



Rezolvarea unei ECUAȚII cu COEFICIENTI numere întregi mari

Lavinia Bejenaru

Problema rezolvării ecuațiilor poate ridica dificultăți majore, mai ales dacă ea a apărut ca subproblemă în rezolvarea unei probleme practice, care, de obicei, este complexă. Imaginați-vă un inginer care construiește un pod, dar calculează greșit anumiți parametri proveniți tocmai din ecuații, sau un centru spațial unde se realizează trimiterea pe orbită a unor sateliți sau a unor nave. În sensibilul domeniu economic un calcul greșit al rădăcinilor unor ecuații matematice ce modelează diverși parametri economici poate avea urmări sociale nedorite.

Prezentare generală

MAPLE V este un program care permite rezolvarea a numeroase probleme matematice, de la calculul unor rădăcini simple și produse de matrice până la reprezentarea tridimensională a unor funcții complexe în mai multe variabile. Acest produs se bucură de succes în mediul universitar și, în general, în rândul specialiștilor de orice natură, de la ingineri la profesori.

Pachete de funcții

În rezolvarea ecuațiilor o importanță foarte mare o are posibilitatea determinării rădăcinilor acestora cu o anumită precizie și pentru coeficienți numere întregi sau reale, foarte mari, de ordinul miliardelor sau sutelor de miliarde, ceea ce fără ajutorul calculatorului ar fi aproape imposibil de realizat.

Pentru a efectua aproape orice calcul întâlnit în matematică, Maple V dispune de numeroase funcții predefinite. Aceste funcții sunt incluse în pachete speciale. Pentru a putea apela o funcție inclusă în pachetul *nume_pachet*, vom folosi comanda:

`with (nume_pachet) ;`

sau

`with (nume_pachet) :`

Prezența caracterului `' ; '` la sfârșitul comenzii are ca efect afișarea tuturor funcțiilor ce se află în pachetul respectiv. Prezența caracterului `' : '` la sfârșitul comenzii are ca efect doar încărcarea elementelor specifice pachetului respectiv, inhibând afișarea elementelor componente. Un exemplu de pachet este `linalg` care poate fi folosit pentru a rezolva subprobleme clasice de algebră liniară. Pachetul conține numeroase funcții, care permit realizarea unei multitudini de operații de la produsul de matrice (funcția `innerprod`) și calculul determinanților (funcția `det`), până la calculul laplacianului (funcția `laplacian`) ori al unui bloc al formei *Jordan* a unei matrice (funcția `JordanBlock`).

Un alt exemplu de pachet este `geometry`, încărcat prin comanda `with (geometry) ;` sau `with (geometry) :` și care permite efectuarea unor operații cu elemente specifice geometriei. Se pot efectua numeroase operații de la determinarea ariei triunghiurilor (funcția `area`) sau a bisectoarelor unghiurilor (funcția `bisector`) până la determinarea medianelor unui triunghi (funcția `median`). De asemenea, se pot determina ortocentre (funcția `orthocenter`), raze ale unui cerc (funcția `radius`), proiecții (funcția `projection`), sau tangente la un cerc (funcția `tangent`).

Elementele de matematici superioare, cum ar fi cazul ecuațiilor diferențiale, au pachete speciale, de exemplu



DEtools. Se întâlnesc, de asemenea, elemente de teoria grupurilor, teoria numerelor sau statistică.

Aplicație

Vom prezenta acum modul în care pot fi *determinate rădăcinile unor ecuații care au coeficienți foarte mari*, imposibil de calculat în maniera ecuației de gradul II, adică pe hârtie, cu un creion și socotind, folosind o formulă simplă.

Vom folosi pachetul GaussInt, încărcându-l în prealabil prin comanda **with**(GaussInt); Efectuăm comanda

```
nume_exp:=expr;
```

unde `nume_exp` este un identificator în care se păstrează ecuația, iar `expr` este expresia ecuației într-o anumită nedeterminată, de exemplu `x`. Dacă dorim ca în expresia ecuației să folosim identificatori pentru a desemna coeficienții ei, în prealabil trebuie să îi definim în mod similar unor constante simbolice. Produsul dintre coeficienți și termenii care conțin puteri ale nedeterminatei este notat prin caracterul '*'. Pentru "a la puterea b" Maple V folosește notația 'a^b'. Prezența caracterului ';' este obligatorie, făcând parte din sintaxă. După scrierea liniei, aceasta trebuie activată (lansată în execuție) tastând <ENTER>. Urmează apoi o atribuire de forma

```
exp2:=solve(nume_exp,x);
```

deoarece expresia o are ca necunoscută pe `x`.

Rezultatul îl obținem în `exp2:=RootOf(exx)`, unde `exx` va avea forma expresiei `nume_exp`, necunoscuta `x` fiind acum înlocuită de `_Z`. **RootOf** este o scriere reprezentativă pentru rădăcinile ecuației. Vom definitiva acum aflarea rădăcinilor prin

```
allvalues(exp2);
```

Se vor afișa toate rădăcinile ecuației respective. O altă funcție, `roots`, permite aflarea unor rădăcini ale unei ecuații într-un anumit corp de numere.

Vom da un exemplu de rezolvare al unei ecuații de ordinul patru cu coeficienți foarte mari, problemă care ar

putea să apară în calculul polilor unui sistem obținut prin conexiunea în reacție în teoria circuitelor electrice.

În exemplu, după fiecare comandă, este afișat și rezultatul operației respective.

Exemplu

```
> a0:=1234567;
a0:=1234567
> a1:=3456789;
a1:=3456789
> a2:=233445567890;
a2:=233445567890
> a3:=1010000040;
a3:=1010000040
> a4:=1200040000;
a4:=1200040000
> with(GaussInt):
> expres1:=a4*x^4+a3*x^3+a2*x^2+a1*x+a0;
expres1:=1200040000x^4 + 1010000040x^3 +
233445567890x^2 + 3456789x + 1234567
> aa:=solve(expres1,x);
aa:=RootOf(1200040000_Z^4 + 1010000040_Z^3 +
233445567890_Z^2 + 3456789_Z + 1234567)
> allvalues(aa);
-.4208119303 - 13.94110428 I
-.4208119303 + 13.94110428 I
-.7392404355 10^-5 - .002299652906 I
-.7392404355 10^-5 + .002299652906 I
```

Caracterul **I** este folosit pentru a indica partea imaginară, având valoarea $I = \sqrt{-1}$

Domnul prof. drd. Laviniu Bejenaru este cadru didactic la Colegiul Național "Traian" din Drobeta Turnu Severin. Poate fi contactat prin intermediul redacției.

MAPLE V...

- A fost creat de University of Waterloo și Waterloo Maple Software.
- A ajuns la versiunea 6 (Maple V Release 6).
- În funcție de versiune, programul are nevoie de 20 - 60 MB spațiu pe disc și poate rula pe un procesor Pentium, nefiind foarte pretențios din punct de vedere al resurselor de care are nevoie.
- Pentru versiunea 6 sunt necesari 32 MB de memorie RAM.
- Viteza procesorului va afecta rapiditatea calculelor, în cazul ecuațiilor diferențiale (și în general al analizei diferențiale) sau afișărilor grafice de suprafețe date prin funcții în mai multe variabile.

- Pentru mediul științific, o facilitare apărută de la versiunea 3 (Maple V Release 3), este posibilitatea exportării fișierelor în format LaTeX, astfel facilitând scrierea articolelor și cărților care includ aplicații finalizate cu MAPLE.
- MAPLE V este un produs distribuit gratuit care poate fi descărcat de pe Internet de la adresa <http://www.maplesoft.com>.
- MAPLE V este un produs interactiv și conține un număr mare de rutine compilate care efectuează calcule matematice variate.
- Toate operațiile sunt implementate astfel încât să permită lucrul și cu numere foarte mari.