



**HAL**  
open science

# Ondelettes Quaternioniques pour la Classification de Textures

Raphaël Soulard, Philippe Carré

► **To cite this version:**

Raphaël Soulard, Philippe Carré. Ondelettes Quaternioniques pour la Classification de Textures. 17ème Congrès Francophone de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA'10), Jan 2010, Caen, France. pp.222–229. hal-00462961

**HAL Id: hal-00462961**

**<https://hal.science/hal-00462961>**

Submitted on 11 Mar 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Ondelettes quaternioniques pour la classification de textures \*

Raphaël Soulard

Philippe Carré

Laboratoire Xlim-SIC - CNRS UMR 6172, Université de Poitiers

Bât. SP2MI, Téléport 2, Bvd. Marie et Pierre Curie BP 30179,  
86962 Futuroscope Chasseneuil Cedex

e-mail : {soulard, carre}@sic.univ-poitiers.fr

## Résumé

Cet article propose un nouveau classifieur de textures basé sur la transformée en ondelettes quaternionique (QWT). Cette récente transformée sépare les informations contenues dans une image plus efficacement qu'une transformée en ondelettes classique (DWT), et fournit une analyse multi-échelles dont les coefficients sont 2D analytiques, avec une amplitude presque invariante par translation et une phase, composée de trois angles. L'interprétation et l'utilisation des coefficients QWT, en particulier la phase, sont traitées, et nous présentons un classifieur de textures qui utilise à la fois l'amplitude et la phase. Grâce à la QWT, nous obtenons de meilleures performances de classification qu'avec la DWT.

## Mots Clef

Transformée en ondelettes quaternionique, Phase 2D, Analyse de texture, Classification.

## Abstract

*This paper proposes a new texture classifier based on the Quaternionic Wavelet Transform (QWT). This recent transform separates the informations contained in the image better than a classical wavelet transform (DWT), and provides a multiscale image analysis which coefficients are 2D analytic, with one near-shift invariant magnitude and a phase, that is made of three angles. The interpretation and use of the QWT coefficients, especially the phase, are discussed, and we present a texture classifier using both the QWT magnitude and the QWT phase of images. Our classifier performs a better recognition rate than a standard wavelet based classifier.*

## Keywords

Quaternionic Wavelet Transform, 2D Phase, Texture analysis, Image classification.

\*Travail réalisé dans le cadre du projet ANR RESEAUX DU FUTUR ET SERVICES - CAIMAN / Codage Avancé d'IMAgés et Nouveaux services.

## 1 Introduction

La classification de textures consiste à associer automatiquement une image texturale donnée à la classe de textures à laquelle elle appartient, le plus vraisemblablement. Pour cela, on dispose d'un ensemble de classes prédéfinies par des exemples d'images, classées par l'utilisateur. La *texture* n'a pas vraiment de définition universelle, mais on peut présenter ce type d'image avec des exemples classiques comme des photos de goudron, surface d'eau, sable, canopée d'une forêt, vue aérienne d'une ville ... On s'accorde souvent à qualifier les textures d'*uniformes*, et à les voir comme une répétition d'un motif.

Une classe est un type de texture, selon une classification arbitraire que nous faisons instinctivement.

En traitement d'images, la reconnaissance de textures a beaucoup été traitée [1], nous développons ici une approche basée sur les ondelettes quaternioniques.

Ce travail ne vise pas directement la définition d'un classifieur performant, mais plutôt un premier pas innovant dans la mise en pratique d'une nouvelle transformée. D'une part, la transformée en ondelettes quaternionique (QWT), qui est le centre de notre étude, a d'encourageantes propriétés théoriques ; d'autre part, l'analyse de textures est une des applications reconnues de la représentation par ondelettes. C'est pourquoi nous proposons d'étudier le positionnement de la QWT par rapport à la transformée en ondelettes classique, dans un contexte de classification de texture. De ce fait, dans le cadre de cet article, nous nous concentrons uniquement sur les classifieurs basés ondelettes.

Outre la proposition d'un nouveau classifieur de textures, ce travail est une application de la QWT qui à notre connaissance n'a pas encore été faite. Cela permet de concrétiser la façon d'utiliser les coefficients quaternioniques d'une telle représentation.

## 2 Ondelettes Quaternioniques

### 2.1 DWT

La transformée en ondelettes classique (DWT) fournit une analyse espace-échelle d'une image, dans une matrice dont chaque coefficient correspond à une "sous-bande" (zone du

domaine de Fourier) et à une position dans l'image.

Une "sous-bande" traduit une échelle d'oscillation (*i.e.* une bande de fréquence 1D) ainsi qu'une orientation spatiale (*i.e.* plutôt vertical, horizontal ou diagonal). Elle est codée par une fonction atomique 2D appelée "ondelette", qui est une sorte d'impulsion oscillante localisée et orientée. Chaque coefficient est calculé par un produit scalaire entre une ondelette translatée et l'image, et donc représente la *présence* d'une composante locale dans l'image, à une position, pour une sous-bande.

Par la transformée en ondelettes, l'image est exprimée dans une base orthogonale d'atomes 2D, formée par des dilations et translations d'une fonction d'échelle  $\phi$  et de trois ondelettes ( $\psi^D, \psi^V, \psi^H$ ) exprimées en fonction d'une fonction d'échelle 1D  $\phi_1$  et d'une ondelette  $\psi_1$  comme suit :

$$\begin{aligned}\psi^D &= \psi_1(x)\psi_1(y) \\ \psi^V &= \phi_1(x)\psi_1(y) \\ \psi^H &= \psi_1(x)\phi_1(y) \\ \phi &= \phi_1(x)\phi_1(y)\end{aligned}$$

En pratique, les produits scalaires sont réalisés par filtrages (convolutions) de l'image par les 4 atomes de base, combinés avec des ré-échantillonnages, qui traduisent la dilata-tion de ces atomes.

## 2.2 QWT

La transformée en ondelettes quaternionique (QWT) [3] est une amélioration de la DWT, qui fournit une analyse plus riche pour les signaux 2D. Contrairement à la DWT, elle est presque invariante par translation, et ses coefficients sont exprimés en termes d'*amplitude* et de *phase*, à la manière des coefficients d'une transformée de Fourier.

Elle se base sur la *transformée de Fourier quaternionique* (QFT), et sur la *phase locale quaternionique* de T. Bülow [4], qui étendent à la dimension 2 les outils bien connus de traitement du signal, par une généralisation dans l'algèbre des quaternions  $\mathbb{H}$ . Selon Bülow, cette algèbre plus générale est plus adaptée que  $\mathbb{C}$  pour manipuler des signaux 2D.

Un quaternion est la généralisation d'un nombre complexe, possédant trois parties imaginaires codées sur les nombres imaginaires  $i, j, k$ . On l'écrit en représentation cartésienne  $q = a + bi + cj + dk$ , et son écriture polaire est, de manière analogue à l'exponentielle complexe,  $q = |q|e^{i\varphi}e^{j\theta}e^{k\psi}$ . Il est donc défini par un module, et un argument qui contient trois angles. L'argument quaternionique nous donne accès à la *phase* des signaux 2D.

**Phase locale du signal.** La phase locale d'un signal 1D est connue pour être extraite par la transformée de Hilbert (HT) et l'argument des nombres complexes (voir *signal analytique*). Bülow remarque qu'elle permet de décrire efficacement la forme des signaux 1D, c'est pourquoi il crée la phase quaternionique [4], associé à une fonction 2D, définie à l'aide des transformées de Hilbert (HT) partielles ( $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ ) et totale ( $\mathcal{H}_T$ ) qui forment le signal *quaternionique analytique* [3] :

*analytique* [3] :

$$f_A(x,y) = f(x,y) + i\mathcal{H}_1f(x,y) + j\mathcal{H}_2f(x,y) + k\mathcal{H}_Tf(x,y)$$

L'argument quaternionique de ce genre de signal représente la phase quaternionique de  $f$ , qui décrit ses structures locales en tout point.

**Intégration dans les ondelettes.** La QWT intègre la notion de phase dans une décomposition en ondelettes. Définie à partir d'une ondelette mère *quaternionique analytique*, la QWT fournit en sortie des coefficients quaternioniques dont la phase décrit précisément les structures codées. La puissance de description de l'image déjà apportée par la décomposition en sous-bandes, est alors complétée par une description encore plus fine grâce à la phase. Chaque sous-bande de la QWT peut être vue comme le signal analytique associé à une partie bande-étroite<sup>1</sup> de l'image.

On gardera les termes *amplitude locale* (module) et *phase locale* (argument), du signal analytique 1D. L'*amplitude* d'un coefficient quantifie la *présence* d'une composante locale 2D, et sa *phase*, représentée par trois angles, en constitue une description complète.

L'*amplitude* d'un coefficient QWT  $|q|$ , invariante par translation de l'image, quantifie la *présence* d'une composante, à toute position spatiale, dans chaque sous-bande fréquentielle. La *phase*, représentée par trois angles ( $\varphi, \theta, \psi$ ), constitue une description complète de la *structure* de ces composantes. Nous traitons plus bas l'interprétation de cette phase.

**Implantation.** D'un point de vue pratique, si l'ondelette mère est séparable *i.e.*  $\psi(x,y) = \psi_h(x)\psi_h(y)$  (c'est notre cas), alors les HT 2D sont équivalentes à des HT 1D le long des lignes et des colonnes de l'image. Donc, en considérant les paires de Hilbert

( $\psi_h, \psi_g = \mathcal{H}\psi_h$ ) (d'ondelettes) et ( $\phi_h, \phi_g = \mathcal{H}\phi_h$ ) (de fonctions d'échelles), l'ondelette 2D analytique s'écrit en termes de produits séparables.

$$\begin{aligned}\psi^D &= \psi_h(x)\psi_h(y) + i\psi_g(x)\psi_h(y) + j\psi_h(x)\psi_g(y) + k\psi_g(x)\psi_g(y) \\ \psi^V &= \phi_h(x)\psi_h(y) + i\phi_g(x)\psi_h(y) + j\phi_h(x)\psi_g(y) + k\phi_g(x)\psi_g(y) \\ \psi^H &= \psi_h(x)\phi_h(y) + i\psi_g(x)\phi_h(y) + j\psi_h(x)\phi_g(y) + k\psi_g(x)\phi_g(y) \\ \phi &= \phi_h(x)\phi_h(y) + i\phi_g(x)\phi_h(y) + j\phi_h(x)\phi_g(y) + k\phi_g(x)\phi_g(y)\end{aligned}$$

Cela signifie qu'une telle décomposition est très dépendante de l'orientation de l'image dans le repère  $(x, y)$  (variance par rotation), et que l'ondelette n'est pas isotropique. L'avantage de la QWT est dans sa facilité d'implantation par des bancs de filtres séparables, et dans sa notion de *phase*.

La QWT utilise l'algorithme du Dual-Tree [5], un banc de filtres qui utilise une paire de Hilbert comme ondelette mère complexe 1D. Il fournit des coefficients analytiques,

1. Le signal analytique 1D offre une analyse instantanée en considérant toute la bande du spectre fréquentiel. En pratique, les caractéristiques locales (instantanées) sont donc interprétables seulement si le signal à analyser est à bande étroite.

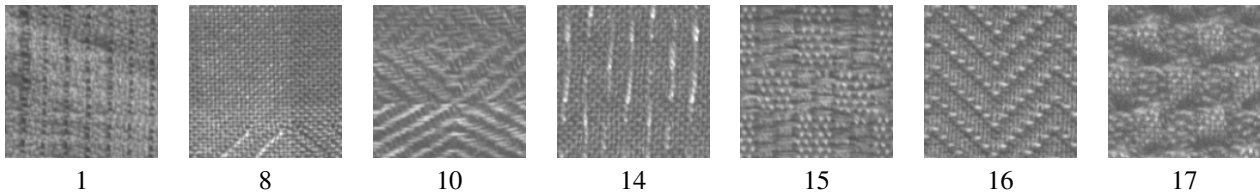


FIGURE 1 – Exemples d’images de la base Outex [2] (série TC-00012).

dont le module est invariant par translation, pour une redondance de seulement 4 :1.

Deux bancs de filtres complémentaires, l’un utilisant un filtre pair, l’autre un filtre impair, mènent à quatre bancs de filtres 2D séparables, légèrement décalés les uns par rapport aux autres. Ces décalages correspondent théoriquement aux déphasages des transformées de Hilbert 2D évoquées plus haut. On obtient une précision sous-pixellique, traduite indirectement dans la notion de phase.

Au départ combinées par Kingsbury [5] pour implanter deux décompositions complexes (6 sous-bandes orientées), les quatre sorties du Dual-Tree constituent ici les composantes cartésiennes d’une sortie quaternionique. L’algèbre des quaternions  $\mathbb{H}$  donne alors accès à la représentation module/argument qui nous permet de représenter séparément la *présence* des composantes locales dans l’image (amplitude), et leurs *structures* (phase).

Notons que le Dual-Tree réalise une approximation, qui rend les coefficients de la QWT approximativement analytiques, et donc l’extraction des amplitudes et phases 2D locales, ainsi que leur interprétation, sont en réalité approximatives.

### 3 Classification de textures

#### 3.1 Utilisation des ondelettes

L’extraction de caractéristiques par la représentation en ondelettes standard (DWT) a souvent été utilisée en tant qu’approche “Traitement du Signal” vers l’analyse de textures. Il semble que l’analyse multi-échelle de la DWT soit bien adaptée aux images texturales. A partir de chaque sous-bande, on calcule une moyenne, un écart-type, l’énergie totale, la puissance moyenne ... En combinant correctement ces caractéristiques, on constitue un vecteur descripteur expérimentalement propice à bien caractériser la texture.

Récemment, Celik et Tjahjadi [6] ont utilisé le Dual-Tree CWT, pour son module (presque) invariant par translation et son aspect “orienté”. Le descripteur extrait a permis d’obtenir de meilleurs résultats qu’avec les ondelettes classiques.

L’invariance par translation du module assure que les caractéristiques extraites sont indépendantes de la position précise des motifs texturaux, et donc permet une meilleure caractérisation.

Nous proposons d’utiliser la QWT, qui a aussi un module invariant par translation, et nous étendons l’analyse en uti-

lisant la phase QWT.

Pour calculer la QWT, nous reprenons l’algorithme décrit dans [3], et pour les comparaisons, une transformée en ondelettes classique avec les célèbres filtres CDF 9/7<sup>2</sup>.

En décomposant sur 3 niveaux de profondeur, on obtient 9 sous-bandes d’analyse, ainsi qu’une sous-bande basses-fréquences (BF). Notons que la sous-bande BF ne sera pas utilisée car elle n’est pas intéressante, a priori, pour l’analyse de textures. En effet, on s’accorde à considérer que des structures presque constantes comme des composantes BF, ne sont pas constituantes de ce qu’on appelle des textures.

#### 3.2 Le classifieur $k$ -ppv

Nous proposons un simple classifieur dit *k plus proches voisins* ( $k$ -ppv). A partir de chaque image d’un *ensemble d’apprentissage*, on extrait un descripteur qui caractérise la texture, et on l’étiquette avec le numéro réel de sa classe. Quand une image *test* est donnée, son descripteur est calculé et comparé avec ceux de l’ensemble d’apprentissage, en terme de distance euclidienne. Selon un paramètre  $k$ , les  $k$  vecteurs les plus proches sont conservés pour trouver la classe la plus représentative, c’est-à-dire celle qui a le plus grand effectif parmi les  $k$  voisins.

Nous avons choisi cette méthode de classification pour sa simplicité. Néanmoins, nous devons utiliser une base d’images conséquente pour les expérimentations, et nous avons choisi la base Outex [2].

#### 3.3 Les textures de la base Outex [2]

Pour tous nos tests, nous utilisons la série TC-00012 de la base Outex, créée par l’université de Oulu, Finlande, et disponible sur Internet [2]. Elle contient 24 *classes* de textures, chacune contenant 380 individus. Dans chaque *classe* de cette base, on retrouve différentes images d’un même type de texture, sous différentes orientations et différentes luminosités. Des exemples de textures de cette base sont montrés figure 1, et illustrent bien sa diversité.

Pour nos tests, nous séparons les textures de chaque classe en deux groupes suivant un protocole de validation croisée :

- L’*ensemble de test* : 350 exemples que le programme ne connaît pas,
- L’*ensemble d’apprentissage* : 30 exemples *étiquetés* que le programme peut consulter.

2. On considère souvent qu’une bonne séparation des composantes fréquentielles est bien adaptée à l’analyse de textures, et les filtres CDF 9/7 sont connus pour offrir particulièrement cette propriété. A noter que les filtres d’analyse utilisés sont de même taille (9 coefficients) pour les deux décompositions : DWT et QWT.

### 3.4 Performance de la classification

Le programme ‘ $k$ -ppv’ a en entrée une image inconnue, et en sortie un indice de classe, qui correspond vraisemblablement à la classe de l’image inconnue.

On donne au programme chaque image de l’ensemble de test, et on compte le nombre de fois où il décide la bonne classe, ce qui permet de calculer un taux de reconnaissance pour chaque classe.

Pour quantifier la qualité de notre classification, nous étudions son taux de reconnaissance par classe, par une technique de validation croisée. Plus précisément, pour chacune des 24 classes de la base, on sélectionne aléatoirement 30 individus pour constituer l’ensemble d’apprentissage, les 350 autres restant inconnus. L’algorithme des  $k$ -ppv est lancé sur les inconnus, et on calcule le pourcentage d’images bien classées sur les 350. On obtient 24 taux de reconnaissance.

Cette simulation est itérée 100 fois, en prenant toujours un ensemble d’apprentissage aléatoire, de manière à étudier la variabilité des taux de reconnaissance estimés. On obtient pour chaque classe, un taux de reconnaissance moyen, et un écart-type de ce taux, qui représentera l’incertitude sur son estimation.

Cette évaluation de la classification doit se faire pour chaque descripteur envisagé, et témoigne directement de la qualité du descripteur.

Dans la suite, nous allons d’abord présenter une extraction classique du descripteur, basée sur le module des coefficients d’ondelette, pour comparer les deux transformées DWT et QWT. Puis une “approche phase” est développée, et la combinaison du module et de la phase est traitée, pour présenter le classifieur final.

## 4 Utilisation du module QWT

Dans la plupart des applications de la littérature, les classifications de textures basées ondelettes utilisent une mesure globale d’énergie ou des mesures statistiques sur le module. Dans un premier temps, nous avons donc comparé les performances de la DWT et de la QWT en faisant des mesures sur leur module.

### 4.1 Extraction du descripteur

Après avoir calculé le module  $M_{ij} = |q_{ij}|$  de la transformée en ondelettes d’une image donnée ( $i$  et  $j$  sont les coordonnées discrètes d’un pixel), on considère deux mesures pour chaque sous-bande.

L’énergie :

$$m = \frac{1}{E} \sum_{i,j} M_{ij}^2$$

où  $E$  est l’énergie totale de l’image moins celle de la sous-bande basses-fréquences. Cette normalisation fait de  $m$  la quantité relative d’énergie dans une sous-bande par rapport aux autres.

L’écart-type :

$$m = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i,j} (M_{ij} - \mu)^2}$$

où  $N$  est le nombre de pixels dans la sous-bande, et  $\mu$  la moyenne.

### 4.2 Résultats

Nous avons obtenu différents résultats, en fonction du niveau de profondeur de décomposition considéré (1, 2 ou/et 3), du type de mesure, et de la valeur de  $k$ . Expérimentalement, les meilleurs résultats sont donnés en utilisant les 3 niveaux et  $k = 3$ .

Une grande valeur de  $k$  est pénalisante en terme de coût algorithmique. En revanche, un  $k$  très petit comme 1 ou 2 donne une estimation statistique très pauvre de la classe représentée en un point de l’ensemble, et on ne peut pas vraiment parler d’effectif de chaque classe parmi 1 ou 2 voisins.

Expérimentalement, les courbes de taux de reconnaissance en fonction de  $k$  sont quasiment monotones pour  $k > 3$ , et les meilleurs résultats sont obtenus pour  $k = 3$ . Pour la suite, nous garderons ce paramètre fixe, en considérant que l’analyse des résultats n’en pâtit pas. En effet, le choix de  $k$  n’a pas vraiment de conséquence sur les résultats, car une valeur un peu différente donnerait des résultats semblables, dus à la monotonie observée des courbes de reconnaissance.

Les résultats de validation croisée sont presque identiques pour l’énergie et l’écart-type. Nous choisissons arbitrairement, pour la suite, de garder la mesure d’écart-type. Nous présentons figure 4 les résultats avec les trois niveaux de profondeur (vecteur de taille 9) et  $k = 3$ . Notons que ces résultats sont corrects, et confirment que l’analyse des textures par ondelettes est une bonne méthode. De plus, ils valident la QWT comme étant au moins aussi efficace que la DWT, lorsqu’on se restreint à utiliser seulement son module.

### 4.3 Analyse des résultats

Observons la figure 2 qui montre quelques images représentatives, ainsi que leurs spectres QFT<sup>3</sup>.

Avec les taux de reconnaissance *par classe*, on peut comparer la qualité d’analyse de certaines textures particulières. Nous illustrons les classes pour lesquelles la différence de taux de reconnaissance est la plus grande entre la DWT et la QWT. On espère donc mettre en valeur certains types de textures plus ou moins propices à être analysées par l’une ou l’autre. Après observation, on constate que des conclusions éventuelles par rapport au *type* de texture, ne sont pas immédiates.

On remarque que les textures 14 et 15 sont beaucoup mieux reconnues par la QWT (environ +20% de réussite). En revanche, la DWT reconnaît mieux la texture 13.

3. Un spectre QFT peut se lire de la même manière qu’un spectre de Fourier classique.

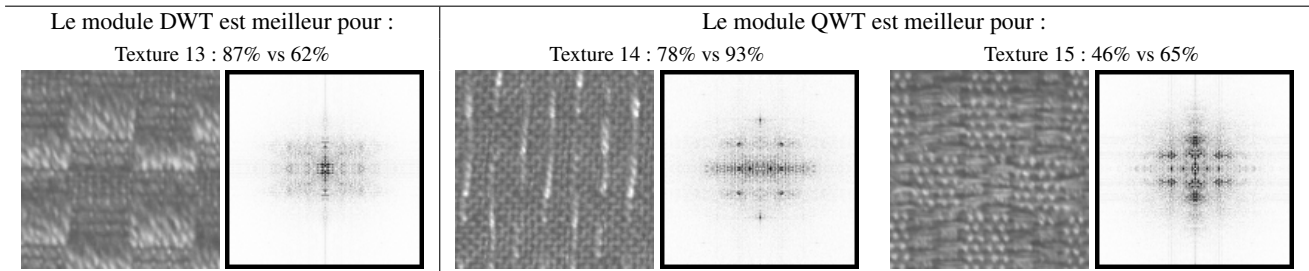


FIGURE 2 – Textures particulières mieux reconnues, soit par la DWT, soit par la QWT, avec la mesure d’*écart-type* sur le module. Les taux de reconnaissance moyens sont indiqués en pourcentage. On affiche à côté de chaque texture, le module de sa QFT dont le contraste a été renforcé pour une meilleure lisibilité.

Pour conclure sur l’analyse basée module, la QWT et la DWT ont des performances similaires, et la QWT permet d’améliorer la reconnaissance de la texture 15 qui posait problème avec la DWT. Les résultats supérieurs de la QWT sur certaines textures, sont certainement dûs, en partie, à l’invariance par translation du module. Mais le travail de Bülow [4] et Chan *et al.* [3] montre que la phase QWT peut fournir une puissante analyse des images, donc la QWT n’est pas complètement exploitée ici. Nous proposons maintenant une extraction du descripteur utilisant des mesures sur la phase QWT.

## 5 Utilisation de la phase QWT

### 5.1 La phase QWT

Dans sa thèse [4], Bülow démontre l’importance de la phase en analyse d’image, définit une *transformée de Fourier quaternionique* (QFT), une *phase 2D quaternionique*, et des filtres de Gabor 2D *quaternioniques analytiques*. Dans une segmentation de textures basée sur la transformée de Gabor, les images filtrées sont 2D analytiques, et forment une analyse espace-échelle de l’image, à partir de laquelle Bülow extrait des *amplitudes et phases locales* en chaque point, pour caractériser la texture.

Premièrement, grâce au théorème du décalage (*QFT shift theorem* [4]), on obtient que les deux premiers termes de phase  $\varphi$  and  $\theta$  indiquent un petit décalage de la structure codée, autour de la position du coefficient quaternionique. Cette information est analogue à une phase instantanée 1D classique, qui encode un décalage d’une impulsion.

Notons qu’en 1D, ce décalage est suffisant pour caractériser complètement la structure de la composante locale. En fait, il s’agit de la même information (Voir [4]), puisqu’une phase d’environ 0 ou  $\pi$  signifie simplement une “impulsion” (positive ou négative), et une phase autour de  $\pm \frac{\pi}{2}$  décrit une “pente” (montée ou descente), étant en fait le bord d’une impulsion décalée. En 2D, ce décalage n’est pas suffisant pour caractériser toute structure, en particulier les structures “i2D” (*e.g.* coins, jonctions T), qui sont plus complexes que des lignes ou des bords.

Le troisième terme de la phase  $\psi$  complète l’analyse de la structure, et est considéré comme une caractéristique de texture. Bülow a trouvé que  $\psi$  est presque linéaire avec une

variable  $\lambda$ , dans une superposition de deux ondes planes définie comme ceci :

$$f_{\lambda}(x,y) = (1-\lambda) \cos(\omega_1 x + \omega_2 y) + \lambda \cos(\omega_1 x - \omega_2 y)$$

Dans son application de segmentation de textures, il obtient de très bons résultats en utilisant seulement  $|q|$  et  $\psi$ .

Avec la QWT, Chan *et al.* [3] utilisent  $\varphi$  et  $\theta$  dans une procédure d’estimation de flot optique. Ils considèrent que puisque la QWT réalise des QFT locales, le théorème du décalage est toujours valable, approximativement.

Dans une autre application (représentation en ‘wedgelets’),  $\varphi$  et  $\theta$  sont utilisés pour calculer la position des segments, et  $\psi$  sert pour le calcul de leur orientation.

### 5.2 Extraction du descripteur

Comment utiliser la phase QWT pour décrire les textures ? D’abord, il semble que les deux premiers termes  $\varphi$  et  $\theta$  soient inappropriés, car ils informent seulement sur la position précise des composantes locales, alors que nous sommes intéressés principalement par leur structure. Il est vrai que le décalage codé devrait servir à caractériser une structure 1D comme un bord ou une ligne orientée, de manière analogue à la phase 1D. Mais cette information ne nous semble pas assez claire. De plus, les expérimentations que nous avons menées avec des mesures sur  $\varphi$  et  $\theta$  ont donné des taux de reconnaissance inférieurs à 3%, ce qui a confirmé notre intuition. On se focalisera donc sur le troisième terme  $\psi$ , utilisé notamment par Bülow (transformée de Gabor) dans une segmentation de textures.

Dans cette application, on suppose que les textures sont uniformes, il ne s’agira donc pas ici de décrire en détail les motifs texturaux, mais plutôt d’extraire des mesures globales sur la phase de l’image. A l’opposé, on se rend compte que des mesures trop globales sur l’ensemble des phases, comme une moyenne, ne décrivent d’aucune façon la nature des motifs. En effet, les taux de reconnaissance que nous avons obtenus pour une mesure de moyenne sont inférieurs à 1%.

Le but n’est pas de faire une procédure évoluée de description spatiale (recherche d’extrema, étude de connexité . . .), puisqu’il s’agit pour l’instant de mettre à l’épreuve la QWT dans une application simple, et notre travail est centré sur

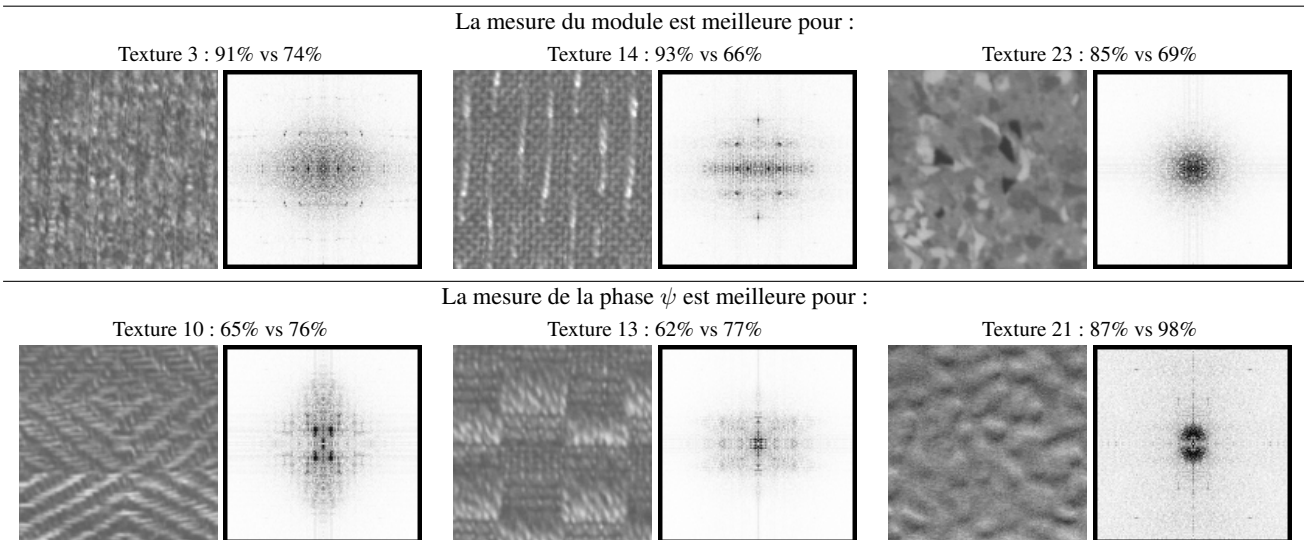


FIGURE 3 – Textures particulières mieux reconnues, soit par le module QWT (écart-type), soit par la phase QWT (écart-type pondéré). Les taux de reconnaissance moyens sont indiqués en pourcentage. On affiche à côté de chaque texture, le module de sa QFT dont le contraste a été renforcé pour une meilleure lisibilité.

l'interprétation de la phase QWT. Aussi, on s'attachera à extraire une mesure globale de chaque sous-bande, assez simple pour notre étude, et capable de témoigner de l'évolution spatiale de la phase.

Il existe à notre connaissance peu de choses sur la mesure globale de phase. On retient une mesure présentée par Blanchet *et al.*(2008), appelée *Global Phase Coherence*, qui utilise la notion locale de congruence de phase, et qui donne un indicateur de la netteté de l'image. Mais cette mesure ne nous semble pas appropriée dans ce contexte.

Il vient que le simple calcul de l'écart-type de  $\psi$  est un bon candidat, en décrivant simplement une part du comportement de  $\psi$ . De plus, comme  $\psi \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ , on n'a pas les problèmes habituels de calcul avec les données circulaires (discontinuité autour de  $\pm\pi$ ), donc pas d'ambiguïté dans le calcul de différences entre deux angles. La variable peut être considérée dans une procédure standard de calcul d'écart-type.

Une autre idée est de pondérer la phase par le module. En effet, un module fort témoigne de l'importante présence d'une composante, alors que les nombreux points de la décomposition où le module est très faible ne correspondent à aucune structure locale, donc il est aberrant de décrire la structure à ces endroits. En pondérant les phases, on calcule l'écart-type des structures des seules composantes assez présentes, ce qui est plus représentatif.

La fonction de pondération  $W$  est le module de la QWT normalisée pour que la somme dans chaque sous-bande soit égale à 1. On l'intègre dans le calcul de l'écart-type comme ci-dessous.

Voici les deux mesures de phases utilisées dans nos tests.

L'écart-type :

$$m = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i,j} (\psi_{ij} - \mu)^2}$$

où  $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i,j} \psi_{ij}$ ,  $N$  est le nombre de pixels dans la sous-bande, et  $(i, j)$  parcourt une sous-bande.

L'écart-type pondéré :

$$m = \sqrt{\sum_{i,j} W_{ij} (\psi_{ij} - \mu')^2} \quad \mu' = \frac{1}{N} \sum_{i,j} W_{ij} \psi_{ij}$$

### 5.3 Résultats

Nous avons utilisé la même procédure que pour la mesure du module. Les résultats sont sensiblement équivalents à ceux du module. De plus, la pondération de l'écart-type donne effectivement des résultats bien supérieurs aux écarts-type classiques. Les résultats avec l'écart-type pondéré sont illustrés figure 4.

En observant les taux de reconnaissance par classe, on remarque que certaines textures sont beaucoup mieux reconnues soit par le module, soit par la phase. Cela signifie que les deux classifications sont complémentaires. Le module informe, à l'instar de la DWT classique, sur le contenu fréquentiel de la texture, tandis que la phase apporte une information supplémentaire sur les structures locales de la texture. La figure 3 illustre les différences de reconnaissance les plus significatives, entre la mesure du module et celle de la phase  $\psi$ .

Même si cette complémentarité semble exister, il est difficile de cerner des types de textures, qui seraient plus propices à être analysés par le module ou par la phase. L'intuition voudrait que des images contenant des contours nets

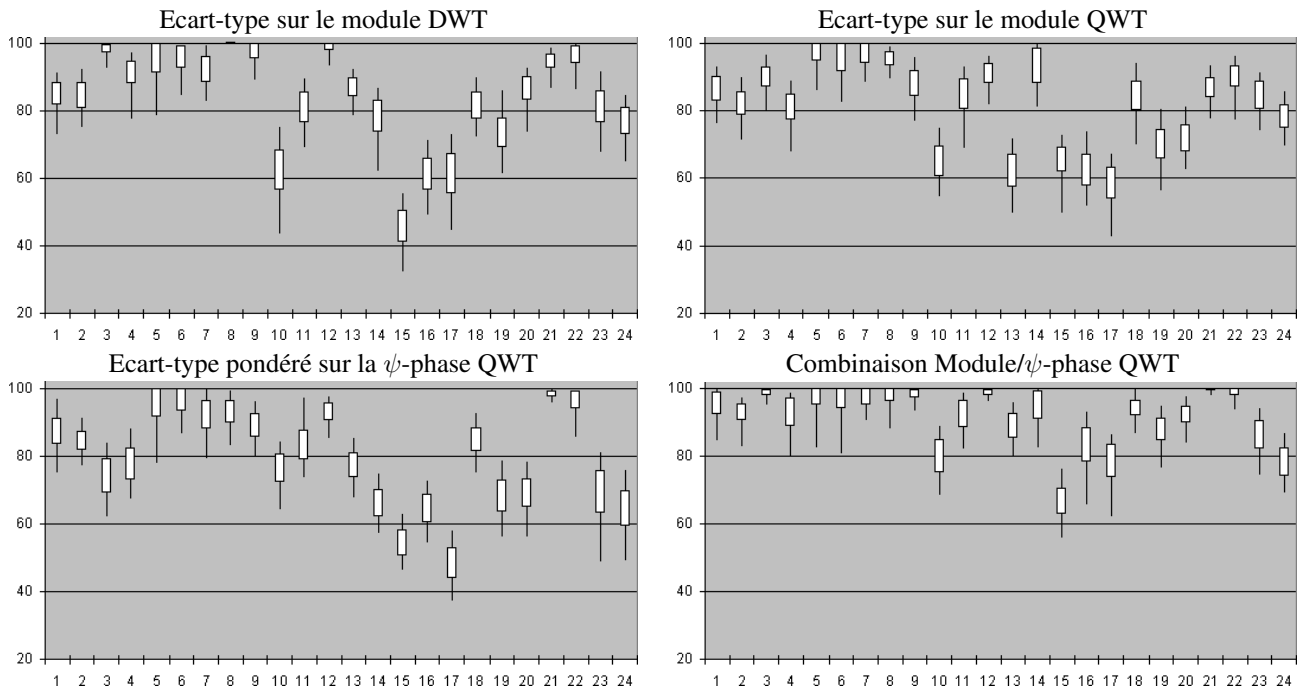


FIGURE 4 – Résultats de validation croisée pour différents descripteurs ( $k = 3$ , 3 niveaux de décomposition). En abscisses, les indices des 24 classes de texture, et en ordonnées les statistiques sur le taux de reconnaissance du classifieur. Le trait noir vertical représente les taux minimum et maximum observés pour une classe. Le rectangle blanc est centré autour du taux moyen, sa hauteur est deux fois l'écart-type du taux.

alignés avec les diagonales soient mieux décrites par  $\psi$ , mais on ne le constate pas ici.

En effet, rappelons nous que les valeurs les plus significatives de la phase  $\psi$  ( $\pm \frac{\pi}{4}$ ) correspondent à des lignes ou des bords orientés selon une diagonale. Finalement, dans une image quelconque, on trouve une grande majorité de phases  $\psi$  locales proches de 0, car les différentes structures locales possibles dans une image sont bien plus variées que ce cas particulier de lignes ou de bords. Alors, si une image contient de nombreux bords et lignes, il y a des chances pour que sa phase locale  $\psi$  soit plus variée, et donc plus descriptive dans un contexte de classification.

Cependant, notre base d'images ne contient pas vraiment de texture présentant des contours nets, et il serait intéressant d'expérimenter d'autres bases.

Néanmoins, les taux d'erreurs nous indiquent clairement une complémentarité de description, entre le module et la phase. Il serait donc intéressant de combiner les deux mesures pour construire un meilleur vecteur descripteur des textures.

#### 5.4 Combinaison du module et de la phase

L'écart-type est utilisé pour le module et l'écart-type pondéré pour la phase, en utilisant les trois niveaux de décomposition, donc nous avons 18 mesures pour chaque texture. Tout d'abord, en faisant une simple concaténation des deux vecteurs de mesure, on obtient les résultats de la figure 4 (dernier graphe), qui sont meilleurs que toutes nos simula-

tions précédentes. Le taux de reconnaissance moyen toutes classes confondues est de 91% contre 84% pour la DWT.

Notons que dans ce cas, le taux de reconnaissance est encore meilleur pour  $k = 1$  : 92%. On pourra préférer cette valeur qui accélère considérablement l'algorithme, réduit à une recherche de distance minimum.

Ici se pose une problématique classique en classification, à savoir que les deux mesures ne sont pas du même *type*, l'une est homogène à une amplitude ( $\in \mathbb{R}^+$ ), l'autre à un angle ( $\in [0, \frac{\pi}{2}]$ ). Cela provoque un manque de cohérence du descripteur car tous ses termes sont vus de la même façon par la distance euclidienne.

Une métrique permet souvent de pallier ce problème d'hétérogénéité des mesures, mais les différentes métriques que nous avons essayées n'améliorent pas significativement notre classifieur. En effet, en pratique, les descripteurs de module et de phase sont du même ordre de grandeur, et en utilisant une métrique optimale par rapport à notre ensemble d'images (normalisation des mesures par leur écart-type), on ne modifie que peu les données, et on augmente très faiblement les taux de reconnaissance.

Une autre idée est de représenter les mesures en coordonnées cartésiennes. Puisque le vecteur contient pour chaque sous-bande une amplitude et un angle, on peut considérer que c'est une représentation polaire d'une mesure 2D, et représenter ces deux valeurs en coordonnées cartésiennes. Ainsi, le type de mesure est le même pour tout le vecteur. Mais là encore, le résultat expérimental n'est pas satisfai-



sant, et les taux de reconnaissance chutent.

Finalement, nous retenons pour la suite la simple concaténation des deux mesures.

## 6 Analyse critique des résultats

Par une simple concaténation des deux types de mesure QWT, on obtient 91% de reconnaissance moyenne, contre 84% avec la DWT, sur la base Outex TC-00012. De plus, le meilleur résultat avec la QWT est pour  $k = 1$ , ce qui réduit l'algorithme  $k$ -ppv à une procédure de recherche de distance minimum, qui a une complexité linéaire. Les textures les mieux reconnues par la QWT par rapport à la DWT sont les classes 10, 15 et 16 (voir figure 1), ou le taux d'erreur moyen est d'environ 20% meilleur pour la QWT, en considérant les classifieurs finaux.

Selon nous, au regard des résultats de validations croisées, le module de la QWT peut tout-à-fait remplacer la DWT dans un contexte de classification de textures, puisqu'il donne des performances similaires. Lorsqu'on utilise la phase de la QWT pour compléter l'analyse, certaines textures sont nettement mieux reconnues par la QWT, mais il est encore difficile de caractériser précisément les concernées. D'une manière générale, l'interprétation de la phase de cette récente transformée quaternionique mérite encore d'être approfondie.

Aucune texture dans la base Outex TC-00012 ne montre la DWT vraiment supérieure à la QWT, donc non seulement la QWT donne un meilleur résultat global, mais cette nouvelle transformée en ondelettes conserve également les qualités de la DWT, ce qui en fait une vraie amélioration dans un contexte d'analyse de texture. De plus, la validation croisée nous permet de remarquer que la variabilité des taux d'erreur est plus faible avec cette nouvelle méthode, c'est-à-dire que la QWT améliore la robustesse de la classification. Ainsi, les performances ne dépendent pas fortement de l'ensemble d'apprentissage choisi.

Nos résultats sont très satisfaisants en considérant que les images utilisées ont des orientations différentes, et des luminosités différentes.

Enfin, nous devons garder à l'esprit que la phase locale fournie par la QWT est une analyse ponctuelle de l'image, et les *composantes locales* décrites sont des structures élémentaires (impulsions, bords, lignes, impulsions selon une direction, selon plusieurs directions...), qu'on peut qualifier d'"impulsions élaborées". En conséquence, on ne travaille pas à la même échelle que les motifs texturaux, qui eux sont beaucoup plus complexes, et formés d'un *ensemble de composantes locales*. La QWT n'est donc peut-être pas l'outil le plus adapté pour une analyse "rapide" des textures. Il nous semble qu'une mesure spatiale sur le module des coefficients QWT (comme cela a été fait par exemple dans [7], sur la DWT) conjointe à une étude de la phase QWT, serait bien plus efficace pour la caractérisation des textures. Ce travail, avec un simple écart-type, ouvre la voie à de nombreuses possibilités d'étude dans le domaine spatial.

## 7 Conclusion

Cet article présente un travail d'application d'une nouvelle transformée, la QWT de Chan *et al.* [3], à travers une classification de textures basée ondelettes. Le but est de montrer expérimentalement que la QWT est une amélioration de la transformée en ondelettes classique, plus complète, grâce à son invariance par translation et sa phase, qui décrit finement le contenu des images.

A travers une technique de validation croisée, nous avons montré que la QWT rend une classification de textures basée ondelettes plus performante et plus robuste, grâce à l'utilisation conjointe du module et de la phase des coefficients QWT, qui permet d'analyser efficacement les structures locales des textures.

Les fondements de la QWT [4], depuis 1999, ont été améliorés avec le signal et la phase *monogénique* (Felsberg et Sommer). Cet outil défini dans l'algèbre géométrique est invariant par rotation, et semble fournir une meilleure description locale, plus claire, des signaux 2D, à l'aide d'une phase à deux composantes beaucoup plus facile à interpréter que la phase quaternionique. Une implantation de type banc de filtres *monogénique*, et une mesure de phase adaptée, pourraient certainement améliorer encore la classification. Le banc de filtres monogénique fait actuellement partie de nos travaux.

## Références

- [1] M. Tuceyran and A. K. Jain, "Texture analysis," in *Handbook of pattern recognition and computer vision*, River Edge, NJ, USA, 1993, pp. 235–276, World Scientific Publishing Co., Inc.
- [2] Finland University of Oulu, "Outex texture database," <http://www.outex.oulu.fi/>.
- [3] W.L. Chan, H.H. Choi, and R.G. Baraniuk, "Coherent multiscale image processing using dual-tree quaternion wavelets," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 17, no. 7, pp. 1069–1082, July 2008.
- [4] T. Bülow, *Hypercomplex Spectral Signal Representations for Image Processing and Analysis*, Ph.D. thesis, Inst. f. Informatik u. Prakt. Math. der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 1999.
- [5] Nick Kingsbury, "Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 10, no. 3, pp. 234 – 253, 2001.
- [6] Turgay Celik and Tardi Tjahjadi, "Multiscale texture classification using dual-tree complex wavelet transform," *Pattern Recogn. Lett.*, vol. 30, no. 3, pp. 331–339, 2009.
- [7] F. Mourougaya, P. Carré, and C. Fernandez-Maloigne, "A new wavelet sub-band characterization for texture recognition.," in *Wavelet Applications in Industrial Processing III*. Octobre 2005, SPIE Optics East Symposium.