



**HAL**  
open science

## Vers une modélisation en acte dans les activités de lecture - tracé du bâtiment

Annie Bessot, Colette Laborde

### ► To cite this version:

Annie Bessot, Colette Laborde. Vers une modélisation en acte dans les activités de lecture - tracé du bâtiment. Séminaire national de didactique des mathématiques, 2005, France. pp.39-76. hal-00464640

**HAL Id: hal-00464640**

**<https://hal.science/hal-00464640>**

Submitted on 17 Mar 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Vers une modélisation d'une géométrie en acte dans les activités de lecture - tracé du bâtiment<sup>1</sup>**

**Annie Bessot**

**Equipe DDM, Laboratoire Leibniz**

**Colette Laborde**

**Equipe IAM**

**Université Joseph Fourier**

## **1. Les contrôles dans l'activité de « lecture - tracé » dans le bâtiment**

La plupart des tâches du bâtiment s'appuient sur la lecture de plans pour effectuer des tracés dans l'espace du chantier (méso espace). Nous appellerons ces tâches, des tâches de « lecture - tracé ». La mise en place de certains éléments du chantier prend en compte l'implantation ultérieure d'autres éléments. Ainsi, lorsqu'un plancher est à poser, le tracé du plancher doit anticiper le passage des canalisations et du réseau électrique ; de même, l'implantation d'un mur doit prendre en compte les positions des fenêtres et des portes. Cette anticipation prend le nom de réservation.

On peut distinguer deux types de contrôles dans l'activité et les pratiques de tracé de réservation :

- les contrôles au moment du tracé de la réservation qui sont dépendants des informations lues sur le plan
- les contrôles ultérieurs effectifs au moment de la pose des éléments se plaçant dans la réservation (contrôle pragmatique),

les premiers contrôles étant finalisés par les seconds.

En effet, si la longueur d'une poutre préfabriquée peut être contrôlée pragmatiquement par l'ouvrier qui la pose, (elle doit relier les supports de la poutre), la présence dans une dalle, d'une réservation destinée à des canalisations, ne peut être contrôlée par le maçon que par des contrôles liés à une lecture pertinente du plan. C'est le plombier qui ultérieurement exercera le contrôle pragmatique.

Le premier type de contrôles est au centre de nos préoccupations. En absence de contrôle pragmatique, le contrôle s'exerce à travers des connaissances dont certaines sont liées à

---

<sup>1</sup> Ce travail a été réalisé par le groupe : Annie Bessot, Grégoire Crozier, Sylvain Déprez, Madeleine Eberhard, Colette Laborde, Laure Metzler, Guy Prudhomme.

l'espace et aux instruments utilisés. Les réservations constituent donc pour nous un objet privilégié d'observation des conceptualisations.

De quelle nature sont les connaissances en jeu ? Comment sont-elles organisées ? Quelles relations entretiennent ces connaissances avec les artefacts présents sur les chantiers ?

Les connaissances impliquées dans les tâches de lecture - tracé sont relatives à l'espace, or la géométrie euclidienne issue d'une modélisation de l'espace nous apparaît comme une référence opératoire pour l'analyse de ces connaissances (Hadamard 1988). Notre choix est donc d'étudier ces connaissances en relation avec cette géométrie de référence. Nous faisons l'hypothèse que ces dernières se spécifient et s'organisent en une structure propre liée aux contraintes de l'institution, professionnelle ou de formation professionnelle.

Pour modéliser les connaissances en jeu dans l'activité de lecture - tracé, nous avons :

- caractérisé les conditions de l'activité de lecture - tracé (situation fondamentale de lecture - tracé)
- construit une expérimentation relative à l'activité de lecture - tracé
- identifié au travers des données recueillies les invariants de l'activité et leur articulation, en termes géométriques.

## 2. Une situation fondamentale de lecture - tracé

Nous caractérisons de la façon suivante l'ensemble des situations de lecture - tracé que nous qualifions de situation fondamentale de lecture - tracé (Bessot et al.1993, p. 120 ; Brousseau 1998, p.80)<sup>2</sup> :

Étant donné un plan coté d'un **élément de bâtiment** de forme **f** contenant **n** réservations de type **r** et d'**emplacement coté**, tracer avec les **instruments**, sur une **surface** plane cet élément de bâtiment et ces réservations.

La surface dépend du lieu des lecture-tracés :

- en usine, c'est une table de préfabrication de largeur imposée 2,50 m : en effet les prédalles doivent être transportées en camion sur le chantier ce qui contraint leurs dimensions.
- en forain, c'est une table *ad hoc* de largeur non imposée, à proximité du chantier
- sur le chantier *in situ*.

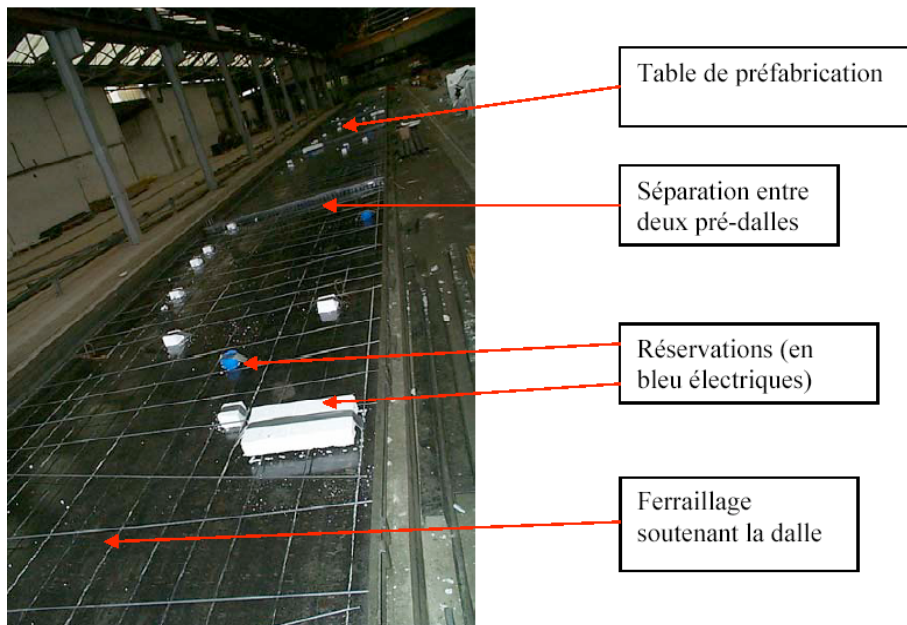
---

<sup>2</sup> Le caractère gras indique les variables de la situation fondamentale.

Sur le chantier, les tâches de lecture - tracé sont fréquentes, mais leur observation est rendue difficile par de nombreux facteurs, en particulier de conditions climatiques et de la programmation du chantier. C'est pourquoi nous avons décidé d'étudier le cas de la préfabrication en usine.

La préfabrication d'éléments de maçonnerie en usine (éléments verticaux ou horizontaux) présente l'intérêt de construire les éléments quasi en série. Ces éléments sont ensuite transportés sur le chantier et il reste à les assembler sur place au reste de l'édifice (contrôle pragmatique des éléments). Le gain de la préfabrication réside dans le temps et le coût de la préparation : alors que sur le chantier il faut placer des banches (moule de dimensions variables) à l'aide d'une grue pour couler le béton, la table de préfabrication en usine est en même temps un moule : c'est une table métallique permanente vibrante, permettant le coulage du béton.

La photo ci-après illustre cette étape de fabrication des pré-dalles dans une usine.



**Photo 1.** Table de fabrication de l'usine

Avant de poser les séparations délimitant les pré-dalles et les réservations, il est nécessaire de tracer sur la table leur position à partir du plan de fabrication (activité de lecture - tracé).

Nous avons instancié ci-après la situation fondamentale, en fixant des valeurs aux variables correspondant aux conditions de l'usine de préfabrication de prédalles<sup>3</sup> :

Étant donné une fiche de préfabrication d'une prédalle **de forme f** contenant **n réservations de type r et d'emplacement coté**, tracer avec les **instruments**, sur une table de largeur 2,5m cette prédalle et ces réservations.

Nous avons utilisé la notion de saut informationnel pour analyser la complexité des situations de lecture - tracé :

Le saut informationnel consiste, après avoir trouvé une situation fondamentale [...], à choisir d'abord les valeurs de ses variables de telle manière que les connaissances [...] permettent d'élaborer des stratégies efficaces...puis, sans modifier les règles du jeu, à changer les valeurs des variables de façon à rendre beaucoup plus grande la complexité de la tâche à accomplir.(Brousseau, 1986, p.23)

Les variables et leurs valeurs découlent de l'analyse des fiches d'incidents de l'usine<sup>4</sup> : la majorité des erreurs concerne le tracé de segments en biais de prédalles (qui ne sont pas orientés dans les directions de la cotation : cf.prédalle 2, Fig.1) et le positionnement des réservations.

Le tableau ci-dessous présente les classes de situations selon les valeurs de deux variables, la forme f et l'emplacement coté des réservations. Le type de réservations retenu dans ce tableau est celui des boîtiers électriques circulaires (repérés par leur centre).

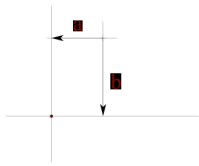
| Variable<br>Classes de situations | Forme de la prédalle | Repérage du centre de réservation sur le plan   |
|-----------------------------------|----------------------|---|
|                                   |                      | Point de référence local à partir duquel sont données les deux cotes déterminant le centre de réservation |
| 1                                 | Rectangle            | Matérialisé sur le plan   |
| 2.a                               | Autres               | Matérialisé   |
| 2.b                               | Autres               | Non Matérialisé   |

**Tableau 1.** Trois classes de situations de lecture - tracé de complexité différente

➤ **Stratégies possibles de tracé des classes de situations 1 et 2.a**

<sup>3</sup> Le caractère gras indique les variables de la situation fondamentale instanciée.

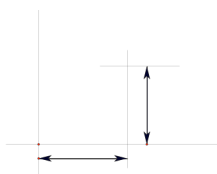
<sup>4</sup> Récemment, les activités de lecture - tracé en usine ont été informatisées. Cette automatisation s'explique d'une part par la diminution de la durée du travail des ouvriers, et d'autre part par un nombre significatif de litiges entre le fabricant et le client résultant d'erreurs commises par les ouvriers dans la tâche de lecture - tracé (30% de litiges déclarés).



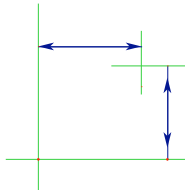
Le cadre choisi pour cette analyse est celui de la construction géométrique avec instruments. Le problème géométrique à résoudre est le suivant : étant données deux droites perpendiculaires, construire un point de distances données à ces deux droites.

On considérera trois instruments, la règle graduée (preneur de mesures et traceur de droites), l'équerre (constructeur d'angle droit) et le compas (report de distances). La géométrie euclidienne se restreint à la règle non graduée et au compas, mais ici nous considérons un système d'instruments plus large qui peut inclure l'équerre : en effet ce dernier instrument modifie les stratégies puisqu'elle économise le coût de la construction d'un angle droit. Le repérage du centre d'une réservation sur le plan se fait par des cotes. Dans le cas étudié, on peut distinguer deux positions des cotes sur le plan suivant le schéma ci-dessous

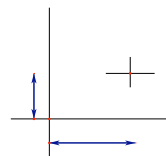
Cas a



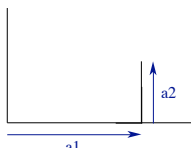
Cas b



Cas c



Certaines stratégies sont dépendantes de ces variables, certaines ne le sont pas, comme on pourra s'en convaincre à partir du tableau suivant. Ces trois cas sont rendus équivalents par un théorème que nous appellerons le théorème « rectangle ».

| Instruments               | Stratégies  | Propriétés   |
|---------------------------|---|--|
| Compas,<br>règle graduée  | « Cercles »<br>Marquage de deux points sur les droites de référence.<br>Point intersection de deux cercles de rayon les cotes et centrés sur les points marqués | Un quadrilatère ayant ses côtés opposés deux à deux égaux et un angle droit est un rectangle   |
| Équerre,<br>règle graduée | « Coordonnées »<br>Point de coordonnées données par deux cotes.<br>          | Cas a<br>Le procédé instrumenté par l'équerre suit la cotation et ne requiert pas la mise en œuvre de propriétés supplémentaires<br><br>Cas b et c<br>Théorème rectangle |

**Tableau 2.** Stratégies et propriétés géométriques (système de deux instruments)

| Instruments   | Stratégies                 | Propriétés  |
|---------------|----------------------------|---|
| Règle graduée | <p>Report de 4 mesures</p> | <p><i>Propriété de fermeture générale</i> Une ligne polygonale formée de 4 segments <math>a_1, a_2, a_3</math> et <math>a_4</math> telle que <math>a_1 = a_3</math> et <math>a_2 = a_4</math> est fermée si et seulement si <math>a_1</math> est parallèle à <math>a_3</math> et <math>a_2</math> parallèle à <math>a_4</math>.</p> <p>Un quadrilatère qui a ses côtés opposés deux à deux égaux est un parallélogramme.</p> <p><i>Cas particulier</i> des droites de référence orthogonales<br/> Une ligne polygonale formée de 4 segments <math>a_1, a_2, a_3</math> et <math>a_4</math> telle que <math>a_1 = a_3</math> et <math>a_2 = a_4</math> est fermée si et seulement si <math>a_1</math> est perpendiculaire à <math>a_3</math> et <math>a_2</math> perpendiculaire à <math>a_4</math>.</p> <p>Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle</p> |

**Tableau 3.** Stratégies et propriétés (règle graduée seule)

Chacune de ces stratégies est fondée de façon implicite sur des connaissances géométriques indiquées dans la colonne propriétés. Les deux premières stratégies « Cercles » et « Coordonnées » sont contrôlées par le bon usage des instruments du point de vue mathématique. La troisième « Quatre mesures » est coûteuse en propriétés géométriques. De plus elle ne peut se passer du contrôle perceptif du parallélisme ou de la perpendicularité qu'elle nécessite contrairement aux deux autres car la règle graduée ne permet pas à elle seule de produire ni du parallélisme, ni de la perpendicularité.

Dans le tableau ci-dessous, nous résumons l'analyse a priori en tenant compte de la spécificité des instruments de chantier et de leur « détournement » éventuel. Par exemple, le mètre ruban peut jouer le rôle de règle graduée ou de compas.

| Instruments           | Stratégies à dominante |                |
|-----------------------|------------------------|----------------|
|                       | instrumentale          | perceptive     |
| Equerre & Mètre ruban | Coordonnées            |                |
| Mètre ruban           | Cercles                | Quatre mesures |

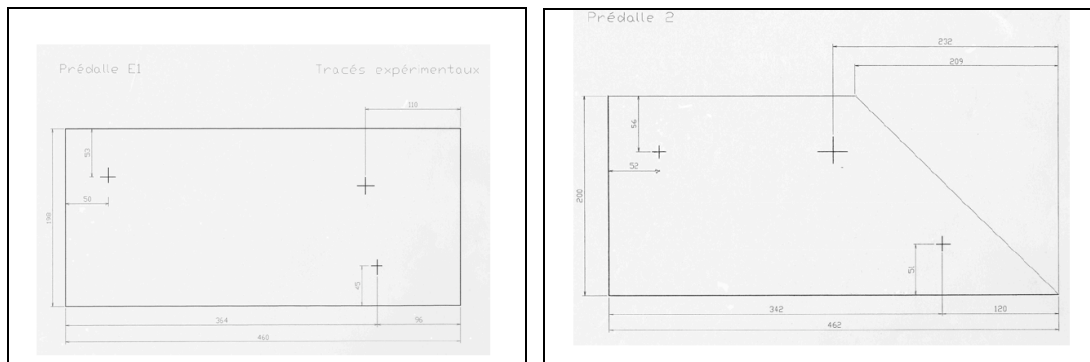
**Tableau 4.** Stratégies possibles avec instruments dans la situation de lecture-tracé sur le chantier

### ➤ La stratégie « cercles » dans la pratique professionnelle

Pour des raisons de taille de l'espace, le recours à l'équerre sur le chantier est quasi inexistant. En effet, une petite erreur sur la position de l'équerre engendre une erreur importante de la position d'un tracé de droite à grande distance. Les professionnels ont recours essentiellement au mètre ruban pour les mesures et tracés des réservations dans une procédure « Cercles ».

### 3. Une situation expérimentale de lecture - tracé

Dans la situation expérimentale, nous fixons les valeurs de certaines variables de la situation fondamentale et nous en faisons varier d'autres, pour construire deux situations successives relevant des trois classes dégagées au tableau 1 et entre lesquelles un saut informationnel a été organisé. Le tracé de deux prédalles 1 et 2 doit être réalisé successivement. Leur plan est donné ci-dessous (Fig. 1).



**Figure 1.** Fiches de fabrication des prédalles des situations d'action



**Photo 2.** Simulation de la table de préfabrication

Sur le sol, une table de préfabrication a été simulée par un contour rectangulaire fait de trois planches de bois.

Les instruments disponibles sont l'équerre de bâtiment, le mètre ruban, la règle rigide (2m), le cordeau traceur bleu et le crayon. Le nombre de réservations a été fixé à 3.

Un saut informationnel a été organisé en introduisant pour la prédalle 2 un tracé de réservation problématique : il s'agit de la réservation (232, 56). Le problème provient de la relation entre le point de référence pour le repérage de la réservation et les cotes présentes : soit le point de référence choisi est un point matérialisé sur le plan comme sommet du bord de



la prédalle mais il manque alors une cote, et il faut procéder pour la déterminer au calcul  $462 - 232$  ; soit on utilise une cote existante dépendant d'un point de référence extérieur à la prédalle et non matérialisé sur le plan (232,56).

Le tracé des autres réservations en revanche n'est pas problématique par rapport aux pratiques en atelier en formation (comme l'enseignant le confirme dans un entretien). Cette situation permet donc d'identifier les connaissances stables que le milieu pour la réservation de la prédalle 2 déstabilise.

La tâche de lecture - tracé met nécessairement en jeu deux espaces : le micro espace de la fiche fabrication et le méso espace des tracés.

Le premier présente une articulation entre

- d'une part, des codes numériques (distances à respecter) et symboliques : distinction de trois types de segments (traits forts ou fins et pour ces derniers fléchés ou non)
- et d'autre part, des objets (segments côtés du contour, points intersections de deux segments parallèles aux côtés du contour) et des relations géométriques (parallélisme et orthogonalité conduisant à deux directions privilégiées, distances prises le long de ces deux directions).

L'espace des tracés (table de préfabrication) est un méso espace dynamique qui se construit au fur et mesure des actions de tracé instrumentées du sujet en accord avec une géométrie implicite qui est notre objet d'étude. Il est contraint par les dimensions de la table qui imposent les directions de la largeur et de la longueur que nous appellerons système de référence des tracés.

#### **4. Analyse des données issues de l'expérimentation**

Nous avons décidé de construire et d'observer une situation de lecture - tracé en préfabrication dans une institution de formation professionnelle avec des élèves de Terminales BEP (construction en bâtiment et maçonnerie, lycée technologique professionnel R. Deschaux de Sassenage)<sup>5</sup> en atelier. En effet, l'atelier est le lieu de l'exercice de la pratique professionnelle et de confrontation potentielle des savoirs scientifiques de diverse nature (issus des cours de mathématiques et des cours de construction) et des savoirs faire professionnels. Cette expérimentation est réalisée avec deux binômes d'élèves de BEP : le

---

<sup>5</sup> Ce type de tâches a une existence à la fois dans les référentiels du BEP et dans la formation en atelier.

binôme C et D, le binôme J et T<sup>6</sup>.

Deux situations expérimentales ont eu lieu :

- une situation d'action de lecture-tracé
- une situation réflexive sur l'action propre ou sur celle d'autrui.

*Dans la situation d'action*, chaque binôme doit réaliser successivement les deux tracés pour les prédalles 1 et 2, la consigne orale étant :

Effectuer le tracé de la prédalle et des réservations à partir de ce plan dans cet emplacement qui simule une table de préfabrication de largeur 2 m 50 avec les instruments présents.

Le recueil des données dans la situation expérimentale s'est fait sous trois formes :

- enregistrement vidéo de l'activité
- prise de notes par un observateur.
- enregistrement audio dans les situations réflexives.

#### 4.1. Un premier niveau d'analyse : description de l'activité en termes de procédures

Nous cherchons ici dans un premier temps à identifier les procédures de lecture - tracé des deux binômes pour les tracés des réservations non problématiques puis celles résultant de la déstabilisation opérée par le saut informationnel pour la prédalle 2.

##### ➤ Prédalles 1 et 2 hors réservation (232,56)

Le tracé des réservations a donné lieu à deux procédures différentes et stables :

- la procédure « Coordonnées » du binôme C et D avec l'équerre, le mètre ruban et le crayon sous ses deux modalités, fonctions des positions des cotes (2 ou 3 mesures)
- la procédure « Quatre mesures » du binôme J et T avec le mètre ruban et le crayon

| Stratégies à dominante<br>Instruments | instrumentale                  | perceptive                      |
|---------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| Equerre & Mètre ruban                 | Coordonnées (C et D)           | <del>Coordonnées (J et T)</del> |
| Mètre ruban                           | Cercles (Str. professionnelle) | Quatre mesures (J et T)         |

**Tableau 5.** Procédures des binômes

Aucune de ces procédures n'est la procédure « Cercles » suivie par les professionnels. Cette absence a-t-elle son origine dans l'enseignement en atelier<sup>7</sup>. ?

<sup>6</sup> Cette expérimentation a donné lieu à un mémoire de DEA (Crozier 2003).

<sup>7</sup> Nous avons interrogé les enseignants d'atelier du lycée Roger Deschaux où s'est déroulée l'expérimentation.

Il semble qu'aucune procédure particulière ne soit enseignée. Seule l'efficacité et la rapidité comptent. En revanche, les enseignants d'atelier exigent un contrôle des tracés par des mesures de longueurs. Les angles droits peuvent aussi être contrôlés par l'équerre si elle est disponible et par l'égalité de diagonales en absence d'équerre.

Or ce qui est frappant dans l'observation des deux binômes, c'est la faiblesse des contrôles sur les mesures et les angles qui apparaît pourtant centrale dans l'enseignement en atelier . .

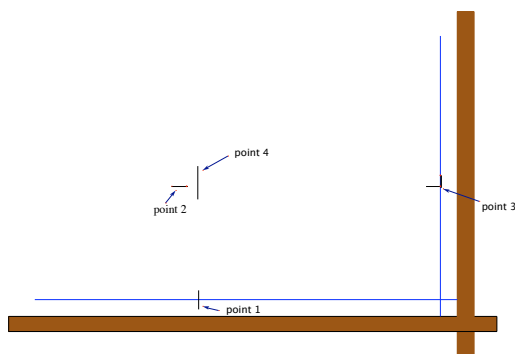


Figure 2

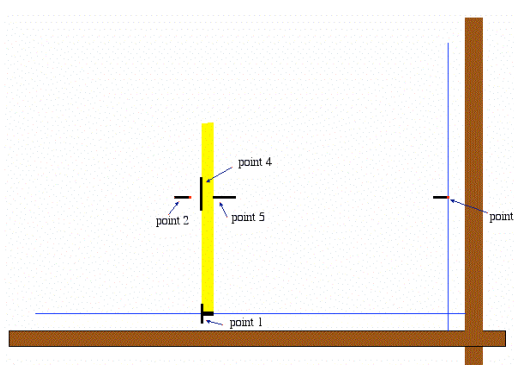


Figure 3

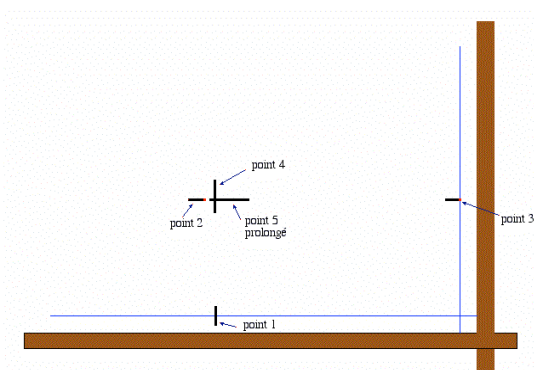


Figure 4 (cf. film en annexe).

Cependant, le binôme J et T pour la réservation 96,45 de la prédalle 1 s'est livré à une cinquième mesure après avoir constaté visuellement l'absence de croisement des marques déterminant le 4<sup>ème</sup> sommet. Comme le montrent les figures 2 et 3, les deux segments obtenus après la quatrième

mesure sont disjoints : ils ne peuvent donc servir à déterminer le centre de la réservation.

C'est le contrôle perceptif qui conduit à une cinquième mesure (point 5) à partir du point 1 afin d'assurer la détermination du centre de la réservation.

#### ➤ Prédalle 2 - Réservation (232,56)

Nous avons pu vérifier la déstabilisation des procédures de lecture - tracé chez les deux binômes, due au problème de la relation entre cotes présentes et matérialisation d'un point de référence : les deux conduites possibles prévues dans l'analyse *a priori* sont apparues.

C et D ont calculé la cote manquante ( $462-232= 230$ ) de façon à se ramener à une lecture-tracé à partir d'un point de référence matérialisé dans les deux espaces et ont donc pu conserver leur stratégie "Coordonnées" avec les mêmes instruments.

*J et T* ont commencé une procédure "Quatre mesures" à partir d'un point de référence non matérialisé sur l'espace du plan, mais qu'ils avaient matérialisé sur l'espace des tracés, respectant ainsi de façon stricte les cotes du plan. Ils ont ensuite abandonné cette procédure pour adopter une procédure "Coordonnées "avec l'usage de l'équerre pour cette seule réservation.

#### **4.2. Un deuxième niveau d'analyse : situation réflexive sur l'action propre ou celle d'autrui**

Pour aller au-delà de la description des procédures que permet l'observation de l'activité, nous avons eu recours, dans la situation réflexive, à des entretiens auprès de représentants de chacun des binômes : J pour J et T, C pour C et D. En effet, l'activité des élèves s'est accompagnée de rares verbalisations, ne nous permettant pas ainsi d'avoir trace des conceptualisations en jeu.

Les entretiens comportent des questions avant et après le visionnement du film vidéo, soit sur la propre activité de lecture - tracé du binôme, soit sur celle de l'autre binôme. Dans de tels entretiens, le sujet prend comme objet de réflexion son activité propre ou celle de pairs, ce qui peut l'amener à expliciter des invariants organisateurs de son activité. La dimension réflexive de ces entretiens provoque une rationalisation *a posteriori* des actions de lecture – tracé qui nous informe sur les conceptualisations enjeu. Les invariants formulés peuvent être en concordance avec les actions repérées ou détachés des actions observées (liées à un savoir ou un savoir faire de l'institution).

##### **➤ Tracé de la réservation non problématique (96,45) de la prédalle 1.**

Avant le visionnement de la vidéo, nous sollicitons l'évocation des actions de tracé de la réservation (96,45) :

Pourriez vous nous dire comment vous feriez pour tracer cette réservation? (question Q1)

Il s'agit de vérifier la difficulté d'évocation et de formulation des actions banales (habitus, Bourdieu, 1980) de tracé pour le sujet questionné. Nous prenons pour hypothèse de travail que moins une tâche est problématique, plus les actions pour la réaliser sont transparentes et donc difficiles à expliciter, un exemple extrême classique étant la marche à pied. On prévoit donc une difficulté à évoquer ces actions et une distance entre les actions évoquées et les actions effectivement réalisées. Cet écart est l'une des conditions qui favorise la rationalisation *a posteriori* (déjà mentionnée) des actions réalisées effectivement.

Nous n'avons observé aucun décalage dans l'évocation des instruments alors que les actions évoquées ne correspondent pas aux actions réalisées.

C intervertit l'ordre des mesures en disant mesurer d'abord 45 puis 96 sur le bord de l'équerre. J ne mentionne pas les cinq mesures effectuées :

J'avais tiré deux points à 96, un par là et un dessous, comme ça, après sur ma ligne j'ai fait 45 puis j'ai trouvé ma première réservation.

Les deux élèves confirment leur évocation malgré notre mise en doute.

Nous les confrontons à la vidéo de leurs actions :

Regardez ce que vous avez fait. Cela correspond-il à ce que vous venez de dire ? ( Question Q'1)

C ne s'aperçoit pas de l'interversion de l'ordre des actions au vu de la vidéo et J pense qu'il a simplement interverti les mesures dans son évocation.

Ces deux cas semblent confirmer notre hypothèse sur la transparence des actions de tracé dans une situation ordinaire de tracé.

Nous sollicitons ensuite la comparaison de leur procédure avec celle de l'autre binôme :

On vous demande de regarder ce qu'a fait l'autre groupe pour implanter la même réservation. Vous devrez dire ce que vous trouvez de différent de ce que vous avez fait et ce que vous trouvez de semblable (Question Q3).

Les deux binômes disent d'emblée : « c'est pareil », signifiant ainsi non pas que le procédé est le même mais qu'il conduit au même résultat. Chacun des deux élèves pense que la stratégie de l'autre binôme est plus rapide.

J. c'est... c'est même plus rapide

Co. c'est plus rapide avec l'équerre... pourquoi c'est plus rapide ?

J. ouais, il y a moins de points à tracer avec le mètre... il a juste à tracer, par exemple de là à là 96 après il met son équerre comme ça, et puis il remonte les 45... tac

Co. OK ! il a combien de points à tracer ?

J. ben 1 point pour situer les 96, après il place l'équerre au point, puis ... après sur l'équerre il mesure les 45 ... comme ça il a tout, l'angle

C. ne remarque pas spontanément que J et T n'ont pas eu recours à l'équerre, mais sur sollicitation de l'expérimentateur, il le reconnaît et explique le choix de J et T comme

permettant « d'aller plus vite », certes avec des risques de débatement, c'est-à-dire de non fermeture de la ligne polygonale. Nous discuterons plus bas cette analyse de C.

➤ **Tracé de la réservation problématique (56,232) de la prédalle 2.**

Les mêmes questions Q1 et Q2 ont été posées aux représentants de chacun des binômes relativement à l'implantation de cette réservation.

Si J évoque, conformément à sa conduite réelle, des actions de tracé à partir d'un point non matérialisé sur le plan, il ne parle de l'usage de l'équerre qu'après avoir vu la vidéo de son action. Il interprète correctement et sans hésitation la procédure de tracé du binôme C et D comme s'appuyant sur le calcul d'une cote absente (462-232).

Au contraire, malgré les fortes sollicitations des expérimentateurs (comme l'atteste l'extrait de l'entretien ci-après), C interprète le 232 de J et T comme le résultat erroné de la différence 462 moins 232<sup>8</sup>. Il ne peut envisager la mesure à partir d'un point non matérialisé dans le plan.

C. Je crois bien qu'ils ont mis à 232, là

A<sup>9</sup>. et alors ? Comment tu expliques ça ?

C. Ils se sont trompés (*ton souriant*)

Co<sup>10</sup>. Ils se sont trompés ?

C. Ils ont dû se tromper, ils se sont trompés... en soustrayant (*ton souriant*)

Co. Ah oui ?

C. Je pense

Co. on va regarder encore

C Il me semble qu'ils ont mis à 232, hein

A. D'accord. Oui, ils ont mis à 232. Je peux te dire oui.

C. Ils ont été vite pour tracer ce point.

C. Donc alors là, la différence avec nous on a fait à peu près pareil... dans nos méthodes de calcul sauf que eux, cette fois là, pour la deuxième prédalle, ils ont pris l'équerre alors que pour la première ils avaient fait tout au mètre. donc ils ont vérifié à l'équerre cette fois...

A. Et alors, tu m'as dit qu'ils s'étaient trompés

C. Ben... ils ont... ouais, ils se sont trompés, parce que 460, 462 moins 232 ça fait 230. Eux ont tracé à 232 donc ils ont tracé 2 centimètres trop grands.

---

<sup>8</sup> Le fait que 230 est voisin de 232 favorise l'interprétation de 232 comme issu d'une erreur de calcul.

<sup>9</sup> A pour Annie Bessot

<sup>10</sup> Co pour Colette Laborde

On peut donc faire l'hypothèse que le calcul d'une cote absente fait partie du savoir de l'institution de formation au contraire du tracé à partir d'un point non matérialisé, inconcevable pour l'un des élèves.

Dans ce qui suit, à partir des procédures observées et des formulations des élèves, dans les situations construites, nous cherchons à dégager les invariants de l'activité dans les termes d'une géométrie en acte se référant à la géométrie euclidienne.

## **5. Fondements d'une géométrie en acte dans la situation de lecture – tracé**

### **➤ Mise en relation lecture tracé : coordination entre deux référentiels spatiaux**

La particularité fondamentale d'une géométrie en acte dans la situation de lecture - tracé réside dans la mise en relation de deux référentiels spatiaux, celui du système des cotes du plan donné et celui de l'espace des tracés. Cette mise en relation peut être problématique dans les tâches de lecture - tracé et être ainsi fluctuante au cours de l'activité (Weill-Fassinà 1993, p.62). Cette mise en relation a posé problème dans le cas du binôme C et D qui n'ont pas coordonné les mesures de la prédalle du plan avec celles de la table de préfabrication dans l'espace des tracés. Ils ont identifié le pourtour de la prédalle avec celui de la table de préfabrication. Par contre les deux binômes ont pris soin d'orienter le plan par rapport à la table de préfabrication et de toujours revenir à cette disposition quitte à se déplacer avec le plan dans les mains. Certes, la stabilité de cette mise en relation est favorisée par la forme rectangulaire de la table et sa dissymétrie (trois planches en U). Le soin pris à maintenir le plan dans une même position dans leurs déplacements témoigne de l'existence d'une connaissance en acte qui pourrait être qualifiée de connaissance pragmatique (Pastré, 2002). L'absence d'explicitation par les élèves de cette mise en relation est un indice qu'elle n'a pas posé problème dans ces conditions. Or elle est source d'erreurs dans les situations professionnelles plus complexes et son contrôle est alors une condition cognitive indispensable au bon déroulement de l'activité de tracé. Une question reste posée : est-il possible de rendre problématique la mise en relation dans une situation de lecture - tracé du même type ?

### **➤ Les cotes du plan organisatrices de l'activité de tracé**

La géométrie de l'espace des tracés dans la situation de lecture - tracé est donc fortement marquée par le système de repérage dans lequel sont données les cotes. Les cotes sont des mesures prises parallèlement à deux directions constantes perpendiculaires entre elles. Leur

présence et même leur place dans le plan conditionnent les actions de tracé. L'observation expérimentale montre que les binômes prennent les mesures dans l'espace des tracés à un emplacement correspondant à celui de la ligne de cotes sur le plan, même s'ils sont amenés à estimer perceptivement cet emplacement.

Par exemple, pour la réservation (56,52) de la prédalle 2, C et D commencent par faire une mesure inutile 52 qui correspond à la cote indiquée sur le plan et qui est non portée par une droite de référence, comme illustré par l'extrait de protocole suivant :

C : on commence par celui-là

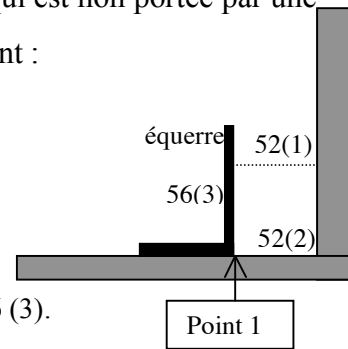
D : 56 par 52

D mesure 52 (1) avec le mètre ruban : mesure inutile pour le tracé.

D mesure à nouveau à 52 (2) avec le mètre ruban : point 1.

Les élèves placent l'équerre (voir dessin) au point 1 puis mesurent 56 (3).

Pour cela, ils posent le mètre ruban sur l'équerre. Ils tracent à main levée un trait dans le prolongement de la graduation 56, puis un second trait le long de l'équerre. Ils terminent la "croix" de la réservation après avoir enlevé équerre et mètre ruban.



### ➤ Points et droites dans la géométrie en acte

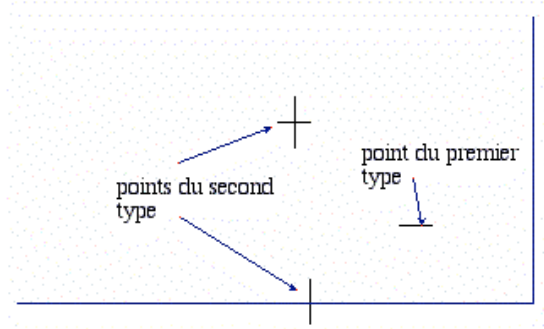
On peut distinguer dans les actions de tracé et explicitations des élèves deux catégories fondamentales d'objets, analogues à celles de la géométrie euclidienne : point et droite. Elles sont dénommées *point* (J. et C.) et *ligne*, *ligne droite*, *droite* (J.) ou *droite*, *trait* (C.). La catégorie point renvoie à deux types de concepts en acte (Vergnaud, 1990) :

- premier type : le point comme ensemble de points d'un segment parallèle à une direction de référence de dimension suffisamment petite pour un tracé à la main. J parle de *point parallèle*
- second type : le point comme intersection :
  - a. soit de deux lignes de référence,
  - b. soit d'une ligne de référence et d'un point du premier type parallèle à l'autre ligne de référence,
  - c. soit de deux points du premier type parallèles aux directions de référence.

Ces deux types de points (Fig. 4) sont en relation avec le tracé des lignes mais leur fonction est différente. Un point du second type ne peut être produit qu'à partir d'un ou de deux points du premier type. Un point du premier type est un segment auxiliaire matérialisé, qui fait partie



d'une ligne matérialisée ou non. L'espace des tracés est un espace évolutif, issu des actions de tracé dont le but final est le tracé du pourtour de la prédalle puis des centres des réservations.



**Figure 4.** Les deux types de « points »

Un point du second type donne lieu à un tracé permanent, image dans le méso espace d'un tracé du plan de préfabrication alors qu'un point du premier type donne lieu à un tracé destiné à disparaître dans le tracé d'un point du second type. Il n'est pas l'image d'un tracé du plan de préfabrication.

L'explicitation de C illustre les fonctions respectives de chacun des types de points :

et puis après, on est venu, on a pris 96 cm de là, on a tracé un point là avec l'équerre on a mis l'équerre dessus et où le point... les deux traits se croisaient... c'est le centre de la réservation.

Dans certaines de ses formulations, J qualifie le premier type de *point parallèle* (J « quand on rentre des points parallèles à cette ligne ») confirmant ainsi notre interprétation du concept en acte de point de premier type. Il attribue au second type de point d'être d'*équerre*, concept en acte (Vergnaud, p.143) que nous pouvons reformuler en termes de géométrie euclidienne :

un point d'équerre est l'intersection de deux segments perpendiculaires

Une droite est conçue comme définie par deux points du premier type. C'est un segment non traçable à la main, image d'un segment du plan de préfabrication (ligne de cotes, pourtour de la prédalle). Elle donne lieu à deux concepts en acte :

- droite de référence tracée (pourtour de la prédalle) ; elles joignent des points du second type ;
- alignement de deux points du premier type (partiellement non tracée mais matérialisable par un instrument comme la règle rigide ou le mètre ruban).

Dans cette géométrie, si deux points du second type sont alignés, deux points du premier type

ne le sont pas toujours. Quand ils le sont, la droite qui les joint est parallèle à une droite de référence.

### ➤ **Théorèmes en acte et axiomes**

A partir de l'analyse *a priori* des stratégies et des justifications de leurs actions par les élèves, nous inférons un ensemble structuré de théorèmes en acte opérant sur les concepts en acte de points et droites et relevant d'une géométrie en acte des tracés, instrumentée et contrainte par le système de cotes. L'analyse *a priori* fournit des propriétés nécessaires au fonctionnement des stratégies (cf. Tableau 2). On peut penser que certaines d'entre elles sont formulables par les élèves et que d'autres ne peuvent l'être. Par ailleurs, il se peut que les élèves formulent d'autres propriétés que celles de l'analyse *a priori*. Or dans les entretiens, J évoque des propriétés de parallélisme et de perpendicularité alors que C ne parle que de la perpendicularité. On pouvait le prévoir grâce à l'analyse *a priori* puisque J et T ont une procédure « Quatre mesures » faisant appel au parallélisme et à l'orthogonalité alors que C et D ont une procédure « Coordonnées » faisant appel à l'orthogonalité et non au parallélisme. Examinons les justifications formulées par J et C sur les deux stratégies « Coordonnées » et « Quatre mesures ».

#### *Stratégie « Coordonnées » avec équerre*

Les deux élèves C et J se bornent à décrire le procédé de tracé correspondant sans ressentir le besoin de justification. Nous n'avons obtenu aucune formulation de théorème en acte, en accord avec l'analyse *a priori* qui a montré l'absence de propriété géométrique dans le cas a des positions de cotes (96,45) qu'ils ont eu à commenter. En effet, le bon usage de l'équerre suffit à obtenir le point du second type. Nous nous centrons sur la stratégie « Quatre mesures » dans ce qui suit.

#### *Stratégie « Quatre mesures » sans équerre*

Dans la géométrie des tracés sans équerre, comment peut être prise en charge la construction de deux lignes perpendiculaires ? En particulier comment est assurée l'obtention d'un point de second type à partir des points du premier type issus des prises de mesure sans équerre ?

### *Confrontation de J à sa propre action*

Les deux formulations de J d'équerre et de *points parallèles* sont un indice de théorèmes en acte sur les relations entre parallélisme et perpendicularité, permettant cette prise en charge :

J « Si là c'est d'équerre comme ça là après quand on rentre des points parallèles à cette ligne, tout ça, alors ça c'est d'équerre. » (prédalle 1, réservation (96,45))

que l'on peut exprimer dans la géométrie en acte de J :

Si les droites de référence sont perpendiculaires, deux points du premier type parallèles aux droites de référence formant un point du second type sont perpendiculaires

Le théorème de la géométrie euclidienne correspondant est :

Si un quadrilatère a un angle droit et ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors tous ses angles sont droits. (tha perpendicularité et parallélisme)

Comment le parallélisme est-il assuré ? Un autre théorème en acte met en relation le parallélisme, l'égalité des cotes et l'alignement de deux points.

J « parce que si on fait... de là à là 45 et de là à là 45... c'est parallèle ... c'est les 2 mêmes cotes ... c'est parallèle »(prédalle 1, réservation (96,45))

que nous interprétons comme

Si deux points du premier type parallèles à une droite D sont situés à la même distance de D, alors ils sont alignés et la droite qui les joint est parallèle à D

Le théorème formulé est correct car nous avons ajouté en italique des propriétés non explicitées par J, à savoir l'orthogonalité sous jacente à la notion de distance et l'alignement sous jacent à la notion de droite. L'observation des actions de mesure et de tracé nous conduit à penser que ces implicites recouvrent des propriétés contrôlées par la perception.

### *Confrontation de C à l'action de J*

C confronté à la stratégie de J et T exprime un autre théorème fortement marqué par la propriété de perpendicularité, comme le montre l'extrait suivant :

C : si votre angle est bien d'équerre 96 cm ici et 96 cm ici, normalement il n'y a pas un millimètre de décalage. Et 45 ici , 45 ici, si c'est droit, c'est d'équerre. » (prédalle 1, réservation (96,45))

Ce premier théorème exprimé par C contient des implicites (en italique) qu'il va par la suite expliciter :

Un *quadrilatère* ayant un angle droit et les côtés opposés égaux deux à deux a tous ses angles droits. (tha perpendicularité et mesures)

Poussé par les questions de l'expérimentateur et la photo montrant l'écart entre les deux points du premier type de J et T, C envisage l'existence d'un « débattement » (que nous interprétons comme la non fermeture de la ligne polygonale) et les propriétés à satisfaire pour qu'il y ait fermeture :

A. Et comment on en est sûr ?

C. Il faut, ben, il faut savoir si l'angle est vraiment d'équerre ici

A. Ah, d'accord

C. savoir... mesurer... vérifier avec l'équerre qu'il n'y a pas de débattement.

Co. Et si on le met ici le... comment tu l'appelles? le mètre, on le met comment

C. A ben, bien perpendiculaire

Co. Comment on contrôle que c'est bien perpendiculaire ?

C. Parce que là il faut prendre une équerre, par contre, si vous voulez vraiment que ce soit pile il faut prendre une équerre. » (prédalle 1, réservation (96,45))

Le théorème en acte sous-jacent est

Si une ligne polygonale formée de 4 segments  $a_1, a_2, a_3, a_4$  telle que  $a_1 = a_3$  et  $a_2 = a_4$  a ses trois angles droits, alors elle est fermée.(tha fermeture)

La propriété de fermeture exprimée par C sous le terme de débattement n'est par contre pas reconnue par J puisqu'il interprète l'absence de croisement des marques comme résultant de mauvaises mesures.

Le fonctionnement de ces théorèmes s'appuie chez les deux binômes à la fois sur la coordination entre le plan et l'espace des tracés et sur deux axiomes modélisant la lecture perceptive de la perpendicularité dans les deux espaces :

Axiome du plan : les directions de référence des cotes sont orthogonales

Axiome de l'espace des tracés : deux planches consécutives délimitant le bord de la table de préfabrication sont d'équerre

Nous les modélisons comme des axiomes car l'orthogonalité des éléments concernés va de soi pour les deux binômes d'élèves dans leur activité de tracé. Un entretien avec les professeurs d'atelier nous conduit à penser que la perpendicularité des planches a été prise comme allant

de soi par les élèves, car elles étaient déjà installées comme table de préfabrication et donc supposées satisfaire aux conditions d'une bonne table de préfabrication. Remarquons que sur le chantier, cette table est souvent à construire et que dans ce cas, l'orthogonalité de ses bords donne lieu à contrôle.

Récapitulons ci-dessous les théorèmes en acte, en considérant l'axiome de l'espace des tracés et les trois propriétés prises en considération : perpendicularité, parallélisme et égalité de mesures :

- C    Egalité de mesures (instrumentée par le mètre ruban) et perpendicularité (axiome et contrôle perceptif pour la prise de mesures) implique fermeture
- C    Egalité de mesures (instrumentée par le mètre ruban) et perpendicularité (axiome) implique perpendicularité
- J    Egalité de mesures et parallélisme (contrôle perceptif) implique parallélisme
- J    Parallélisme (contrôle perceptif) et perpendicularité (axiome) implique perpendicularité

En conclusion, l'usage de l'équerre par C et D écrase chez C la propriété de parallélisme prévue dans l'analyse *a priori* pour interpréter cette stratégie sans équerre. En revanche, elle est bien présente dans les formulations de J. Le parallélisme est assuré de façon perceptive chez J alors que pour lui, la perpendicularité résulte du parallélisme et de l'existence d'un angle droit (formé par les deux droites de référence). Pour C, en absence d'équerre, l'orthogonalité ne peut être assurée que perceptivement dans la prise de mesures.

#### ➤ Règles d'usage des instruments

L'étude précédente portait sur les conséquences de l'absence d'équerre et de règle rigide dans les actions de tracé et a montré l'existence de théorèmes en acte prenant en charge l'obtention et le contrôle de la propriété de perpendicularité et d'alignement (une « droite » est déterminée par deux points du premier type). *A contrario*, il nous reste à examiner le rôle joué par les instruments effectivement utilisés par les binômes.

Trois instruments sont communs aux deux binômes :

- le cordeau bleu est un traceur de lignes droites ;
- le crayon est un traceur libre ;
- le mètre ruban n'est pas un traceur, il sert à mesurer.

On a pu observer un usage de l'équerre chez C et D reconnu par les professionnels qui vise à garantir la bonne coïncidence du côté de l'équerre avec la droite de référence pour améliorer la précision des tracés. C et D ont changé la position de l'équerre de façon à mettre le côté long de l'équerre le long de la droite à laquelle il fallait mener une perpendiculaire. Cet usage n'a pas été observé lorsque l'équerre était posée le long des planches de bois mais seulement lorsque l'équerre devait coïncider avec une ligne de référence tracée au cordeau bleu. Le butoir matériel constitué par la planche en bois suffit à assurer de la coïncidence du côté de l'équerre avec la planche quel que soit le côté de l'équerre en coïncidence.

Les quatre instruments, mètre ruban, cordeau bleu, crayon et équerre jouent des rôles différents vis-à-vis des points et des droites :

- Le cordeau bleu trace les droites de référence, qui sont des lignes droites joignant deux points du premier type,
- Le crayon trace, sous le contrôle de la perception, des points du premier du type ou du second type, en conjonction avec l'usage du mètre ruban,
- Le mètre ruban mesure la distance entre un point du second type et un point à obtenir, sur une ligne droite virtuelle ou non.
- L'équerre avec le crayon permet de tracer des points du premier type perpendiculaires aux droites de référence ou aux points du premier type.

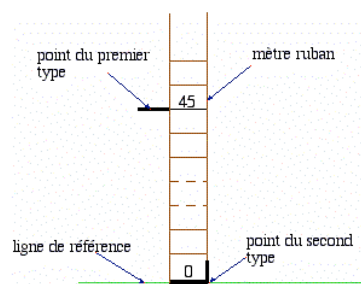
J et T n'ont pas obtenu immédiatement le centre de la réservation (96,45) comme un point du second type mais leurs actions de tracé ont abouti à deux points du premier type disjoints.

Comment cette absence d'intersection constatée peut-elle être interprétée ?

Contrairement à la règle de la géométrie d'Euclide, traceur de droites idéal, sans épaisseur et illimité, les instruments de tracé du bâtiment ont une matérialité qui a des conséquences sur les tracés. Le mètre ruban, objet gradué en cm, a trois bords fonctionnels : deux bords « longs » parallèles et un petit bord métallique gradué zéro. Dans la géométrie de J et T, le mètre ruban doit réaliser simultanément une double coïncidence contrôlée perceptivement : le petit bord avec une ligne de référence et l'un des bords longs b1 soit avec une ligne de référence, soit avec un point du premier type. La coïncidence du petit bord avec une ligne de référence assure l'orthogonalité du mètre ruban avec cette ligne de référence mais de façon très imparfaite par rapport à l'équerre.

Le crayon sert à tracer à la main un point du premier type à une distance donnée  $x$  dans le prolongement perceptif de la graduation  $x$  du ruban. Toutes les graduations sont parallèles à la graduation zéro donc le point du premier type ainsi obtenu est parallèle à la ligne de référence.

L'absence d'intersection constatée résulte de l'indifférenciation des deux bords parallèles du mètre ruban. Le tracé du point du premier type doit être fait du côté du bord b1. Cette *règle d'usage* du mètre ruban est une connaissance instrumentale qui revient à orienter provisoirement le mètre ruban. Le non respect de cette orientation (choix de l'autre bord) conduit à obtenir un point du premier type décalé de la largeur du mètre ruban (Fig.5).



**Figure 5.** Les trois bords du mètre ruban

Le tracé des points du premier et second type peuvent se faire en deux temps : un tracé prolongeant une graduation du mètre ruban, puis, le mètre ruban enlevé ou soulevé, prolongement de cette marque du côté ainsi dégagé (voir annexe 1, le point 4 par exemple) . La fonction de cet usage du crayon est, le plus souvent, d'obtenir une croix, image isomorphe à la croix de l'espace du plan.

## 6. Conclusion sur la modélisation proposée

Nous voudrions souligner quelques spécificités de la modélisation proposée. Tout d'abord, elle n'a pu être construite que par le recours à la fois aux actions et aux verbalisations des formés. En effet, elle s'appuie sur les formulations de la situation réflexive et sur la logique des actions de lecture - tracé instrumentées. Le laconisme des verbalisations lors du tracé ne permet pas à lui seul une modélisation en termes de théorèmes en acte et surtout de concepts en acte. Ce sont les formulations de J, confirmées par celles de C, qui nous ont conduites à identifier le concept en acte de point du premier type très différent de celui de la géométrie

euclidienne. Le caractère routinier des actions est probablement à l'origine de ce laconisme. Les entretiens ont donc joué un rôle crucial dans la modélisation des conceptualisations.

Une autre particularité de la modélisation tient au caractère situé et instrumenté des actions de tracé. Dans les problèmes de construction dans le méso espace qui sont considérés ici, les instruments jouent un rôle central comme ils le font dans la géométrie euclidienne. Tout comme dans les *Éléments* d'Euclide, le compas assure de l'équidistance de plusieurs points à un point donné, l'usage de l'équerre prend en charge la propriété de perpendicularité de deux droites. Les instruments sont à la fois producteurs et garants de certaines propriétés spatiales. On peut donc supposer que tout changement sur le système d'instruments utilisés pour une construction implique la mise en œuvre d'autres connaissances, comme par exemple dans le cas de C et D (mètre ruban, règle rigide, équerre, cordeau bleu et crayon). On peut aussi faire l'hypothèse qu'*a contrario*, en absence d'instruments le recours à d'autres connaissances est nécessaire pour suppléer à l'absence de satisfaction de propriétés attachées aux instruments. En particulier des théorèmes en acte permettent de déduire de propriétés vérifiées des propriétés non assurées par les instruments. Ainsi, des théorèmes en acte relatifs à des égalités de mesure organisent-ils les actions de tracé de J et T pour obtenir des droites perpendiculaires.

L'incidence des instruments sur les connaissances en jeu est une caractéristique générale des situations de production de dessins géométriques quasi-indépendante du contexte de production. Elle a souvent été notée dans les tâches de construction en géométrie du collège ou du lycée. Mais la production de tracés géométriques en classe de mathématiques et celle de tracés pour le bâtiment diffèrent de par la finalité même des tracés. En classe de mathématiques, ce n'est pas tant l'obtention du dessin en tant qu'objet spatio-graphique qui est visée par l'enseignement que le procédé géométrique qui conduit au dessin. Les imperfections de tracé, l'épaisseur des traits, les erreurs de positionnement du compas ou de l'équerre, sont d'importance secondaire par rapport aux justifications théoriques du procédé de tracé. La finalité de tracé de réservations est en revanche celle de production d'un objet spatio-graphique, d'une « croix » qui matérialise un emplacement (avec une tolérance de l'ordre du cm pour ce type d'implantation). Du coup, la matérialité des instruments est un élément susceptible de modifier le produit à obtenir, comme le cas de J et T en témoigne de façon très nette. Les contrôles perceptifs sont aussi à même de jouer un rôle plus important dans la mesure où l'activité n'est pas guidée par une finalité théorique.



La géométrie en acte dans l'activité de lecture - tracé ne peut donc être décrite uniquement à l'aide de connaissances théoriques de la géométrie euclidienne. Elle doit aussi rendre compte de connaissances des sujets relatives aux aspects matériels de la situation et de connaissances perceptives.

De façon résumée, nous la décrivons comme articulant :

- des connaissances théoriques de la géométrie euclidienne comme « point », « droite », « parallèle » présents en acte et dans les formulations des élèves
- des connaissances sur les instruments se traduisant par des mots comme *d'équerre* mais aussi incluant des règles implicites d'usage.
- des connaissances visuelles qui permettent la lecture perceptive de certaines propriétés géométriques, de produire des tracés (points de premier type) lors des tracés par prolongement ou lors de la mise en coïncidence de l'instrument avec des tracés existants ;
- et un critère de validité du tracé de la réservation : deux points du premier type doivent se couper perpendiculairement pour former un point du second type centre de réservation.

Les objets théoriques de la géométrie euclidienne constituent néanmoins des outils de modélisation efficaces de cette géométrie en acte : la géométrie euclidienne tire en partie son origine de la modélisation de l'espace matériel et il serait difficile de se passer de ses concepts de base et donc de la terminologie associée (perpendiculaire, parallèle...). Elle nous fournit aussi un moyen d'évaluer non seulement la validité mais aussi la consistance des théorèmes en acte identifiés chez un même sujet.

Cette relation complexe entre géométrie théorique et géométrie de lecture - tracé dans le domaine professionnel du bâtiment n'est pas sans poser question sur la nature et la place de la géométrie théorique de référence dans les situations de formation aux pratiques de lecture - tracé.

L'expérimentation a aussi montré que les procédures des élèves peuvent être éloignées de celles de la pratique professionnelle, comme le remarque Troger (2003, p.123) de façon générale à propos de la formation dans les secteurs du bâtiment et de l'alimentation :

« Dans ces secteurs [alimentation et bâtiment], où les pratiques professionnelles demeurent marquées par une forte dimension manuelle, et où l'apprentissage du métier nécessite plus une

mémorisation de gestes et de techniques qu'une culture technologique, le modèle dominant de la formation scolaire apparaît parfois décalé avec l'exercice de la profession. »

Il y a trois lieux dans l'institution de formation susceptibles de contribuer aux apprentissages relatifs à l'activité de lecture-tracé : l'enseignement des mathématiques, celui de construction, et l'atelier. Il reste à réaliser une analyse institutionnelle des savoirs relatifs aux tracés dans ces trois lieux de formation pour mieux comprendre cet écart entre les procédures de la pratique professionnelle et celles que nous avons observées.

Ce travail de recherche n'est pas terminé. L'analyse conceptuelle est en effet un préalable à la construction d'un simulateur et de ses mises en scène didactique dans l'institution de formation professionnelle. Nous présentons brièvement l'état actuel de la suite du travail.

## 7. Eléments d'analyse des savoirs dans l'institution de formation professionnelle

La figure ci-dessous (Fig.6) présente la place de la formation professionnelle dans l'organigramme des études secondaires de l'Education Nationale (site du Ministère de l'Education). La formation professionnelle du BEP commence après le collège et débouche soit sur la vie active, soit sur le Baccalauréat Professionnel, soit sur la Première d'adaptation qui permet de rejoindre la filière technologique.

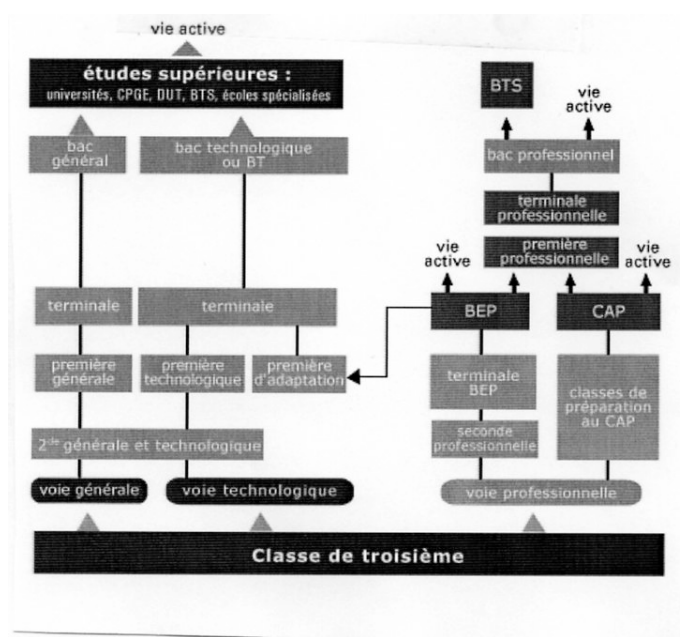


Figure 6. Organigramme des études secondaires après le collège

La formation professionnelle en BEP aux métiers du bâtiment fait appel à deux types d'enseignement, l'enseignement général (mathématique, sciences) et l'enseignement technologique comportant lui-même un enseignement de construction et une pratique en atelier. Pour identifier les savoirs liés à l'activité de lecture tracé dans cette formation, nous avons étudié les textes officiels dans ces deux types d'enseignement.

Pour l'enseignement technologique au BEP, il s'agit du référentiel des activités professionnelles et du référentiel de certification du domaine professionnel. L'examen du référentiel des activités professionnelles montre une séparation nette entre les tâches de lecture et celles de tracé. Une des conséquences en est que le référentiel de certification qui désigne les savoir faire de base évaluables pour l'obtention du diplôme confirme cette séparation.

La même séparation en résulte aussi dans la formation professionnelle. L'enseignement de lecture de plans se fait dans le cours de construction : la lecture de plans est alors finalisée par la production de dessins ou de plans. L'enseignement de tracé se fait en atelier dans des activités d'implantation.

Cette séparation de fait dans les référentiels est justifiée par la noosphère :

Il est généralement admis que la "lecture" précède "l'écriture" et que l'apprentissage du code commence par son décodage. La maîtrise de l'écriture participe de la pleine maîtrise du code ; mais en BEP les stratégies d'apprentissage viseront prioritairement le développement des compétences de lecture et de décodage. (*Propositions pour l'enseignement de la construction aux B.E.P. des spécialités Bâtiment et travaux publics, Académie de Clermont Ferrand, 2001*)

Quelle place le programme de géométrie attribue-t-il aux activités de lecture et de tracé de dessins ? De quelle nature sont ces dessins ? En effet, la géométrie constitue l'un des corps des savoirs de référence pour l'activité de lecture tracé.

Pour l'enseignement mathématique, les textes officiels sont constitués des programmes de mathématiques de BEP. En 1992, le tracé apparaît en géométrie dans une seule rubrique, celle de la géométrie plane :

« 1) Exemples de tracé de figures planes usuelles : la pratique des tracés géométriques, l'étude des configurations liées aux figures usuelles »

« 6) Description de solides usuels en utilisant des projections orthogonales, sections planes, développements »

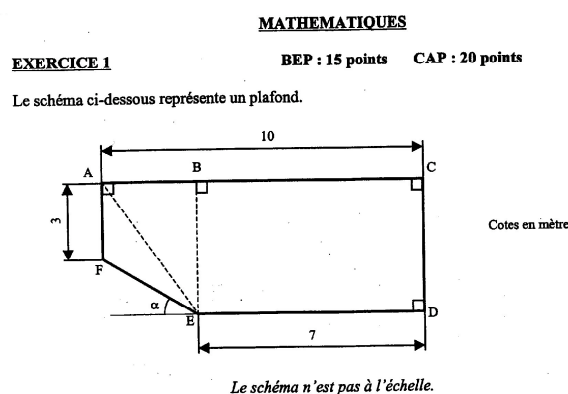
Cette rubrique ne figure plus dans le programme de Bac Pro, prolongement naturel du BEP, malgré la phrase d'introduction aux programmes de géométrie :

« La partie « Géométrie dans le plan » constitue un approfondissement des notions vues en BEP et donne lieu à un champ d'activités nouvelles où l'exploitation de situations du domaine professionnel est développée avec intérêt. »

Les programmes ne permettent de savoir ni la nature des figures à tracer, ni le type de tâche qui conduise au tracé ou à la lecture de figures. L'analyse des sujets d'examen de BEP constitue pour nous un observatoire des attentes institutionnelles sur ce que les élèves doivent apprendre et savoir faire en mathématiques. Pour cette raison, nous avons mené une analyse des sujets d'examen de mathématiques de BEP de 1999 à 2003. Il en ressort les constats suivants :

- Toutes les épreuves comportent un exercice de géométrie ;
- Tous les exercices de géométrie contiennent des dessins (sauf un) ;
- La lecture sollicitée mais non finalisée par le tracé, absence de construction géométrique ;
- A partir de 2000, un nouveau type de dessin apparaît : il s'agit de dessins cotés et codés, il y figure des lettres et marques de relations géométriques.

Ce type de dessin traduit le souci de relier l'enseignement professionnel et celui de la géométrie mais cela va-t-il au-delà de l'apparence extérieure de ces dessins ? Examinons un exemple typique provenant du sujet de BEP de 2003 du secteur 2 bâtiment. Il s'agit du premier exercice du sujet de mathématiques (évalué 15 points sur 40 points pour l'épreuve entière) (Fig. 7)



**Figure 7.** Dessin coté codé d'un sujet de BEP

Les questions posées portent sur la nature des quadrilatères BCDE et ABEF à justifier puis sur des calculs de longueurs et d'aires. Il n'est pas demandé de tracé. L'activité de lecture n'est pas finalisée par le tracé mais par des activités usuelles de géométrie caractéristiques de début collège.

## **8. Conception d'un simulateur de tracé pour des mises en scène de situations de lecture tracé**

Le simulateur réalisé permet d'effectuer des tracés sur une surface plane du méso espace avec les instruments du chantier. Il a été conçu de façon à permettre de construire des situations didactiques autour de problèmes identifiés dans l'analyse des situations professionnelles.

### **8.1. Problèmes fondamentaux**

Des recherches antérieures sur les différents types d'espace (Bessot Vérillon 1993, Brousseau 1983, Berthelot & Salin 1992, Samurçay 1984, Weil-Fassina 1993) ainsi que l'analyse de la situation fondamentale de lecture tracé et des pratiques professionnelles (cf. partie 1 annexe 4) nous ont permis d'identifier trois types de problèmes liés aux invariants caractéristiques de la situation de lecture tracé que nous séparons pour le besoin de la construction du simulateur. Les deux premiers sont relatifs au méso-espace, le troisième aux instruments de chantier.

Le premier problème est celui du repérage dans le méso-espace de l'espace local du tracé. Ce repérage de coordonner plusieurs systèmes de référence. On peut distinguer deux types d'espace, les espaces locaux dans lesquels on effectue les tracés (espaces de travail) et l'espace global des déplacements (méso-espace) qui permet de changer d'espace de travail. Une des caractéristiques du méso espace qui le distingue du macro espace réside en effet dans la possibilité d'accès à une vue globale de cet espace.

Dans la situation de lecture tracé du méso espace, trois systèmes de référence doivent être coordonnés (Samurçay *ibid.*) :

celui attaché au sujet (égocentré)

celui de l'espace des tracés (repère allocentré à construire à partir d'objets fixes existants du méso-espace qui peuvent être des tracés déjà réalisés)

celui du plan de fabrication qui est le système de cotes.

Le second problème relatif au méso-espace (Brousseau *ibid.*) concerne la coordination des espaces locaux (Galvez Peres 1985) qui peuvent être éloignés les uns des autres. Cette coordination entre espaces locaux est nécessaire pour obtenir le tracé global attendu dans le méso-espace.

Le troisième problème est relatif à l'usage des instruments de chantier : le report de mesures requiert la prise en compte des caractéristiques des instruments dont nous avons fait l'analyse précédemment.

## 8.2. Choix pour la simulation du méso-espace

Pour découpler le problème des tracés locaux de ceux de déplacement et d'orientation, ont été créées deux fenêtres distinctes. La première fenêtre permet d'accéder aux différents espaces locaux mais jamais à l'espace en son entier, la seconde donnant accès au champ de vision de l'ouvrier au sein de l'espace global et à son déplacement dans cet espace global. Dans la première (espace local) on ne peut que se déplacer, dans la seconde on effectue les tracés avec les instruments et on peut se déplacer sans vue d'ensemble (par les ascenseurs).

Détaillons les caractéristiques de simulation de ces deux fenêtres.

### ➤ Fenêtre espace local des tracés

Cette fenêtre qui simule le champ de vision du travailleur de dimensions réelles 1,50 m par 1,10 m est l'écran de l'ordinateur fournissant ainsi une représentation à l'échelle 1/5 du champ de vision réel (Fig.8).

On peut y effectuer des mesures et des tracés avec les instruments simulés (voir plus bas). Cette fenêtre se situe au sein de l'espace global des tracés. On peut se déplacer dans l'espace global pour passer à un autre espace local en utilisant les ascenseurs de la fenêtre (Fig.1) mais en n'ayant à chaque instant qu'une vue locale, rendant difficile le recollement des espaces locaux.

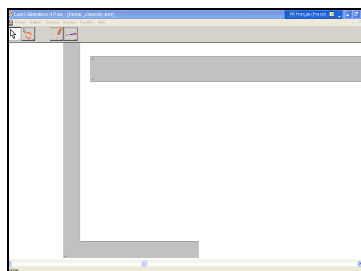


Figure 8. Fenêtre de l'espace local des tracés

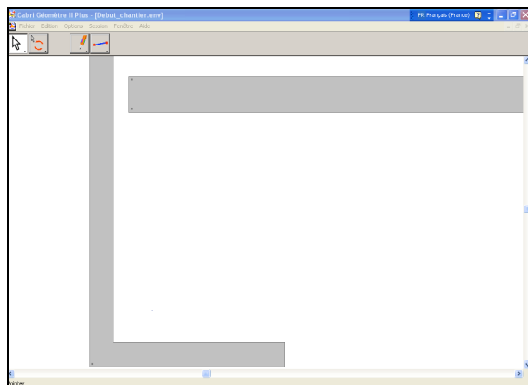
Pour simuler le changement de vision sur les tracés correspondant dans l'espace réel aux mouvements corporels d'éloignement ou de rapprochement des yeux relativement aux tracés, a été implantée la possibilité de zoom grossissant (touche « Zoom + ») qui simule le rapprochement ou diminuant (touche « Zoom - ») qui simule l'éloignement. Le zoom a été limité de façon à empêcher une vision globale de l'espace des tracés. D'autre part il n'est pas possible d'effectuer des tracés lorsque le zoom est actif mais il est possible de déplacer les instruments. On peut revenir à tout instant en position de tracé par une touche « Zoom 0 ». Cette possibilité de zoomer facilite la lecture précise des graduations du mètre ruban et le déplacement d'un espace local à un autre proche.

### ➤ Fenêtre espace global des tracés

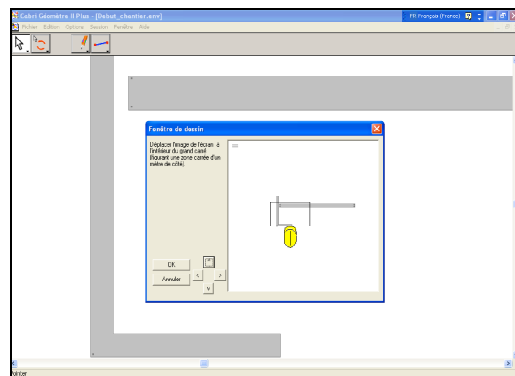
Pour situer l'espace actuel des tracés au sein de l'espace global, on peut, à tout moment, accéder à la simulation de l'espace global des tracés par l'appui sur la touche F9. La fenêtre espace global est simulée par une vignette carrée de 7,5 cm de côté représentant un espace réel carré de 5m de côté.

A l'ouverture de la fenêtre espace global apparaît un casque jaune représentant le sujet avec son champ de vision, un rectangle image à l'échelle de l'écran (espace local « actuel » des tracés). A l'ouverture, le casque jaune est toujours orienté verticalement en dessous du rectangle.

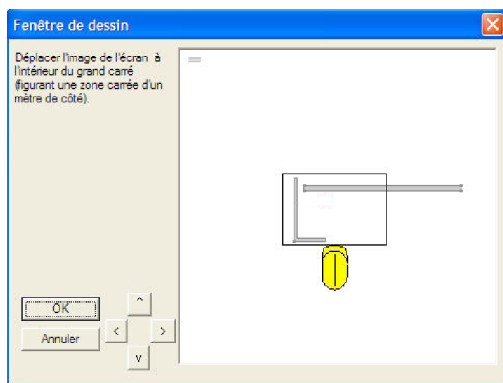
Il a été choisi de simuler les déplacements du sujet (casque jaune) et non sa position. Deux déplacements sont possibles : translation et rotation de multiples d'un quart de tour. La translation est réalisée en déplaçant directement le rectangle à l'aide de la souris. La rotation est égocentrée et s'effectue en appuyant sur l'une des trois touches « > », « < », « v » : pour avoir les tracés à la droite du sujet, appuyer sur le bouton « > », pour avoir les tracés à sa gauche, appuyer sur le bouton « < », pour avoir les tracés vers le bas du sujet, appuyer sur le bouton « v ». Une fois revenu à l'espace de travail, le sujet voit les tracés orientés selon le déplacement demandé dans la fenêtre espace global. Le déplacement du sujet a donc été simulé dans son espace de travail. Ont ainsi été découplés la décision du déplacement et l'effet de ce déplacement sur le champ de vision. En absence d'objet fixe, le repérage est égocentré. Si de l'espace local des tracés, l'on retourne à la vue de l'espace global (touche F9), à l'ouverture, le casque jaune est toujours en dessous du rectangle des tracés. En absence de repère fixe, le changement de position ne peut donc être inféré de la position du casque jaune par rapport aux bords fixes de l'écran.



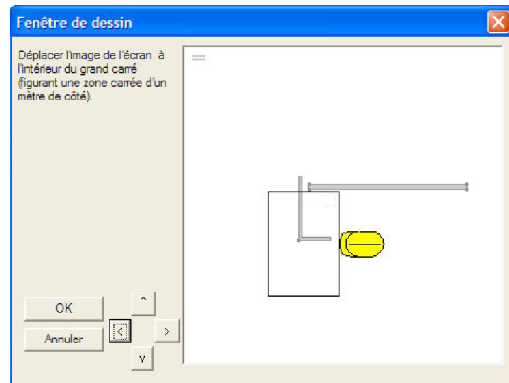
**Figure 9.** Fenêtre « espace local des tracés »



**Figure 10.** Vignette espace global dans l'écran (après appui sur la touche F9)



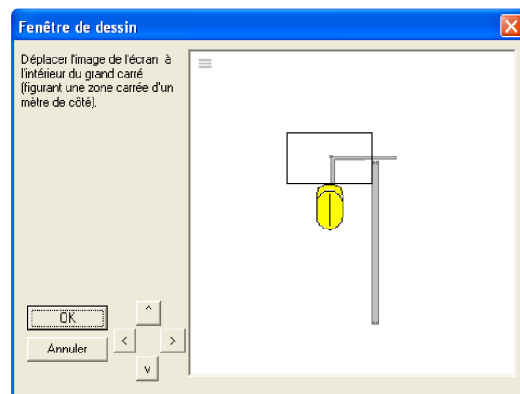
**Figure 11.** Vue de la seule fenêtre espace global des tracés



**Figure 12.** Après appui sur le bouton « < »



**Figure 13.** Après appui sur « OK », retour à l'espace local



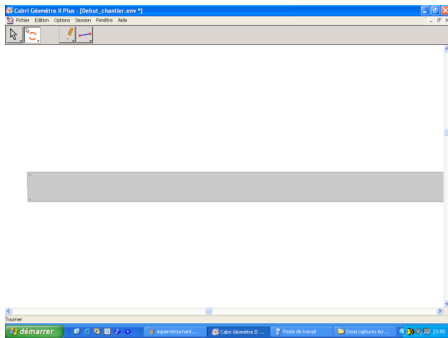
**Figure 14.** Après appui sur « F9 », retour à l'espace global

### ➤ **Choix pour la simulation de l'usage des instruments de chantier**

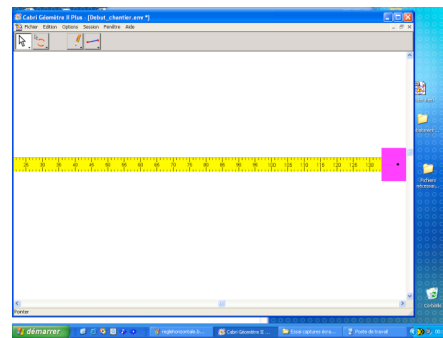
Les choix de simulation des instruments ont porté sur leur apparence, leur accessibilité, leur déplacement et leur utilisation. Nous avons décidé d'une apparence analogique pour tous les



instruments : ces derniers ont l'apparence des instruments réels de chantier. En particulier leurs dimensions sont à l'échelle des dimensions réelles. La règle de chantier et le mètre ruban de 3m, même déployé en partie, sortent du champ de vision.



**Figure 15.** La règle de chantier ne peut être vue Entièrement



**Figure 16.** Une partie du mètre ruban déployé dans l'espace local des tracés

Rappelons que nous avons distingué trois opérations effectuées avec les instruments nécessaires à l'activité de lecture tracé :

- marquage sur la surface des tracés
- report de propriétés géométriques lues sur le plan
- mesure de longueurs.

*Les instruments de marquage* sont visibles en permanence sous forme d'icônes en haut de l'écran : ce sont le crayon et le cordeau bleu.

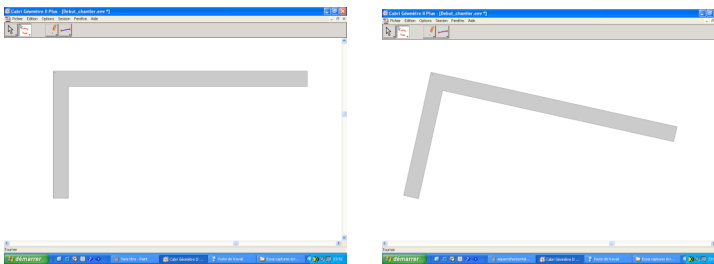
*Les instruments de report et de mesure* (équerre, règle de chantier et mètre ruban) sont placés au départ dans l'espace local des tracés dans trois « boîtes » étiquetées à leur nom, rectangles situés dans un coin de l'espace global accessible par déplacement. Elles restent toujours en haut à gauche du sujet quels que soient ses déplacements. Elles ne peuvent donc servir dans la construction d'un repérage allocentré, puisque attachées au repère égocentré du sujet. En cela, la simulation rend difficile la prise de conscience du déplacement, en ne respectant pas la propriété d'indépendance de la position des objets vis-à-vis du déplacement du corps propre. C'est une caractéristique de la simulation que nous envisageons de modifier.

La couleur de la boîte indique si les instruments sont rangés ou non. Pour ranger ou sortir un instrument, il suffit de cliquer sur sa boîte. Ils peuvent rester sortis de leur boîte dans l'espace local des tracés, en étant non nécessairement visibles à l'écran. Le sujet doit éventuellement se déplacer pour les avoir dans son champ de vision (recours à la fenêtre globale ou au zoom), puis les déplacer dans l'écran (espace local) à l'endroit approprié pour effectuer un tracé.

### *Déplacements de l'équerre et de la règle*

Nous avons choisi de découpler les déplacements de translation et de rotation des instruments de report, équerre et règle de chantier. Deux icônes en haut de l'écran permettent

- soit de les déplacer en translation, en cliquant sur l'icône « pointer » et en saisissant leur bord n'importe où
- soit de les faire tourner, en cliquant sur l'icône « tourner », en montrant le centre du mouvement (sommet de l'équerre ou coins de la règle) et en saisissant leur bord n'importe où.

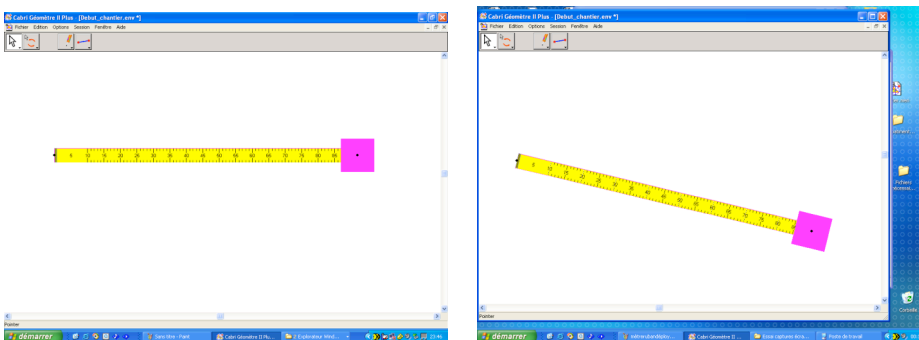


**Figure 17.** Deux positions de l'équerre tournant autour de son sommet

### *Le cas particulier du mètre ruban*

Il comporte des graduations en cm de 5 en 5 de 0 à 300 cm (Echelle 1 pour 5).

Conformément au maniement réel, le mètre ruban peut être enroulé dans ou déroulé de son boîtier, en saisissant le centre marqué du boîtier ou l'extrémité du ruban (correspondant au 0). Simultanément à l'enroulement / déroulement, le mètre ruban peut pivoter comme dans la réalité. Il peut être translaté dans n'importe quel état, en l'entourant d'un rectangle de sélection (ou lasso) et en saisissant le centre du boîtier, après avoir sélectionné l'icône pointer.



**Figure 18.** Le mètre ruban dans ses déplacements possibles

La matérialité des instruments n'a pas, en revanche, été respectée au sens où les instruments peuvent se chevaucher. Cependant, la recherche de la coïncidence des bords, nécessaire à leur usage, prend en partie en charge cette matérialité.

## **9. Conclusion sur la conception du simulateur**

Un des apports non négligeables des simulateurs réside dans la possibilité qu'ils offrent de se libérer de contraintes de la réalité, comme l'irréversibilité de certaines actions ou le déroulement du temps.

Il est clair que la conception du simulateur est contrainte à effectuer une transformation des rapports du sujet à l'espace. Mais ce qui est perdu en termes de fidélité reproductrice peut être un gain. En effet, dans l'usage du simulateur, le découplage et la séparation espace global espace local obligent le sujet à prendre la décision d'aller chercher de l'information dans l'espace global pour se situer et se déplacer dans cet espace, et à le quitter pour effectuer des tracés, ce qui ne se produit pas dans la réalité. Cette séparation permet de rencontrer de façon certaine, un problème de coordination des systèmes de référence des deux espaces.

L'action supplémentaire d'aller retour entre les deux espaces est coûteuse, elle transforme les stratégies de lecture tracé et favorise des anticipations pour diminuer le nombre de ces allers et retours. Mais elle est aussi un observable pour le sujet et le formateur et peut donc devenir par la suite l'objet d'un travail réflexif pour l'analyse des stratégies dans les situations simulées et réelle.

Il est important de souligner aussi qu'un des apports du simulateur est la possibilité de variation contrôlée qu'il offre au formateur. Ce même simulateur peut donner lieu à des formations différentes et le formateur reste maître des types d'usage qu'il peut en faire et des types de tâches qu'il donne. Un des problèmes qui reste posé est celui de la construction de situations didactiques autour du simulateur dans un contexte professionnel donné. Une piste qui semble intéressante à suivre réside dans l'articulation entre formation sur le terrain et usage du simulateur. En effet, le simulateur peut donner lieu à formulation et validation à propos des pratiques sur le terrain.

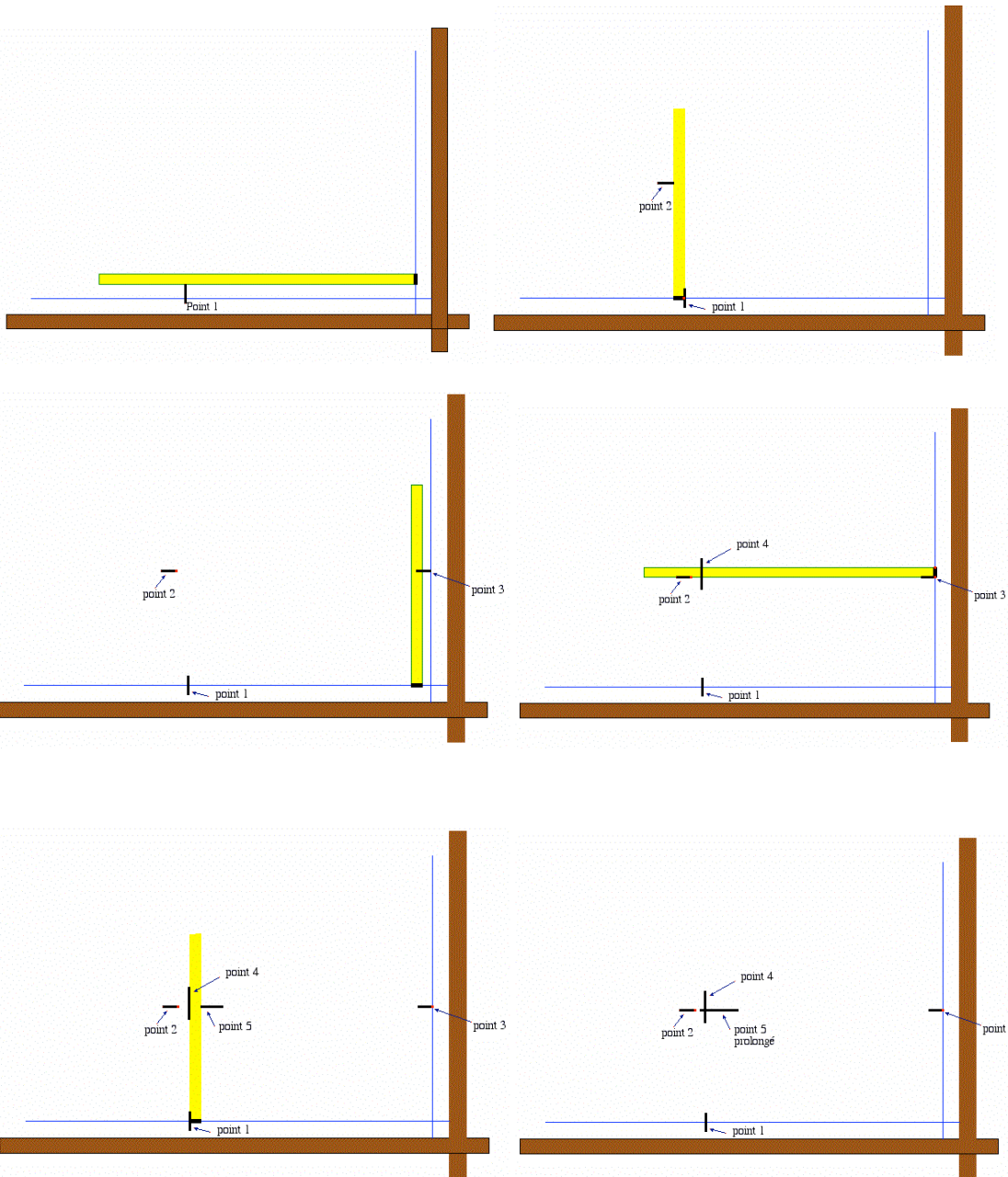
## **Références**

- BERTHELOT R. & SALIN M.-H., 1992, L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire, Thèse de l'université Bordeaux 1
- BESSOT A., DEPREZ S., EBERHARD M. & GOMEZ B., 1993, Une approche didactique de graphismes techniques en formation professionnelle de base aux métiers du bâtiment In : A.

- Bessot et P. Vérillon (eds.) *Espaces graphiques et graphismes d'espaces* (pp.115-144)  
Grenoble : Editions La Pensée Sauvage.
- BESSOT A. & P. VERILLON P., 1993, *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*  
Grenoble : Editions La Pensée Sauvage
- BOURDIEU P.,1980, *Le sens pratique*, Paris : Editions de Minuit.
- BROUSSEAU G., 1983, Etude des questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie,  
*Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, n°45, pp.183-226,  
Grenoble : IMAG
- BROUSSEAU G.,1998, *Théories des situations didactiques* Grenoble : Editions La Pensée Sauvage.
- CROZIER G., 2003, *Une entrée pour la praxis : la tâche de lecture - tracé dans les métiers du bâtiment*, Mémoire du DEA EIAHD, Université Joseph Fourier.
- GALVEZ PERES G., 1985, *El aprendizaje de la orientacion en el espacio urbano : una proposicion para la ensenanza de la geometria en la escuela primaria*, Thèse d'état de psychologie, Université de Mexico
- HADAMARD J., 1988, *Leçons de géométrie*, -réimpression de la 13<sup>ème</sup> édition, Armand Colin 1947, 1<sup>ère</sup> édition 1898, Paris : Editions Jacques Gabay
- PASTRÉ P., 2002, L'analyse du travail en didactique professionnelle, *Revue Française de Pédagogie*, n° 138, 9-18.
- SAMURCAY R., 1984, *La coordination des points de vue dans l'espace chez l'enfant : analyse des référentiels et des calculs spatiaux*, Thèse, Paris, EHESS
- TROGER V., 2003, Une exception française. La scolarisation de la formation professionnelle initiale *Revue Internationale d'Education* , 117-126
- VERGNAUD G., 1990, La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.10 n°2-3, 133-170.
- WEILL-FASSINA A. & RACHEDI Y., 1993, Mise en relation d'un espace réel et de sa figuration sur un plan par des adultes de bas niveau de formation, In : *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*, A. Bessot & P. Vérillon (eds.) (pp.57-86) Grenoble : Editions La Pensée Sauvage

# Annexe 1

## Film des actions de tracé de J et T pour la réservation (96,45)



## Annexe 2

### Questions de l'entretien individuel de la situation réflexive

Prédalle 1, réservation (96,45)

1. Entretien individuel de confrontation à sa propre action

Question Q1 : Pourriez vous nous dire comment vous feriez pour tracer cette réservation?

(montrée sur le plan de la prédalle)

*Visionnement de la vidéo sur la réservation*

Question Q'1 : Regardez ce que vous avez fait. Cela correspond-il à ce que vous venez de dire ?

Question Q2 pour un élève du binôme J et T : On a pris cette photo extraite du film et en fait vous avez obtenu cela (deux traits disjoints cf. Fig.). Comment cela se fait-il ?

2. Entretien individuel de confrontation à l'action d'autrui

*Visionnement de la vidéo sur ce qu'a fait l'autre groupe pour la même réservation*

Question Q3: On vous demande de regarder ce qu'a fait l'autre groupe pour implanter la même réservation. Vous devrez dire ce que vous trouvez de différent de ce que vous avez fait et ce que vous trouvez de semblable.

*S'il ne parle pas des instruments, les évoquer.*

Prédalle 2, réservation (56,232)

1. Entretien individuel de confrontation à sa propre action

Question Q1 : Pourriez vous nous dire comment vous feriez pour tracer cette réservation?

(montrée sur le plan de la prédalle)

*Visionnement de la vidéo sur la réservation*

Question Q'1 : Regardez ce que vous avez fait. Cela correspond-il à ce que vous venez de dire?

2. Entretien individuel de confrontation à l'action d'autrui

*Visionnement de la vidéo sur ce qu'a fait l'autre groupe pour la même réservation*

Question Q2 : On vous demande de regarder ce qu'a fait l'autre groupe pour implanter la même réservation. Vous devrez dire ce que vous trouvez de différent de ce que vous avez fait et ce que vous trouvez de semblable.