HAL
open science

Un modèle viscoélastique pour la réponse des mousses polymériques à la compression cyclique

Gianpietro del Piero, Giampiero Pampolini

To cite this version:

Gianpietro del Piero, Giampiero Pampolini. Un modèle viscoélastique pour la réponse des mousses polymériques à la compression cyclique. Mechanics & Industry, 2009, 10 (3-4), pp.261-266. 10.1051/meca/2009054 . hal-00462194

HAL Id: hal-00462194

https://hal.science/hal-00462194v1

Submitted on 22 Mar 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un modèle viscoélastique pour la réponse des mousses polymériques à la compression cyclique

G. DEL PIERO[a], G. PAMPOLINI[a,b]

a. *Università di Ferrara, Via Saragat 1, 44100 Ferrara, Italie*
b. Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, 31 chemin Joseph-Aiguier, 13402 Marseille, France.
Adresses e-mail: dlpgpt@unife.it, pampolini@lma.cnrs-mrs.fr

Résumé :

Sous compression cyclique, les mousses polymériques montrent une perte progressive de résistance lorsque le nombre de cycles augmente. Le recouvrement de résistance après une phase de repos suggère que ce comportement puisse être décrit par un effet de mémoire à long terme. On propose un modèle viscoélastique fondé sur la coexistence d'une énergie élastique non convexe et d'une dissipation de type visqueux. Des essais expérimentaux montrent la bonne correspondance entre le modèle et le comportement observé.

Abstract :

A block of polyurethane foam subject to cyclic compression exhibits a softening phenomenon as the number of cycles increases. In particular, one observes a stepping down of the loading curves while the unloading curves remain the same. In tests performed by the authors, it has been observed a partial recovery of the initial stiffness after a resting period. Indeed, this behaviour can be described as a long memory effect. We propose a viscoelastic model, coupling a non convex energy with a dissipation of viscous type. The model is in a good qualitative agreement with the experiments.

Mots clefs : mousse polymérique, localisation des déformations, énergie non convexe, dissipation visqueuse, mémoire à long terme.

1 Introduction

Au cours d'essais de chargements cycliques en compression uniaxiale, conduits sur des cylindres de mousse de polyuréthane, on peut observer deux phénomènes très intéressants: une localisation des déformations en bandes de déformation perpendiculaires à la direction de compression et une perte progressive de résistance à la charge augmentant avec le nombre de cycles.

Le phénomène de localisation des déformations est bien connu et de nombreux auteurs ont proposé des modèles pour l'expliquer [1, 4, 5, 9]. Le plus souvent, ces modèles se basent sur une approximation où les parois bordant la cellule sont représentés par des poutres et la localisation des déformations est expliquée par les instabilités de flambage. Par contre, dans le modèle proposé par les auteurs en [15], les échantillons sont modélisés comme un milieu continu élastique et homogène avec une énergie de déformation à deux puits, et l'instabilité est interprétée comme un changement progressif de phase, selon le schéma bien connu développé par exemple dans [16]. Avec une identification convenable des paramètres constitutifs du modèle, on a obtenu un bon accord entre la simulation et les résultats expérimentaux

Toutefois ce modèle purement élastique n'est pas capable de décrire complètement la réponse des mousses polymériques lorsqu'elles sont soumises à une compression cyclique.

En effet, il ne peut pas décrire :

[1] la dépendance de la réponse à la vitesse de chargement,

[2] la perte progressive de résistance à la charge augmentant avec le nombre de cycles,

[3] l'effet de mémoire, qui consiste en un recouvrement de la résistance initiale après une phase de repos.

La dépendance de la réponse à la vitesse de chargement est une caractéristique des matériaux visqueux.

Le deuxième phénomène est semblable à ce que l'on observe pour les élastomères chargés en traction, qui est appelé '*effet Mullins*' dans la littérature. Dans le modèle de Mullins et Tobin [14], la perte de résistance est attribuée à la rupture des liaisons entre la matrice polymérique et les particules de carbone. En se basant sur cette idée, beaucoup de modèles, qui décrivent

macroscopiquement la rupture des liaisons avec une variable d'endommagement, ont été proposés [2, 3, 10, 12].
Pour les mousses polymériques, le recouvrement de la résistance à la charge avec le temps suggère qu'un effet de mémoire à long terme soit apte à décrire le comportement cyclique.
Dans cette communication, on propose un modèle viscoélastique fondé sur la coexistence d'une énergie élastique non convexe et d'une dissipation de type visqueux. Les essais expérimentaux montrent une bonne correspondance entre le modèle et le comportement observé.

2 Les essais expérimentaux

On a effectué des essais en compression sur des échantillons (dimensions 100 x 100 x 50 mm) de mousse de polyuréthane à cellules ouvertes, de qualité commerciale, en utilisant une machine d'essais INSTRON 4467, avec un capteur de force de 500 N. On a posé une précharge de 2-3 N pour garantir un bon contact entre l'échantillon et le plateau supérieur de la machine d'essais. Tous les essais ont été effectués en déplacement contrôlé.

2.1 Compression cyclique et localisation des déformations

On a effectué des essais en compression cyclique, sur trois échantillons différents, en imposant une vitesse de la traverse mobile de 5 mm/min. A la charge, le sens du mouvement de la traverse est inversé lorsque l'on atteint un déplacement de 35 mm et, à la décharge, lorsque la force est nulle. L'essai est arrêté après sept cycles de charge et décharge. Les courbes moyennes force-élongation sont montrées sur la figure 2a. Sur cette figure et sur les suivantes, le terme 'stress' indique la force divisée par l'aire initiale, et le terme 'déformation' indique le rapport entre le déplacement de la traverse mobile et l'épaisseur de l'échantillon.

La courbe de réponse à la charge est composée de deux branches ascendantes divisées par un long plateau. Comme évoqué dans la littérature [1, 17], durant la phase de plateau, on observe une localisation des déformations en bandes perpendiculaires à la direction de la compression, cf. figure 1. Ce phénomène est dû à la présence de vides, qui provoquent l'écrasement progressif des cellules.

Lorsque le nombre de cycles augmente, on observe une perte progressive de résistance à la charge alors que celle-ci reste la même pendant les phases de décharge. Cette perte est importante en passant du premier au deuxième cycle, et elle devient faible après 4 ou 6 cycles [5].

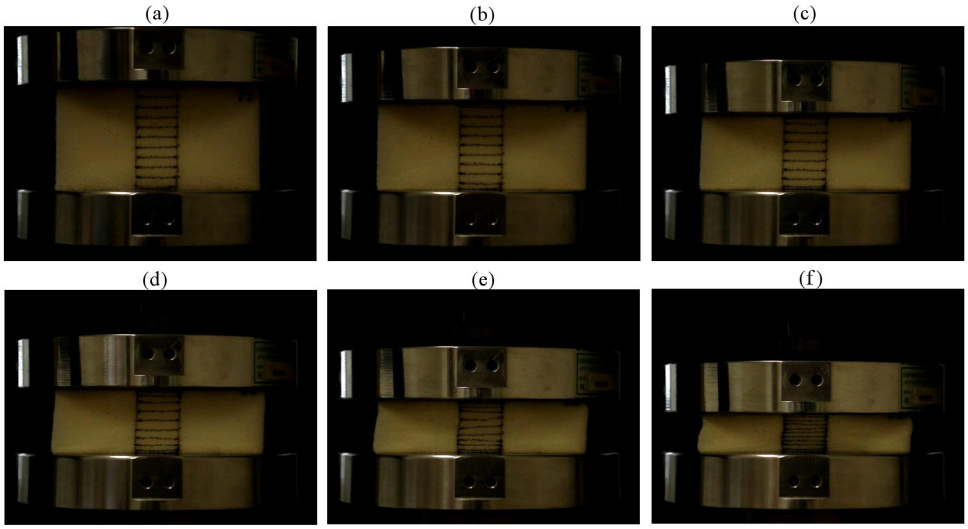

FIG. 1 Localisation des déformations

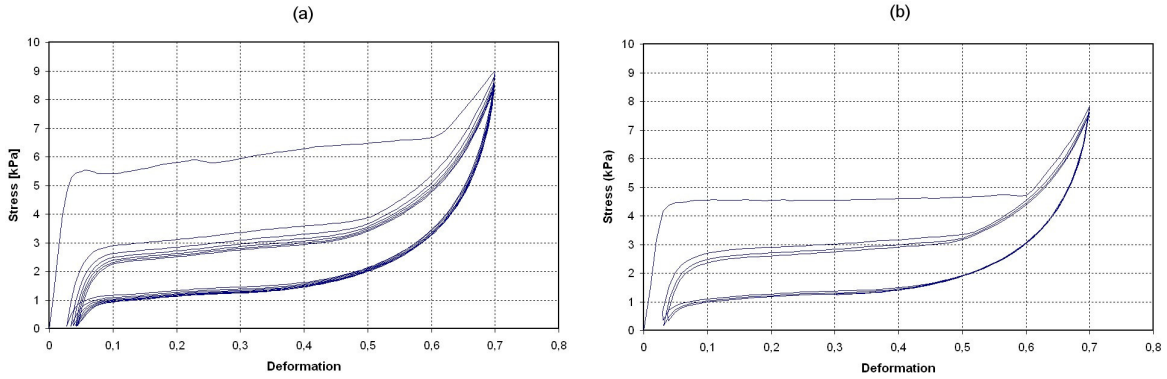

FIG. 2 Courbes expérimentales en compression cyclique sur échantillons vierges (a) et après une phase de repos de 33 jours (b)

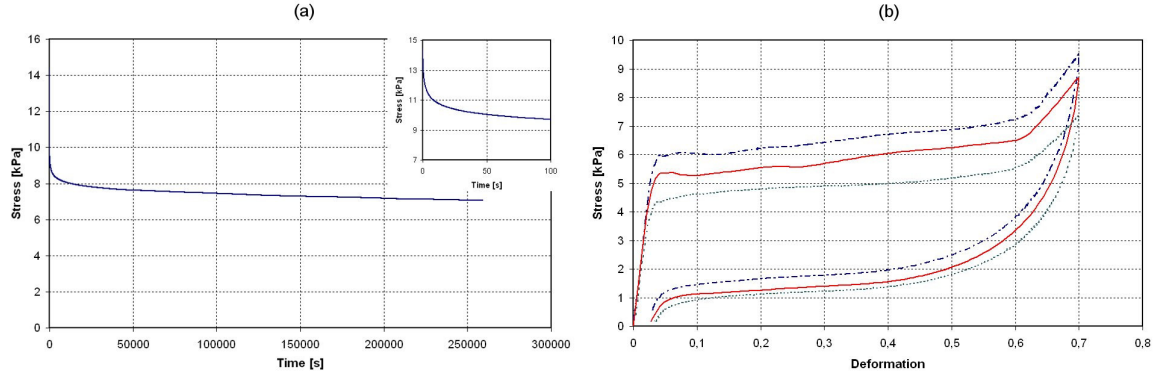

FIG. 3 (a) Courbe de relaxation. (b) Courbes force-élongation aux différentes vitesses, 0.1 mm/min (ligne pointillée) 5 mm/min (ligne pleine) et 100 mm/min (ligne tiretée)

Ce comportement ressemble au phénomène de « softening », connu comme effet Mullins, qui peut être observé pour les élastomères chargés lors d'essais en traction [13].

Pour comprendre l'influence des propriétés visqueuses sur ce comportement cyclique, on a effectué à nouveau les essais de compression cyclique sur les mêmes échantillons après une phase de repos de 33 jours. Les courbes de réponse sont montrées sur la figure 2b. On observe un recouvrement partiel de la résistance à la charge. Ceci confirme la bien fondé de la prise en compte de la viscosité.

2.4 Essais de relaxation et essais en compression à différentes vitesses

On a effectué des essais de relaxation de 72 heures sur trois échantillons différents, en imposant un déplacement de 35 mm avec une vitesse de la traverse de 250 mm/min. La force a été mesurée avec un intervalle d'échantillonnage d'une minute. La courbe moyenne est montrée sur la figure 3a On observe une relaxation très rapide suivie d'une autre très lente, qui n'est pas encore terminée après trois jours.

On a effectué des essais en compression cyclique avec différentes vitesses de la traverse mobile, 0.1, 5, et 100 mm/min. Pour chaque vitesse, trois échantillons ont été testés ; les courbes moyennes sont montrées sur la figure 3b. On observe une dépendance de la réponse à la vitesse de chargement. L'influence de la vitesse est plus importante à la charge, où on observe une translation vers le haut du palier.

3 Le modèle rhéologique

3.1 La chaîne de ressorts

Dans cette section, on décrit brièvement le modèle purement élastique, introduit en [15], où la mousse est représentée par une chaîne de ressorts, avec une énergie de déformation non convexe, et la localisation des déformations est décrite comme un changement de phase progressif.

On suppose que la mousse est composée de couches de cellules, on représente chaque couche par un ressort non linéaire (figures 4a et 4b). De plus, on suppose que tous les ressorts ont la même énergie de déformation non convexe w, figure 4c. La courbe de réponse de chaque ressort est composée de deux branches

ascendantes reliées par une branche descendante, figure 4d. On prend en compte le cas où une élongation totale de la chaîne ε_0 est imposée. Cette condition au bord se traduit par la relation suivante:

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i = N\varepsilon_0 \qquad , \tag{1}$$

où ε_i désigne l'élongation du *i-éme* ressort.

L'énergie totale du système est la somme des énergies de déformation de chaque ressort. La condition d'équilibre, obtenue par l'annulation de la dérivée première de l'énergie totale, impose que la force de rappel de tous les ressorts soit la même. De plus, on peut montrer [16] que si l'on considère un nombre assez grand de ressorts, la condition de minimum de l'énergie totale impose que les élongations des ressorts soient dans l'une des deux branches ascendantes. Nous dirons que le ressort est en phase A si son élongation est dans la première branche ascendante et en phase B si celle-ci est dans la seconde branche ascendante. Toute configuration d'équilibre stable est caractérisée par m ressorts en phase A, et $n-m$ ressorts en phase B, avec m entre 0 et n. Pour comprendre la réponse de la chaîne de ressorts, on regarde la figure 5 où les chemins d'équilibre stable pour un système de quatre ressorts sont montrés. Lorsque le système est chargé à partir de la configuration initiale, la réponse suit la première branche ascendante jusqu'à ce que σ atteigne la valeur σ_{max}. En ce point, si l'on augmente l'élongation totale de la chaîne, le système saute à la branche d'équilibre stable la plus proche correspondant à la configuration avec un ressort en phase B et trois ressorts en phase A. Le système suit cette branche jusqu'à son extrémité, puis il « saute » à la configuration avec deux ressorts en phase B. Donc on a un changement progressif de phase des ressorts. Lorsque tous les ressorts ont changé de phase, le système suit la seconde branche ascendante, qui correspond à la configuration avec tous les ressorts en phase B. A la décharge, le comportement est analogue mais la réponse oscille autour de la valeur σ_{min}. Si on augmente le nombre de ressorts, le nombre de branches bi-phase augmente, et l'amplitude des sauts décroît (figure 5b)

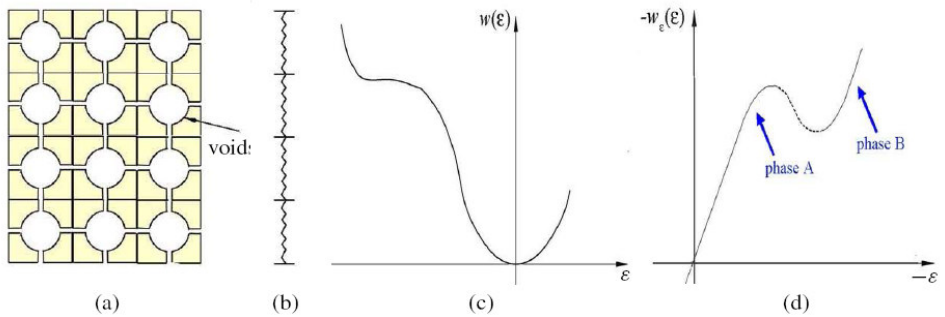

FIG. 4 Représentation de couches de cellules (a) comme une chaîne de ressorts (b) avec énergie de déformation non convexe (c). (d) Courbe de réponse de chaque ressort.

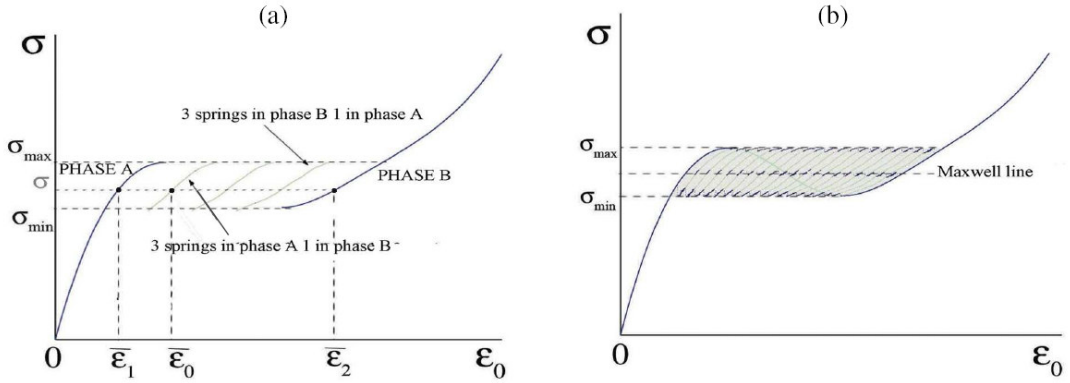

FIG. 5 Courbe de réponse d'une chaîne de 4 ressorts (a) et de 20 ressorts (b)

3.2 L'amortisseur

On considère un amortisseur avec une loi de comportement viscoélastique linéaire de type Boltzmann-Volterra,

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^{t} G(t-s)\dot{\varepsilon}(s)ds \,, \tag{2}$$

où G est la fonction de relaxation, t est le temps, et le point indique la dérivée temporelle. Si on prend en compte des histoires de chargement où $\varepsilon(s) = 0$ pour $s \leq 0$, la réponse de l'amortisseur peut être écrite

$$\sigma(t) = \int_{0}^{t} G(t-s)\dot{\varepsilon}(s)ds \ . \tag{3}$$

On suppose que la fonction de relaxation est une loi puissance,

$$G(t) = \frac{k}{\Gamma(1-\alpha)} t^{-\alpha} \ , \tag{4}$$

où Γ est la fonction spéciale gamma, k est une constante positive, et $0 < \alpha \leq 1$.
Un amortisseur avec une loi de comportement (2) et une fonction de relaxation de type (4) correspond à l'élément gouverné par la loi à dérivées fractionnaires, que Koeller a appelé 'spring-pot' [8],

$$\sigma(t) = k \frac{\partial^{\alpha}}{\partial t^{\alpha}} \varepsilon(t) \ . \tag{5}$$

Si $\alpha = 1$, la loi (5) se réduit à $\sigma = k\dot{\varepsilon}$. Pour les détails sur le calcul fractionnaire, on renvoie le lecteur à [6, 11]. Le calcul fractionnaire a été largement utilisé pour décrire le comportement de matériaux polymériques, qui montre une dépendance non linéaire à la vitesse de déformation, et une relaxation très lente [7].

3.3 Le modèle complet

Nous présentons le modèle complet, obtenu en associant en parallèle à chaque ressort à énergie non convexe un amortisseur du type de celui décrit dans le paragraphe précédent. Si on appelle ε_i l'élongation du *i-ème* élément et ε_0 l'élongation imposée, on a toujours la condition (1). De plus, la force transmise entre tous les éléments doit être la même. Cette force est la somme d'un terme élastique, dû aux ressorts, et d'un terme dissipatif dû aux amortisseurs,

$$\sigma(t) = w_{\varepsilon}(\varepsilon_i) + \int_{0}^{t} G(t-s)\dot{\varepsilon}_i(s)ds \,, \qquad i = 1, 2, \ldots, N \,. \tag{6}$$

Pour obtenir la réponse du système on doit adjoindre à la réponse des ressorts la contribution des amortisseurs. A l'équilibre, la réponse du système est celle de la chaîne de ressorts que l'on a décrite dans la section 3.2. On peut comprendre le comportement du système (du modèle complet) à l'aide de la figure 6, où l'on montre le comportement d'un système de 30 éléments pour différentes conditions de chargement : essais à différentes vitesses de chargement, figure. 6a, essais en compression cyclique sur échantillons vierges, figure 6b, et après une phase de repos de 72 heures, figure 6c. Les résultats montrent que le modèle proposé donne une bonne description qualitative des trois aspects du comportement des mousses polymériques décrits en introduction. En effet, le modèle montre

- une translation vers le haut de la courbe de réponse autant à la charge qu'à la décharge, si la vitesse de chargement augmente, figure 6a,
- une translation vers le bas de la courbe à la charge du deuxième cycle, figure. 6b,
- l'invariance de la courbe à la décharge par rapport au nombre de cycles, figure 6b,
- une déformation résiduelle après un essai de charge-décharge, figure6b,
- un recouvrement partiel de la résistance après une phase de repos de 72 heures, figure6c.

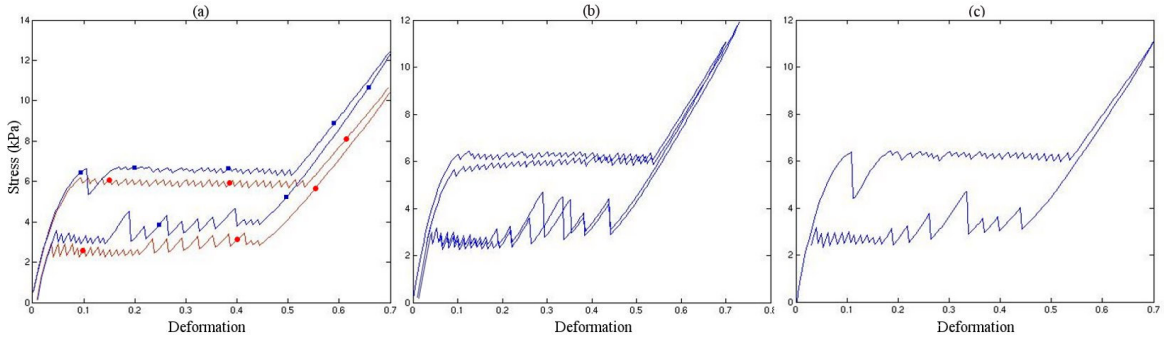

FIG. 6 (a) Courbes de réponse pour un système de 30 éléments : (a) deux essais à différente vitesse de chargement 5 mm/min (marqueurs ronds) et 100 mm/min (marqueurs carrés). (b) essai en compression cyclique sur échantillons vierges (b) et après une phase de repos de 72 heures (c).

Références

[1] S. G. Bardenhagen, A. D. Brydon, and J. E. Guilkey. Insight into the physics of foam densification via numerical simulation. J. Mech. Phys. Solids 53:597-617, 2005.

[2] M.F. Beatty, S. Krishnaswamy. A theory of stress-softening in incompressible isotropic materials. J. Mech. Phys. Solids 48, 1931–1965, 2000.

[3] A. Dorfmann, R. W. Ogden, A pseudo-elastic model for loading, partial unloading and reloading of particle-reinforced rubber. Int. J. Solids Struct. 40, 2699–2714, 2003.

[4] L. J. Gibson and M. F. Ashby. Cellular Solids: Structure and Properties. Cambridge University Press, second edition, 1997.

[5] L. Gong and S. Kyriakides. On the crushing stress of open cell foams. Journal of Applied Mechanics 73: 807-814, 2007.

[6] R. Gorenflo and F. Mainardi, Fractional calculus: integral and differential equations of fractional order. In: Fractals and fractional calculus in continuum mechanics, 223-276, A. Carpinteri and F. Mainardi eds, CISM Courses and Lectures, 378, Springer, Vienna, 1997.

[7] N. Heymans, J. C. Bauwens, Fractal Rheological Models and Fractional Differential Equations for Viscoelastic Behaviour, Rheologica Acta, 33, 210–219 1994.

[8] R. C. Koeller. Applications of Fractional Calculus to the Theory of Viscoelasticity, Journal of Applied Mechanics, 51 299–307, 1984.

[9] R. Lakes, P. Rosakis, and A. Ruina. Microbuckling instability in elastomeric cellular solids. J. Mater. Sci. 28:4667-4672, 1993.

[10] A, Lion, A constitutive model for carbon black filled rubber. Experimental investigations and mathematical representations. Continuum Mech. Thermodyn. 8, 153–169 1996.

[11] A. Lion. On the thermodynamics of fractional damping elements, Continuum Mech. Thermodyn. 9:83–96, 1997.

[12] C. Miehe, J. Keck, Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modelling and algorithmic implementation. J. Mech. Phys. Solids 48, 323–365, 2000.

[13] L. Mullins, Softening of rubber by deformation. Rubber Chem. Technol. 42, 339–362, 1969.

[14] L. Mullins, N.R. Tobin, Theoretical model for the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubbers. Rubber Chem. Technol. 30, 555–571, 1957.

[15] G. Pampolini and G. Del Piero. Strain localization in open-cell polyurethane foams: experiments and theoretical model. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 3:969-981, 2008.

[16] G. Puglisi and L. Truskinovsky. Mechanics of a discrete chain with bi-stable elements. J. Mech. Phys. Solids 48:1-27, 2000.

[17] Y. Wang and A.M. Cuitinho. Full-field measurements of heterogeneous deformation patterns on polymeric foams using digital image correlation. Int. J. Solids Struct. 39:3777-3796, 2002.