



Rundele #01 - #05

Cea de-a V-a ediție a concursului internațional de programare Bursele Agora a început pe data de 3 decembrie 2003. În continuare vă prezentăm enunțurile problemelor propuse spre rezolvare la primele cinci runde ale acestei ediții.

P080313: Cei șapte pitici

Probabil că toți cunoașteți povestea "*Albă ca Zăpada și cei șapte pitici*". Ceea ce nu știți este că, într-o zi, când piticii lucrau în mină a avut loc un cutremur și toate puțurile care coborau în mină au fost distruse. *Albă ca Zăpada*, văzând că piticii nu au ajuns seara acasă s-a hotărât să meargă să-i caute.

Ajungând la mină, și-a dat seama că nu se putea coborî și nu știa cum să-i scoată pe pitici cât mai repede de acolo deoarece trecuse ceva timp. A găsit o hartă a minei pe care erau marcate zonele unde lucrau piticii și o mașină de săpat puțuri verticale.

Presupunând că niciuna dintre aceste zone nu a fost distrusă de cutremur, *Albă ca Zăpada* a hotărât să sape puțuri pentru a-i elibera pe pitici.

Ajutați-o pe *Albă ca Zăpada* să determine o modalitate de a săpa puțuri de lungime minimă pentru a-i scoate pe pitici din mină.

Date de intrare

Fișierul de intrare **DWARFS.IN** conține pe prima linie două numere naturale M și N separate printr-un spațiu care reprezintă dimensiunile hărții.

Pe fiecare dintre următoarele M linii se află un șir de N numere care pot fi 0 sau 1 și care nu sunt separate prin spații.

Cifra 1 indică faptul că pe hartă, acea celulă este acoperită de pământ, iar cifra 0 indică faptul că acea celulă nu este acoperită.

O zonă în care se pot afla pitici este formată din celule adiacente pe verticală sau orizontală care au valoarea 0 pe hartă.

Pe hartă, în locul puțurilor a fost trecută valoarea 1, deoarece acestea au fost distruse.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **DWARFS.OUT** trebuie să conțină un singur număr natural L care reprezintă suma lungimilor tuturor puțurilor săpate. Această sumă trebuie să fie cât mai mică posibil.

Restricții

- $5 \leq N \leq 20$;
- $5 \leq M \leq 20$.

Exemplu

DWARFS.IN

```
8 10
1111111111
1101111111
1100101111
1001100101
1111111101
1011110001
1001111111
1111111111
```

DWARFS.OUT

```
5
```

Explicație

În continuare este reprezentată harta care conține caracterul '*' în locurile în care s-au săpat puțuri. Deci, lungimea minimă este egală cu numărul de celule marcate cu '*'.

```
11*11*1111
11011*1111
1100101111
1001100101
1*1111*101
1011110001
1001111111
1111111111
```

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

P080314: Asteroizi

Nava stelară *USS Enterprise* a fost singura care a supraviețuit confruntării cu borgii din sectorul 001 (*Terra*). Din fericire, uriașa navă a borgilor a fost distrusă, așadar cel



mai important sector al spațiului controlat de *Federația Planetelor Unite* nu a fost ocupat de borgi.

Totuși, *Enterprise* este grav avariata și trebuie să ajungă la șantierul naval din apropierea *Lunii*. Bătălia finală a avut loc în apropierea planetei *Uranus*, deci *Cpt. Jean Luc Picard* și restul echipajului care a supraviețuit luptei, trebuie să conducă nava prin centura de asteroizi aflată între *Marte* și *Jupiter*.

Din nefericire, manevrabilitatea navei este redusă, iar o schimbare de direcție este foarte dificil de realizat. Din acest motiv *Cpt. Jean Luc Picard* îi cere *Lt. Cmdr. Data* să stabilească un curs de zbor prin această centură de asteroizi, astfel încât să fie necesare cât mai puține schimbări de direcție.

Centura de asteroizi poate fi privită ca fiind o matrice bidimensională ale cărei elemente pot avea fie valoarea 0 (corespunzătoare unei zone libere), fie valoarea 1 (corespunzătoare unei zone în care se află un asteroid).

Navigatorul, *Slt. Wesley Crusher*, poate intra în centura de asteroizi prin orice punct dorește (va ajunge pe prima linie a matricei având direcția pe care o dorește; așadar, nu va fi efectuat nici un viraj pentru intrarea în centură). El trebuie să ajungă pe ultima linie a matricei, iar pentru a ieși din centură nu este necesară efectuarea unui viraj suplimentar.

USS Enterprise se poate deplasa prin centura de asteroizi pe verticală, orizontală sau diagonală. Oricare tip de viraj este la fel de dificil de efectuat; pot fi realizate viraje de 45°, 90° sau 135°, înspre stânga sau înspre dreapta. Nava stelară nu va putea trece prin zonele în care se află asteroizi.

După ce *Lt. Cmdr. Data* stabilește cursul de zbor, *Lt. Cmdr. William Riker* îl întreabă care este numărul virajelor care vor trebui efectuate.

La această întrebare va trebui să răspundeți și voi, cunoscând configurația centurii de asteroizi.

Date de intrare

Fișierul de intrare **ASTEROID.IN** conține pe prima linie două numere naturale M și N separate printr-un spațiu care reprezintă dimensiunile centurii de asteroizi.

Pe fiecare dintre următoarele M linii se află un șir de N numere care pot fi 0 sau 1 și care nu sunt separate prin spații.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **ASTEROID.OUT** trebuie să conțină un singur număr natural V care reprezintă numărul minim al virajelor care trebuie efectuate.

Restricții și precizări

- $5 \leq N \leq 200$;
- $5 \leq M \leq 200$;
- elementele de pe prima coloană și de pe ultima coloană ale matricei care reprezintă centura de asteroizi vor avea întotdeauna valoarea 1.

Exemplu

ASTEROID.IN

```
8 10
1101111011
1100001101
1100101111
1001100101
1110111001
1010110001
1001111001
1101110011
```

ASTEROID.OUT

```
3
```

Explicație

În continuare este reprezentat traseul navei; pozițiile prin care trece nava sunt marcate cu '*'. Caracterele îngroșate indică poziții în care se efectuează viraje.

```
11*1111011
110**01101
11001*1111
100110*101
1110111*01
1010110*01
1001111*01
1101110*11
```

Există mai multe alte trasee pentru care sunt necesare tot trei viraje. Trei dintre ele sunt următoarele:

11*1111011	11*1111011	11*1111011
11*0*01101	11***01101	11***01101
11**1*1111	11001*1111	11001*1111
10*110*101	100110*101	100110*101
1110111*01	1110111*01	1110111*01
1010110*01	1010110*01	10101100*1
1001111*01	1001111*01	1001111*01
1101110*11	1101110*11	110111*011

Se observă că un curs de zbor cu număr minim de viraje nu este neapărat cel mai scurt curs. De exemplu, cursul prezentat în continuare este mai scurt decât oricare dintre cele prezentate anterior, dar necesită patru viraje.

```
11*1111011
11*0001101
11*0101111
10*1100101
111*111001
101*110001
10*1111001
11*1110011
```

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

**P080315: Recurență**

Șirul lui *Fibonacci* este una dintre cele mai celebre recurențe pe care o întâlnesc informaticienii. El este definit prin:

- $F_0 = 0$;
- $F_1 = 1$;
- $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, pentru $i \geq 2$.

Așadar, primele elemente ale acestui șir sunt:

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377

Putem defini șirul $R_i = F_{i+1} / F_i$. Primele elemente ale acestui șir vor fi:

1/0 1/1 2/1 3/2 5/3 8/5 13/8 21/13 ...

sau:

∞ 1 2 1.5 1. (6) 1.6 1.625 1. (615384) ...

Există o mulțime de șiruri care pot fi definite printr-o metodă asemănătoare. Relația de recurență este aceeași, dar valorile primilor doi termeni sunt arbitrare. Forma generală a acestor șiruri este:

- $a_0 = p$;
- $a_1 = q$;
- $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}$, pentru $i \geq 2$.

Evident și pentru astfel de șiruri vom putea defini șiruri de forma $r_i = a_{i+1} / a_i$.

De exemplu, pentru $p = 4$ și $q = 5$ primele elemente ale șirului vor fi:

4 5 9 14 23 37 60 97 157 254 411 665 1076

În aceste condiții, elementele șirului $r_i = a_{i+1} / a_i$ vor fi:

5/4 9/5 14/9 23/14 37/23 60/37 97/60 ...

sau:

1.25 1.8 1. (5) 1.6 (428571)
1. (6086956521739130434782) 1. (621)
1.61 (6) ...

Cunoscându-se valorile elementelor p , q și n , va trebui să determinăm valoarea r_n .

Date de intrare

Fișierul de intrare **REC.IN** conține trei linii. Pe prima linie se află valoarea p , pe cea de-a doua linie se află valoarea q , iar pe a treia se află valoarea n .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **REC.OUT** trebuie să conțină o singură linie pe care se va afla valoarea r_n , scrisă folosind opt zecimale exacte.

Restricții și precizări

- $1 \leq p, q \leq 1000$;
- p și q sunt numere reale care conțin cel mult două zecimale;

- $0 \leq n < 10^{100}$ (valoarea n este un număr format din cel mult 100 de cifre).

Exemple

REC.IN	REC.OUT
1	1.50000000
1	
2	

REC.IN	REC.OUT
4	1.616666666
5	
6	

REC.IN	REC.OUT
24	2.37500000
57	
0	

Explicații

Șirul din primul exemplu este, practic, șirul lui *Fibonacci* din care a fost eliminat primul element, iar toate celelalte elemente au fost deplasate cu o poziție. Așadar, elementul căutat, r_2 , este, de fapt, elementul R_3 , a cărui valoare este 1.5.

Șirul corespunzător celui de-al doilea exemplu este cel folosit pentru exemplificările din enunț. Valoarea elementului căutat este, așa cum se poate vedea în descrierea problemei, 1.61 (6).

Pentru cel de-al treilea exemplu, trebuie să determinăm valoarea r_0 . Avem:

$$r_0 = a_1 / a_0 = q / p = 57 / 24 = 2.375.$$

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

P080316: Parada piticilor

Pe data de 13 Decembrie se serbează *Ziua Națională a Țării Piticilor*. Cu această ocazie va avea loc *Parada Militară a Armatei Piticilor*.

Deoarece se cunoaște preferința pentru simetrie a *Piticului Șef*, conducătorul paradei militare, *Generalul Pitic*, știe că soldații pitici vor trebui să defileze în șir indian și culorile scufiilor piticilor trebuie să urmeze în aceeași succesiune indiferent de direcția din care sunt priviți piticii care defilează.

Cu alte cuvinte, scufia primului pitic trebuie să aibă aceeași culoare ca scufia ultimului pitic, scufia celui de-al doilea pitic trebuie să aibă aceeași culoare cu cea a penultimului pitic și așa mai departe.

După ce și-a aranjat soldații astfel încât această cerință să fie respectată, *Generalul Pitic*, a plecat să stabilească ultimele detalii pentru ca parada să se desfășoare în cele mai bune condiții.

Din nefericire, în acest timp, soldații au fost vizitați de *Miss Pitic* și, în momentul în care au văzut-o, aceștia au rupt imediat rândurile (de fapt, rândul).

Când au auzit că *Generalul Pitic* se întoarce, piticii au format repede un nou rând dar, evident, acesta nu mai era simetric.

Generalul Pitic s-a întors și a observat dezastrul produs; s-a alarmat și a vrut să anuleze parada datorită faptului că și-a dat seama că în timpul rămas nu va reuși să rearanjeze soldații pitici.

Din fericire, consilierului său, *Colonelul Pitic*, i-a venit o idee care ar putea salva situația. Soluția sa este ca anumiți pitici să iasă din rând și rândul rămas să fie simetric.

Generalul Pitic a agreat această idee (de fapt, nu prea avea de ales) și i-a cerut unui pitic de încredere (*Caporalul Pitic*), să aleagă piticii care trebuie să iasă din rând pentru ca șirul simetric obținut să fie cât mai lung posibil (dorea ca parada să dureze cât mai mult, chiar și în aceste condiții).

Așadar, cunoscând succesiunea culorilor scufiilor din rândul pe care l-au format soldații după vizita lui *Miss Pitic*, va trebui să determinați numărul minim de pitici care trebuie să părăsească șirul pentru ca acesta să rămână simetric.

Date de intrare

Prima linie a fișierului de intrare **PARADE.IN** conține numărul N al piticilor care ar fi trebuit să participe la paradă. Pe fiecare dintre următoarele N linii se află câte un șir de caractere care reprezintă culoarea scufiei unui pitic din șir. Ordinea în care sunt descrise culorile scufiilor este dată de ordinea în care se află piticii după vizita lui *Miss Pitic*.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **PARADE.OUT** trebuie să conțină o singură linie pe care se va afla numărul minim al piticilor care trebuie să părăsească șirul.

Restricții și precizări

- $2 \leq N \leq 200$;
- culorile piticilor sunt șiruri de caractere formate din cel mult zece litere ale alfabetului englezesc.

Exemplu

PARADE.IN	PARADE.OUT
5	1
red	
green	
blue	
blue	
red	

Explicație

Doar piticul cu scufie verde (*green*) trebuie să părăsească șirul. Vor rămâne patru pitici; primul va avea scufie roșie (*red*), următorii doi scufie albastră (*blue*), iar ultimul scufie roșie (*red*). Așadar, șirul piticilor va fi simetric.

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

P080317: Pluto

Pe o tablă sunt desenate N cercuri. *Pluto* trebuie să deseneze un număr total de M săgeți, astfel încât fiecare săgeată să pornească de la un cerc și să ajungă la alt cerc. Pentru fiecare cerc se cunoaște numărul săgeților care trebuie să plece din cercul respectiv și numărul săgeților care trebuie să ajungă la cercul respectiv. Va trebui să verificați dacă *Pluto* poate desena săgețile și, dacă acest lucru este posibil, să descrieți modul în care acestea vor fi desenate.

Date de intrare

Prima linie a fișierului de intrare **PLUTO.IN** conține numărul N al cercurilor și numărul M al săgeților. Cea de-a doua linie conține N numere întregi, separate prin câte un spațiu, care reprezintă numărul săgeților care trebuie să pornească de la fiecare cerc. Cea de-a treia linie conține N numere întregi, separate prin câte un spațiu, care reprezintă numărul săgeților care trebuie să ajungă la fiecare cerc. Primul număr de pe fiecare dintre aceste linii corespunde primului cerc (identificat prin 1), al doilea număr corespunde celui de-al doilea cerc (identificat prin 2) etc. Suma numerelor de pe fiecare dintre aceste două linii este întotdeauna M .

Date de ieșire

Prima linie a fișierului de ieșire **PLUTO.OUT** va conține mesajul YES în cazul în care există cel puțin o posibilitate de desenare a săgeților și mesajul NO în caz contrar. În cazul în care săgețile pot fi desenate, fișierul va mai conține M linii pe care se vor afla câte două numere întregi x și y cu semnificația: *va fi desenată o săgeată care pornește de la cercul identificat prin x și ajunge la cercul identificat prin y .*

Restricții și precizări

- $1 \leq N \leq 50$;
- $1 \leq M \leq 500$;
- cercurile sunt identificate prin numere naturale cuprinse între 1 și N ;
- poate fi desenată cel mult o săgeată care ponește de la un cerc x și ajunge la un cerc y ;
- dacă s-a desenat o săgeată care ponește de la un cerc x și ajunge la un cerc y , atunci poate sau nu fi desenată și o săgeată care ponește de la cercul y și ajunge la cercul x ;
- dacă există mai multe soluții atunci poate fi aleasă oricare dintre ele.

Exemplu

PLUTO.IN	PLUTO.OUT
4 5	YES
1 2 2 0	1 2
1 1 1 2	2 3
	3 1
	2 4
	3 4

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

