HAL
open science

La transition métal-isolant d'Anderson observée avec un gaz atomique froid en régime chaotique

Jean Claude Garreau, Pascal Szriftgiser, Gabriel Lemarié, Dominique Delande

To cite this version:

Jean Claude Garreau, Pascal Szriftgiser, Gabriel Lemarié, Dominique Delande. La transition métal-isolant d'Anderson observée avec un gaz atomique froid en régime chaotique. 2009. hal-00466427

HAL Id: hal-00466427

https://hal.science/hal-00466427

Preprint submitted on 26 Mar 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La transition métal-isolant d'Anderson observée avec un gaz atomique froid en régime chaotique

Le refroidissement d'atomes par laser a rendu possible l'étude d'une grande variété de systèmes quantiques complexes dans des conditions optimales. En particulier, à l'aide de potentiels créés par la lumière, on peut étudier des "réseaux optiques" spatialement périodiques ressemblant beaucoup à un cristal. Ces mêmes potentiels optiques peuvent être utilisés pour réaliser des systèmes quantiques "chaotiques". Nous montrons dans cet article comment un système quantiquement chaotique réalisé avec des atomes froids permet d'explorer la transition métal-isolant d'Anderson en dimension trois, et de mesurer pour la première fois un exposant critique de cette transition avec des ondes de matière sans interaction.

La localisation d'Anderson (encore appelée localisation forte) est un phénomène non intuitif, mais aujourd'hui solidement établi. La situation physique de base est celle d'une particule libre soumise à un potentiel spatialement désordonné, c'est-à-dire aléatoire avec des fonctions de corrélation connues. Par exemple, une version simple "discrétisée" est donnée par le modèle d'Anderson, décrit dans l'encadré 2 de l'article "La localisation forte d'Anderson", où la particule est localisée sur des sites, avec un couplage constant ("hopping") entre sites voisins, et un potentiel qui varie de façon aléatoire de site en site, sans corrélation entre sites. Dans cette situation, un paquet d'ondes initialement localisé ne va pas diffuser à l'infini, mais va rester localisé dans une région finie de l'espace, avec une extension typique appelée longueur de localisation. La localisation d'Anderson résulte directement de l'interférence quantique entre différents chemins (au sens de Feynman) qui, à grande distance, peuvent être (selon la dimensionalité et les valeurs des paramètres du système) systématiquement destructifs.

La localisation d'Anderson se produit pour une seule particule et n'est donc pas liée à l'interaction entre particules (contrairement à la localisation de Mott par exemple). Elle présente des caractéristiques très semblables dans des modèles de désordre discret comme le modèle d'Anderson, ou dans le cas d'un potentiel désordonné continu appliqué à une particule libre, comme discuté dans la suite de cet article. Un résultat étonnant est qu'en dimension 1 ou 2, la localisation d'Anderson est la règle générale. Evidemment, quand l'énergie est très grande devant les fluctuations du potentiel, la longueur de localisation peut être si grande qu'elle devient impossible à mesurer expérimentalement.

En dimension 3, le scénario général est que les états de basse énergie sont localisés, tandis que ceux de haute énergie (quand la particule "vole" au-dessus des bosses de potentiel) restent délocalisés, avec un mouvement globalement diffusif, comme résultant d'une marche au hasard de la particule dans le potentiel aléatoire. Les deux régimes sont séparés par un "seuil de mobilité". Au voisinage de ce seuil, se produit la transition délocalisé-localisé (ou métal-isolant) d'Anderson. Il est aujourd'hui bien établi à partir de simulations numériques, en particulier du modèle d'Anderson, que cette transition est une transition de phase quantique du second ordre, où la longueur de localisation (resp. la constante de diffusion) diverge en loi de puissance du coté localisé (resp. délocalisé) de la transition.

Insistons sur la distinction entre ces deux phénomènes : la *localisation d'Anderson* — qui se manifeste par la concentration spatiale de la fonction d'onde, et existe quelle que soit la dimension du système — et la *transition d'Anderson* qui est une transition de phase

quantique entre un état où les fonctions d'onde sont localisées (isolant) et un état où les fonctions d'onde sont délocalisées (métal), transition qui ne se manifeste qu'en dimension égale ou supérieure à trois.

Il est très difficile d'observer expérimentalement la transition d'Anderson. Pour ce faire il faut pouvoir contrôler le désordre de façon précise. Tout effet de décohérence de la particule à cause de son environnement extérieur (dû par exemple à des collisions avec des phonons dans le cas d'électrons dans un cristal) tendra à briser la délicate interférence quantique responsable de la localisation. Le scénario de la transition d'Anderson pouvant s'appliquer à une grande variété de systèmes ondulatoires désordonnés — y compris des ondes "classiques", où les mécanismes de brisure de la cohérence de phase sont contrôlables — des observations expérimentales de la transition d'Anderson ont été effectuées avec des ondes ultrasonores ou électromagnétiques en milieu désordonné, voir l'article "La localisation forte d'Anderson des ondes classiques" dans ce numéro. Mais une observation directe avec des ondes de matière restait essentiellement inaccessible : les rares observations dans des solides sont ambigües car les interactions électron-électron y perturbent notablement les caractéristiques de la localisation.

Nous avons mis à profit notre expertise sur l'étude du chaos quantique pour réaliser un système atomique équivalent au modèle d'Anderson tridimensionnel. Nous avons ainsi pu, en faisant interagir des atomes froids et des faisceaux laser, observer pour la première fois la transition d'Anderson avec des ondes de matière et effectuer la première mesure expérimentale de l'*exposant critique* (défini ci-dessous) de cette transition.

Chaos quantique et localisation dynamique

Le comportement quantique d'un système simple est décrit par l'équation de Schrödinger. Or celle-ci est linéaire, ce qui signifie qu'un tel système ne peut pas présenter la "sensibilité aux conditions initiales" qui est un ingrédient de base du chaos. Il est donc justifié de demander ce qu'est le *chaos quantique*. La définition la plus simple repose sur la dynamique classique : un système est quantiquement chaotique si son équivalent classique (obtenu dans la limite où la constante de Planck $\hbar$ tend vers 0) est chaotique. On s'intéresse alors aux propriétés des niveaux d'énergie ou des états propres du système quantique, ou bien encore à ses propriétés de transport, en essayant d'établir un lien avec les propriétés classiques chaotiques.

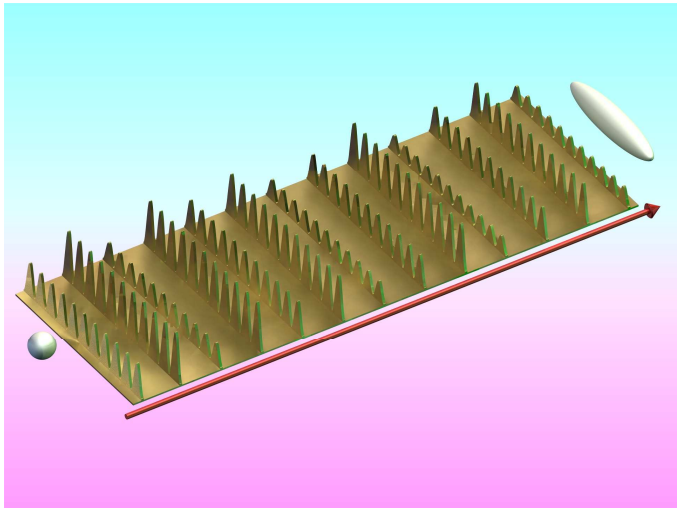

Figure 1 – *Schéma de l'expérience. L'onde stationnaire est allumée de façon périodique dans le temps (flèche rouge) pendant une courte durée. A chaque allumage l'amplitude de celle-ci varie selon une série quasipériodique à deux fréquences incommensurables entre elles ainsi qu'avec la fréquence des allumages. Le nuage d'atomes froids initialement symétrique (à gauche) reçoit des pulses selon la direction de l'onde stationnaire et devient ainsi de plus en plus allongé (à droite).*

Pour étudier expérimentalement le chaos quantique, il faut trouver un système quantique, réalisable expérimentalement, dont la limite classique soit chaotique. Il existe un certain nombre de systèmes présentant cette caractéristique, par exemple les atomes de Rydberg soumis à des champs électriques et/ou magnétiques statiques ou oscillants, ou encore des "billards" chaotiques réalisés avec des cavités optiques ou micro-ondes. Dans le domaine du transport et de la localisation, un système s'est imposé comme paradigme du chaos quantique : le rotateur forcé atomique, décrit dans l'encadré .

Dans sa forme la plus simple, le rotateur forcé est formé d'une particule tournant librement sur une orbite circulaire, à laquelle l'on applique, de façon périodique,

des impulsions dans une direction donnée (d'où le nom anglais "kicked rotor"), que nous appellerons ici "pulses" pour éviter la confusion avec la grandeur impulsion. La particule voit donc une force impulsionnelle de forme sinusoïdale. Si les pulses sont suffisamment courts pour qu'on puisse négliger le mouvement de la particule pendant le pulse, on peut les assimiler à des fonctions delta. La dynamique de ce système est particulièrement facile à étudier numériquement, car l'évolution se résume à des évolutions libres entrecoupées périodiquement par des sauts de l'impulsion de l'atome produits par l'application de la force, voir figure . Il s'avère que la dynamique classique de ce système est chaotique si la force appliquée est suffisamment intense. Plus précisément, la dynamique classique, bien que parfaitement déterministe, ressemble beaucoup à une marche au hasard dans l'espace des impulsions : à chaque pulse, la particule voit son impulsion modifiée d'une quantité pseudo-aléatoire de moyenne nulle. Globalement, si on effectue une moyenne sur un ensemble de conditions initiales, on observe, comme pour une marche au hasard, un mouvement diffusif, mais dans l'espace des impulsions. Cette dynamique a été appelée *diffusion chaotique.* Ainsi, si l'on considère un ensemble de particules classiques avec une distribution gaussienne d'impulsion, cette distribution s'élargira avec le temps et l'énergie cinétique moyenne augmentera linéairement avec le temps, $\langle p^2 \rangle = 2Dt$, où D est la constante de diffusion.

Ce système se prête parfaitement à l'étude du chaos quantique. Que deviendra la diffusion de l'impulsion – propriété caractéristique du chaos classique – dans le cas quantique ?

Considérons un état quantique initial très localisé autour d'une impulsion moyenne nulle. Pendant un certain temps, la dynamique quantique mime la dynamique classique, et l'on observe une augmentation linéaire de l'énergie cinétique moyenne ; la fonction d'onde prenant alors une forme gaussienne $|\psi(p,t)|^2 \propto \exp\left(-p^2/4Dt\right)$. Mais durant l'évolution temporelle des interférences quantiques se développent dans le système. Comme pour le modèle d'Anderson unidimensionnel, ces interférences sont en moyenne destructives à grande distance, et provoquent un ralentissement, puis un gel du transport. L'énergie cinétique moyenne tend alors vers une constante, tandis que la fonction d'onde tend vers une distribution exponentielle $|\psi(p,t)|^2 \propto \exp\left(-|p|/\xi\right)$, où ξ est appelé *longueur de localisation.* Le temps caractéristique associé à ce changement de dynamique est le *temps de localisation.* Ce phénomène, découvert numériquement par Casati, Chirikov, Ford et Izrailev en 1979, est nommé *localisation dynamique*, l'adjectif *dynamique* exprimant le fait que cette localisation se produit dans l'espace des impulsions.

Le mouvement diffusif initial, suivi par un phénomène de localisation, accompagné par la forme exponentielle de la distribution d'impulsion, suggère fortement une analogie avec la localisation d'Anderson, même si les deux systèmes sont de nature différente. Le fait remarquable est qu'il existe un lien profond entre les deux phénomènes, comme démontré par Grempel, Prange et Fishman, en 1982 : les états propres de l'opérateur d'évolution du rotateur forcé sur une période (voir encadré) obéissent à une équation analogue à celle du modèle d'Anderson (cf eq.(1) de l'encadré 2 de l'article "La localisation forte d'Anderson"), sauf que le terme diagonal W_i au lieu d'être aléatoire, est donné par une formule explicite compliquée générant des nombres *pseudo-aléatoires* (un peu comme les générateurs de nombres aléatoires utilisés dans les programmes informatiques qui sont en fait parfaitement déterministes, mais statistiquement distribués comme des nombres aléatoires). A ce détail près, il y a une analogie complète entre la localisation dynamique et la localisation d'Anderson.

Le rotateur forcé atomique

Comment réaliser expérimentalement la localisation dynamique d'un rotateur forcé quantique, en conservant les fragiles interférences quantiques responsables du phénomène de localisation ? Les ondes de matière d'un gaz atomique froid, manipulées par des faisceaux laser, sont ici un outil incomparable.

En effet, on sait créer un potentiel périodique pour le mouvement externe (i.e. du centre de masse, les degrés de liberté internes étant ici spectateurs) des atomes. Pour réaliser le rotateur forcé, il suffit donc de laisser les ondes de matière atomiques évoluer librement l'essentiel du temps et de simplement leur appliquer un potentiel variant sinusoïdalement dans l'espace à chaque multiple entier d'une période que l'on choisit.

Comment réaliser un tel potentiel ? On peut utiliser pour cela les "forces lumineuses" d'interaction entre un atome et un faisceau laser dont la fréquence est proche d'une résonance atomique, c'est-à-dire le fait qu'un faisceau laser provoque un "déplacement lumineux" des niveaux atomiques, ce qui pour la dynamique du centre de masse de l'atome, correspond à un "potentiel lumineux", proportionnel au rapport I/Δ de l'intensité lumineuse I par le désaccord Δ de fréquence entre le rayonnement et l'atome. Pour créer la dépendance spatiale sinusoïdale, il suffit d'utiliser une onde stationnaire obtenue en réfléchissant un faisceau laser sur un miroir. Dans ce cas l'intensité du rayonnement est modulé sinusoïdalement dans l'espace : $I = I_0 \cos(2kx)$ où $k = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde du rayonnement. On produit ainsi un potentiel optique proportionnel à $(I_0/\Delta)\cos(2kx)$, c'est à dire un potentiel sinusoïdal de pas $\lambda/2 \sim 0{,}5\,\mu$m. Enfin, on place un modulateur acousto-optique sur le chemin du faisceau pour le couper (en le déviant de sa trajectoire initiale). On peut ainsi réaliser des pulses très courts ($\sim$ 500 ns) de l'onde stationnaire. Il est facile de voir que les atomes froids soumis à ce potentiel évolueront selon l'Hamilto-

nien (4). Un tel dispositif réalise donc le *rotateur forcé atomique*.

En utilisant ce système, Raizen et collaborateurs ont observé pour la première fois en 1995 la localisation dynamique – équivalente à la localisation d'Anderson unidimensionnelle – avec des ondes de matière. Appliquant une vingtaine d'impulsions à des atomes froids, ils ont observé la transformation d'une distribution d'impulsion gaussienne en exponentielle figée caractéristique de la localisation. La fig. montre ce changement de comportement tel qu'il a été observé dans notre laboratoire. Beaucoup plus récemment, en 2008, la localisation d'Anderson dans l'espace réel (telle que décrite originellement par Anderson) a été observée dans un potentiel optique désordonné *unidimensionnel* par une équipe de l'Institut d'Optique (voir article "Localisation d'Anderson d'atomes ultrafroids dans des potentiels optiques : Vers des simulateurs quantiques" dans ce numéro). Cependant, la généralisation de cette expérience à trois dimensions – condition *sine qua non* pour l'observation de la *transition* d'Anderson – pose des difficultés considérables.

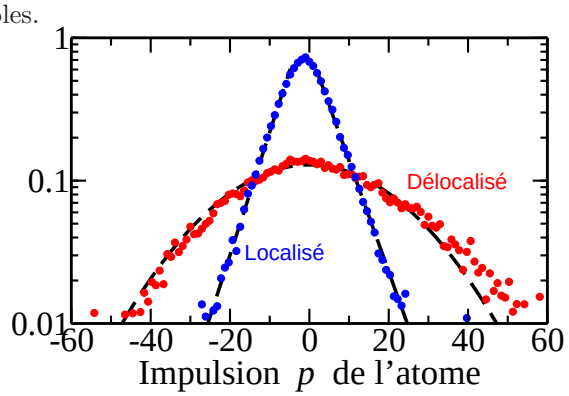

Figure 2 – *Distributions d'impulsion observées expérimentalement pour le rotateur atomique forcé quasi-périodique dans les régimes localisé (bleu) et diffusif (rouge). L'impulsion est mesurée en unité d'"impulsion de recul", égale à l'impulsion d'un photon du laser. Sur un axe logarithmique, la distribution diffusive Gaussienne apparait comme une parabole tandis que la distribution exponentielle localisée apparait comme une double ligne droite décroissante.*

Transition d'Anderson avec le rotateur atomique forcé

La *transition* d'Anderson ne peut être observée que dans un système tridimensionnel ; il faut donc chercher une variante du rotateur forcé équivalente au modèle d'Anderson tridimensionnel. L'idée la plus naturelle est d'utiliser, à la place de l'onde stationnaire (1D), un *réseau optique* 3D. Cette réalisation du passage à 3D est cependant compliquée par des difficultés expérimentales, dont la gravité, qui brise la symétrie spatiale du système. Casati, Guarnieri et Shepelyansky ont noté en 1989 que le caractère unidimensionnel de la localisation dans le rotateur forcé résulte de la périodicité temporelle du Hamiltonien. En enrichissant l'excitation temporelle, par deux fréquences supplémentaires incommensurables, il s'avère que le système obtenu est équivalent au modèle d'Anderson 3D *tridimensionnel*, la localisation étant toujours observée le long de l'impulsion. On utilise toujours une onde stationnaire pulsée, mais l'amplitude des pulses est modulée avec deux fréquences supplémentaires (voir fig.) ; on réalise ainsi le Hamiltonien du *rotateur forcé quasi-périodique* :

$$H_{3D} = \frac{p^2}{2} + K\cos x\,(1+\epsilon\cos(\omega_2 t)\cos(\omega_3 t))\sum_n \delta(t-n), \tag{1}$$

où $\omega_2/2\pi$ et $\omega_3/2\pi$ (en unités réduites) sont des nombres irrationnels [1]. La réalisation expérimentale de ce système n'implique qu'une modification assez simple du montage utilisé dans le cas 1D.

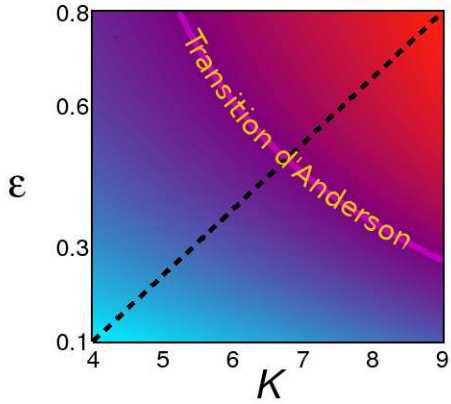

Figure 3 – *Diagramme de phase de la transition d'Anderson dans le plan (K,ϵ). La zone en bleu correspond à la phase isolante et la zone en rouge à la phase métallique. Dans notre expériences, nous avons choisi de "croiser" la transition selon la ligne pointillée.*

Comment se manifestera la transition d'Anderson dans un tel système ? Le Hamiltonien (1) a deux paramètres dont le rapport avec le modèle d'Anderson peut-être facilement établi : K, qui contrôle le *hopping* et ϵ qui contrôle l'anisotropie, donc le caractère 3D du système. Des valeurs de K supérieures à la valeur critique $K_C(\epsilon)$ correspondent à la situation où le *hopping* domine le désordre : on est alors en phase métallique. Pour des faibles valeurs de $K < K_C(\epsilon)$ on est dans la phase isolante. Nous avons généré numériquement le diagramme de phase de la transition d'Anderson pour le rotateur forcé quasi-périodique, voir fig. . Afin d'étudier expérimentalement la transition d'Anderson, nous avons suivi

[1] On peut se demander s'il y a un sens de parler de nombres irrationnels sur un montage expérimental. Le fait que le rapport de deux fréquences est un rationel p/q ne sera sensible qu'au bout de q périodes. Si la durée de l'expérience est nettement inférieure à ce temps, tout se passera comme si les deux fréquences étaient incommensurables.

[2] Il faut noter que ce seuil de mobilité dépend des paramètres précis du système, et en particulier des différentes frequences incommensurables utilisées. Pour $\epsilon = 0$, on se retrouve dans le cas 1D et le système est toujours localisé, d'où la divergence de K_C à petit ϵ.

le chemin en pointillé sur la fig. , qui croise la transition vers $K_C = 6{,}4$. [2] Afin de caractériser précisément la transition, nous avons mesuré l'évolution de la taille du paquet d'onde dans l'espace des impulsions $\langle p^2(t)\rangle$ en fonction du temps, pour différentes valeurs des paramètres K et ϵ. Le résultat expérimental est montré sur la figure . Pour $K < K_C$, dans le régime localisé, $\langle p^2(t)\rangle$ sature aux temps longs à une valeur proportionelle au carré de la longueur de localisation, comme dans le régime unidimensionnel de localisation dynamique. Pour $K > K_C$, dans le régime diffusif, $\langle p^2(t)\rangle$ augmente indéfiniment, proportionellement au temps et la pente mesure le coefficient de diffusion. Que se passe-t-il au point critique $K = K_C$? Il n'est pas tout à fait évident de l'intuiter. Les théories d'échelle de la transition d'Anderson prédisent un comportement de diffusion anormale, où $\langle p^2(t)\rangle$ est proportionel à $t^{2/3}$. C'est exactement ce que nous observons expérimentalement (courbe violette sur la figure). Evidemment, les expériences ont une duréee nécessairement limitée et cette diffusion anormale ne peut être observée à l'infini. Les simulations numériques sont moins soumises à ces limitations et peuvent être prolongées jusqu'à 1 million de périodes (au lieu de 200 maximum pour les expériences) ; elles confirmenent ce régime de diffusion anormale avec exposant 2/3.

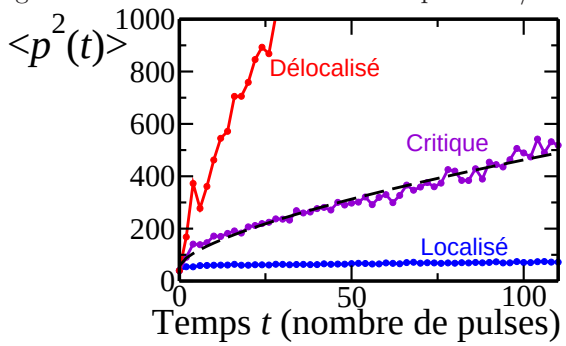

Figure 4 – *La transition métal-isolant d'Anderson observée sur le rotateur atomique forcé quasi-périodique. On mesure la dispersion en impulsion $\langle p^2(t)\rangle$ d'un paquet d'ondes initialement localisé, en fonction du temps t (mesuré en nombre de pulses). Dans le régime localisé ($K = 4{,}0$, courbe bleue), le paquet d'ondes se localise après un temps court. Dans le régime diffusif ($K = 9{,}0$, courbe rouge), $\langle p^2(t)\rangle$ augmente indéfiniment, proportionellement au temps. Le régime critique ($K = K_C = 6{,}4$, courbe violette) est caractérisé par une diffusion anormale $\langle p^2(t)\rangle \propto t^{2/3}$.*

L'existence d'un régime critique anormal, avec de part et d'autre une évolution lente soit vers un régime diffusif, soit vers un régime localisé, est une signature d'une transition de phase du second ordre comme la transition d'Anderson.

A partir des données des expériences rélles ou numériques, il est possible d'extraire la longueur de localisation et d'étudier comment elle diverge quand on s'approche du point critique. Cette divergence est, comme pour toutes les transitions de phase du second ordre, en loi de puissance du type :

$$\xi \propto (K_C - K)^{-\nu} \qquad (2)$$

où ν est appelé exposant critique de la transition.

De même, du côté délocalisé de la transition, il est possible d'extraire une longueur caractéristique (reliée à la constante de diffusion) présentant la même divergence en loi de puissance.

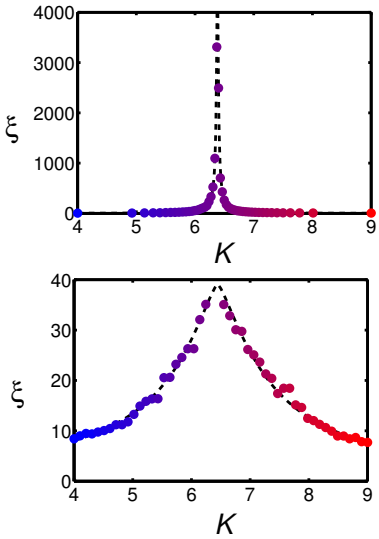

Figure 5 – *Longueur caractéristique (dans l'espace des impulsions) au voisinage de la transition d'Anderson pour le rotateur atomique forcé quasi-périodique. Du côté localisé (bleu), cette longueur coïncide avec la longueur de localisation tandis que, du côté diffusif (rouge), elle est reliée à la constante de diffusion. La divergence au voisinage du point critique $K_C = 6{,}4$ est une signature de la transition d'Anderson. Pour cause de temps d'observation limité, cette divergence est "ramollie", mais reste clairement visible. La courbe de gauche représente les résultats de simulations numériques, et celle de droite les résultats expérimentaux. La divergence est en loi de puissance, eq. (2), au voisinage de la transition. On peut ainsi extraire la valeur de l'exposant critique de la transition d'Anderson, $\nu = 1{,}58 \pm 0{,}01$ pour les simulations numériques, et $\nu = 1{,}5 \pm 0{,}2$ pour les données expérimentales.*

Sur la figure , nous montrons le comportement de cette longueur caractéristique autour de la transition. Comme nous travaillons nécessairement avec un nombre fini de pulses, la longueur de localisation ne peut pas excéder l'impulsion maximum donnée par la diffusion linéaire classique : la divergence stricte est donc impossible, on observe à la place un maximum très marqué. A partir de ces données, on peut extraire l'exposant critique de la transition d'Anderson. Pour les simulations numériques, on obtient $\nu = 1{,}58 \pm 0{,}01$. Cette valeur est *universelle*, c'est-à-dire qu'elle est indépendante des valeurs précises des paramètres du système ; ceci ne fait que traduire l'idée simple que, au voisinage de la transition, la physique du système est entièrement déterminée par l'échelle la plus grande (ici la longueur de localisation) et devient indépendante des détails à plus petite échelle. Ceci est confirmé par le fait que la valeur obtenue est *exactement* égale à celle extraite de simulations numériques du modèle d'Anderson, ce qui constitue une autre preuve que la transition observée sur le rotateur forcé quasi-périodique est bien la transition métal-isolant d'Anderson.

Si l'on regarde maintenant les données expérimentales, on obtient pour l'exposant critique :

$$\nu = 1{,}5 \pm 0{,}2 \tag{3}$$

où l'incertitude provient essentiellement de la durée finie de l'expérience. Un point extrêmement important est que ν est significativement différent de l'unité. En effet, les observations expérimentales sur les transitions métal-isolant pour les électrons dans des solides désordonnés – le contexte initial où est née l'idée de la localisation d'Anderson – donnent un exposant critique très proche de 1 ; l'interprétation la plus couramment admise est que les effets d'interaction électron-électron dans le solide affectent fortement la transition d'Anderson et notamment l'exposant critique. La présente détermination est de fait la première mesure expérimentale de l'exposant critique de la transition d'Anderson sur des ondes de matière sans interaction.

Sur le plan théorique, l'observation d'un exposant plus grand que 1 est également importante. En effet, les théories approchées, dites "auto-consistantes" de la localisation d'Anderson prévoient $\nu = 1$. Or, ces théories négligent les fluctuations géantes observées au voisinage de la transition ; ce sont des théories de champ moyen connues pour produire des exposants critiques erronés. Il reste donc à développer une approche théorique prenant en compte ces fluctuations et qui permettrait de prédire les valeurs des exposants critiques.

Sur le plan expérimental, cette étude ouvre de nouvelles perspectives. En introduisant des modulations temporelles supplémentaires dans les pulses, on pourra étudier simplement la transition d'Anderson dans les dimensions supérieures. Le fait que l'on puisse mesurer directement la fonction d'onde du système ouvre aussi la voie à la mesure directe des propriétés du système au point critique, et à la possible caractérisation des fluctuations au régime critique, où de nombreuses questions ardues restent ouvertes. C'est bien la versatilité et le caractère très contrôlé de la physique des atomes froids – sans qu'il soit besoin d'utiliser un condensat de Bose-Einstein – qui permet l'étude de ces questions passionnantes où se mèlent interférences quantiques, désordre et chaos.

POUR EN SAVOIR PLUS

J. Chabé *et al*, « Phys. Rev. Lett. », *101*, 2008, 255702.
H.-J. Stöckmann, « Quantum Chaos, an Introduction », *Cambridge University Press*, 1999.
G. Lemarié *et al*, « Phys. Rev. A », *80*, 2009, 043626.

Article proposé par :

Jean-Claude Garreau, **Pascal Szriftgiser**, **Gabriel Lemarié**, **Dominique Delande**

Équipe Chaos Quantique, Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, UMR 8523 CNRS, Université Lille 1, F-59655 Villeneuve d'Ascq cedex
Laboratoire Kastler Brossel, UMR 8552, Université Pierre et Marie Curie, CNRS, École Normale Supérieure, 4 place Jussieu, 75005 Paris

Ont également participé à ce travail :

Julien Chabé, Hans Lignier et Benoît Grémaud

Encadré 1

Le “rotateur forcé”

Dans le rotateur forcé classique, une particule est soumise à des interactions périodiques de très courte durée avec un potentiel sinusoidal $K\cos x$*. Quand aucune force ne lui est appliquée, la vitesse de la particule est constante. Périodiquement – quand le temps est un multiple entier de la période – le potentiel est “allumé” pendant un temps très court, ce qui change instantanément l'impulsion de la particule d'une valeur* $K\sin x$ *(on utilise, conventionnellement, des variables adimensionées). Cette dynamique correspond donc au Hamiltonien*

$$H = \frac{p^2}{2} + K\cos x \sum_n \delta(t-n). \tag{4}$$

On peut alors écrire l'évolution du système sur une période (de $t = n - \epsilon$ *à* $n + 1 - \epsilon$*) à l'aide des équations suivantes :*

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= p_n + K\sin x_n \\ x_{n+1} &= x_n + p_{n+1} \end{aligned} \tag{5}$$

C'est la simplicité de ces relations de récurrence qui est responsable du statut *de “paradigme” du rotateur forcé. Dans le cas quantique l'évolution est décrite en termes de l'opérateur d'évolution sur une période. Le mouvement libre est diagonal en représentation d'impulsion :* $U_{\text{libre}} = \exp(-ip^2/2\hbar)$*. Pendant l'application du pulse, on peut négliger l'évolution libre de la particule ; l'opérateur d'évolution correspondant est donc diagonal en représentation de position :* $U_{\text{pulse}} = \exp(-iK\cos x/\hbar)$*. L'évolution temporelle du système peut donc se calculer sur un nombre arbitraire* n *de périodes par la relation* $|\psi(t=n)\rangle = U^n |\psi(0)\rangle$*, où* $U = U_{\text{libre}} U_{\text{pulse}}$*.*