forme. De exemplu, o formă geografică poligonală poate consta din granița unui stat, însă, la fel de bine, poate fi și linia de demarcare a unui oraș. În componența granițelor formelor geografice intră deseori și demarcațiile naturale, astfel râurile și liniile de coastă asigură adesea o graniță naturală cu aspect sinusoidal, lucru ce contribuie la personalizarea formei geografice.

Pe parcursul procesului de evaluare a gradului de compactare a formelor geografice, este posibil ca cel ce evaluează să fie nevoit să se concentreze, mai degrabă, asupra anumitor porțiuni ale formei poligonului decât asupra întregului. De exemplu, în cazul studierii de granițe politice este posibil să fie necesară înlăturarea râurilor și a liniilor de coastă din cadrul evaluării. Această abilitate de înlăturare a porțiunilor din cadrul unei granițe sau de focalizare a evaluării asupra unei anumite zone, conferă un plus de flexibilitate în încercarea de a evalua o formă geografică în deplinătatea sa. Din păcate, apare însă o problemă, și anume înlăturarea granițelor nu poate fi pe deplin implementată utilizând măsuri convenționale de compactare din moment ce trebuie considerată întreaga zonă. Prin înlăturarea de granițe semnificative se poate ajunge la imposibilitatea calculării pentru că parametrii necesari nu pot fi colectați. În 1993 *Horn* a propus aplicarea modificării direct la nivelul datelor cu privire la graniță pentru a compensa în cazul geografiei insulelor și a peninsulelor; această modificare manipulează datele mai mult decât o făcea foca-



lizarea analizei și, drept urmare, rezultatele, în cazul tehnicilor de manipulare a datelor, pot induce erori imposibil de prevăzut.

Măsurători fractale

Cel mai adesea, formele geografice sunt complexe. Ele au fost descrise mediatic, public și juridic ca *serpentine*, *bacterii în creștere*, *păianjeni*, *forme cu colțuri răsucite și cranii* sau ca *fragmente ADN* (Smothers - 1993). Limbajul expresiv folosit în descrieri (utilizate pentru a relata caracteristicile formei) caracterizează formele geografice ca fiind de natură complexă, iar caracteristicile formelor descrise de către acest limbaj sunt, în mod normal, studiate prin intermediul analizei fractale (Mandelbrot - 1967). Cel care a investigat formele geografice complexe și geometria lor fractală a fost Mandelbrot - 1982, el dezvoltând moduri de abordare și algoritmi care analizează forme neregulate. La asigurarea existenței unei modalități de măsurare a proceselor regulate, ce apar pe o mare întindere de scări, contribuie noțiunea de *dimensiune fractală*.

Aceasta a fost descoperită de către matematicienii Felix Hausdorff și Abram S. Besicovitch și a fost calculată pe baza măsurătorilor de la aproximările simple ale unei curbe. Mai târziu, Benoit Mandelbrot i-a dat *dimensiunii Hausdorff/Besicovitch* numele de *dimensiune fractală*, ea devenind astfel unealta care le-a permis matematicienilor să măsoare, din acel moment, un univers mult mai mare de forme, care înainte ar fi fost imposibil de măsurat. Astfel, dacă matematica și geografia convenționale, prin modul lor de abordare, ne asigură un ajutor insignifiant în analiza multora dintre caracteristicile naturale ale geografiei, geometria fractală vine în ajutorul nostru, ca unealtă eratică de studiere a formelor complexe din natură, forme care, deși nu sunt arii, linii sau puncte, se încadrează în tradiționalele categorii ale dimensiunilor topologice.

Cu ajutorul unei dimensiuni fractale D care va fi cuprinsă între 1 și 2, se poate descrie natura complexă a formelor geografice. Dimensiunea fractală permite folosirea unor valori reale. Dacă, în mod obișnuit, considerăm că un punct are dimensiunea topologică 0, o dreaptă are dimensiunea topologică 1, o suprafață are dimensiunea topologică 2, iar un corp solid are dimensiunea topologică 3, la fel de bine putem afirma (fără să greșim) că o curbă complexă poate schița o suprafață (în cazul extrem dimensiunea poate fi 2). Pentru o curbă, dimensiunea fractală este cuprinsă între 1 și 2, în funcție de complexitatea de care dă dovadă (dimensiunea fractală crește pe măsură ce crește complexitatea). Dimensiunea fractală va fi diferită în funcție de zona care se va analiza din cadrul unui anumit obiect, deci unele forme geografice pot fi extrem de complexe în timp ce alte porțiuni pot fi extrem de simple.

Astfel, dimensiunea fractală D prezintă un rezumat al naturii fractale a porțiunii analizate, putând fi utilizată drept index pentru măsurarea complexității unor curbe sau poligoane distincte și ca o măsură alternativă de măsurare a compactării.

În cazul utilizării pentru evaluarea complexității marginilor unei forme a dimensiunii fractale apar următoarele avantaje, care nu sunt întâlnite în cazul măsurătorilor convenționale a gradului de compactare:

- dimensiunea fractală este superioară în evaluarea întregii zone a complexității curbei, având abilitatea de a rezuma complexitatea acesteia.
- faptul că nu toate măsurătorile fractale necesită ca granița unui poligon să fie închisă, permite modificarea focalizării investigației și, în concluzie, granițele geografice care nu sunt subiect de studiu, pot fi înlăturate.

Analiza fractală asigură o apropiere mai puțin ambiguă în ceea ce privește analiza structurii și formei spațiale, decât măsurătorile de compactare.

Estimarea dimensiunii fractale

Există mai multe metode pentru estimarea dimensiunii fractale; în anul 1993 Burrough a exemplificat șapte astfel de metode pentru estimarea dimensiunii fractale D . Alți autori au exemplificat și ei astfel de metode: Longley și Batty în anul 1989, Batty în anul 1993 etc. Pentru respectivul experiment a fost selectată metoda numită *The Functional Box Count of a Curve* (Burrough - 1993), aceasta fiind utilizată pentru detectarea măririi lungimii graniței (curbei) unui district la niveluri din ce în ce mai fine ale detaliului. Acest lucru se realizează prin numărarea căsuțelor străbătute sau atinse de către graniță (curbă) în cadrul unui caroiaj. Numărul căsuțelor precum și lungimile unei părți a unei grile succesive sunt contorizate.

Când datele vor fi reprezentate pe un grafic logaritmic, rezultatele vor corespunde îndeaproape următoarei relații liniare (Batty - 1989, DeCola - 1993):

$\log \text{numărul_de_căsuțe} = a + b \log \text{dimensiunea_căsuței}$, unde *numărul_de_căsuțe* reprezintă numărul căsuțelor străbătute, iar *dimensiunea_căsuței* reprezintă lungimea laturii unei căsuțe. Intersecția este reprezentată de a , iar b reprezintă panta. Valoarea absolută a pantei b reprezintă dimensiunea fractală D .

Când este realizată o regresie liniară pentru a potrivi o linie în setul actual de observații, iese la iveală următoarea relație:

$$\log \text{numărul_de_căsuțe} = 1.78 + 1.43 \log \text{dimensiunea_căsuței}$$

Dimensiunea fractală D este reprezentată de valoarea absolută a pantei b , deci putem spune că dimensiunea fractală pentru numărul funcțional de căsuțe ale graniței districtului este egală cu 1.43.

Bibliografie

1. Alain Boutot, *Inventarea formelor*, Editura Nemira, 1996
2. Dick Oliver, *Fractali*, Editura Teora, 1996
3. *Solstice an Electronic Journal of Geography and Mathematics*, Volume I, Number 1, Summer, 1990

Cristian Kalanyos este student în anul II la Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj. Poate fi contactat prin e-mail la kalanyosc17@yahoo.com.