

**This document must be cited according to its final version
which is published in a conference proceeding as:
S. Flila¹, P. Dufour¹, H. Hammouri¹,
« Identification optimale en boucle fermée
pour les systèmes non linéaires»,
Actes de la Sixième IEEE Conférence Internationale Francophone
d'Automatique (CIFA), papier 18
Nancy, France, 2-4 juin 2010**

**All open archive documents of Pascal Dufour are available at:
<http://hal.archives-ouvertes.fr/DUFOUR-PASCAL-C-3926-2008>**

**The professional web page (Fr/En) of Pascal Dufour is:
<http://www.lagep.univ-lyon1.fr/signatures/dufour.pascal>**

**The professional web page (Fr/En) of Hassan Hammouri is:
<http://www.lagep.univ-lyon1.fr/signatures/hammouri.hassan>**

**The web page of this research group is:
<http://hal.archives-ouvertes.fr/SNLEP>**

1

Université de Lyon, Lyon, F-69003, France; Université Lyon 1;
CNRS UMR 5007 LAGEP (Laboratoire d'Automatique et de GENie des Procédés),
43 bd du 11 novembre, 69100 Villeurbanne, France
Tel +33 (0) 4 72 43 18 45 - Fax +33 (0) 4 72 43 16 99
<http://www-lagep.univ-lyon1.fr/> <http://www.univ-lyon1.fr> <http://www.cnrs.fr>

Identification optimale en boucle fermée pour les systèmes non linéaires

Saida Flila Pascal Dufour Hassan Hammouri
présenté par Mickael Rodrigues

Université de Lyon, France

Université Lyon 1

LAGEP UMR 5007 CNRS

Sixième Conférence Internationale Francophone
Automatique (CIFA), Nancy, 2010

Plan : introduction, méthode, cas d'étude, conclusions

- 3 besoins :
 - commande avancée : synthèse basée sur un modèle du procédé
 - modèle : identifier les paramètres [Ljung, 1999]
 - qualité des estimations de ces paramètres : fonction de la "richesse" des données entrée-sortie.
- Identification paramétrique repose sur des expérimentations sur le processus réel =
 - réglage de l'entrée de commande $u(t)$ du système = design d'expériences
 - traiter les données entrée sortie $y_p(t)$ pour l'extraction des valeurs des paramètres constants inconnus θ du modèle
 - ces 2 tâches sont en général découplées

- Pour simplifier : traitement du cas monovariable.
- $\frac{\partial y_p}{\partial \theta}(t)$ = sensibilité paramétrique de la sortie du procédé y_p par rapport au paramètre constant inconnu du modèle θ
- Si la norme (à choisir) d'une sensibilité $\frac{\partial y_p}{\partial \theta}(t)$ est "faible" ou nulle (à quantifier), alors :
 - 1. soit ce paramètre θ n'influence pas cette sortie $y_p(t)$
 - 2. soit la sortie $y_p(t)$ n'est pas bien choisie pour l'identification de θ
 - 3. soit le signal d'entrée $u(t)$ choisi n'excite pas suffisamment cette sensibilité paramétrique.

Hypothèse

Les 2 premiers points précédents sont validés.

- 2 idées principales :
 - 1/ ajuster, de façon optimale [Pronzato, 2008], en ligne et en boucle fermée l'amplitude de la commande
 - + 2/ estimer conjointement le paramètre constant inconnu du modèle du procédé
 - = loi de commande pour l'identification.
- Utiliser : les mesures entrée-sortie du procédé, un modèle dynamique
- En déduire : un observateur, un modèle de sensibilité
- Utiliser une approche de commande prédictive par modèle interne.
- Prendre en compte des contraintes d'exploitation (entrée, état, sortie) pendant l'identification.

- Avantages : très nombreux travaux dans ce domaine et +4000 applications dans le monde [Qin et Badgwell, 2003]
- Idée = insérer dans la boucle fermée, à chaque instant présent, des éléments prédictifs sur le futur.
- Permet :
 - optimisation d'un critère choisi
 - prise en compte de contraintes sur les mesures/estimées

- Discretisation du temps : $t = k \times T_e$ (k =instant présent)
- A chaque k , sur l'horizon de prédiction N_p : maximisation d'une norme de la sensibilité $\frac{\partial y_p}{\partial \theta}(j)$ (j =instant futur)
- Pendant l'utilisation du procédé, maintenir l'utilisation du procédé dans une zone de fonctionnement :
 - contraintes sur l'entrée (limitations physiques de l'actionneur) :

$$\begin{cases} u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} , \forall t \geq t_i \\ \Delta u_{min} \leq \frac{du(t)}{dt} \leq \Delta u_{max} , \forall t \geq t_i \end{cases} \quad (1)$$

- contraintes sur les états et/ou sortie (rester dans une certaine zone, sécurité, exploitation, ...):

$$c_i(x_p(t), y_p(t), u(t)) \leq 0, \forall t \geq t_i, \forall i \in I^{n_c} = \{1, \dots, n_c\} \quad (2)$$

Problème d'optimisation contraint pour l'identification est initialement :

$$(POCI_I) \left\{ \begin{array}{l} \max_{\tilde{u}} J(\tilde{u}) = \sum_{j=k+1}^{k+N_p} \left(\frac{\partial y_p}{\partial \theta}(j) \right)^2 \\ \tilde{u} = \{p_u(1), \dots, p_u(n_{pu})\} \\ u(j) = f_u(p_u(i), j, k) \quad i \in [1, n_{pu}] \\ \forall k > 0, \forall j \in [k, k + N_p - 1] : \\ \quad u_{min} \leq u(j) \leq u_{max} \\ \Delta u_{min} \leq \frac{u(j) - u(j-1)}{T_e} \leq \Delta u_{max} \\ \forall k > 0, \forall j \in [k + 1, k + N_p], \forall i \in I^{n_c} : \\ \quad c_i(x_p(j), y_p(j), u(j-1)) \leq 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

- Problème : formulation basée sur des signaux dans le futur j : $x_p, y_p, \frac{\partial y_p}{\partial \theta}$ et θ
 - Valeurs non disponibles à k dans le futur j .
 - Seule y_p est disponible à k .

Donc, non résolvable tel quel à k

- Afin d'obtenir un problème résolvable à chaque k , approcher ces signaux dans le futur j grâce :
 - aux mesures y_p et u et aux estimations à chaque k
 - intégration du modèle du procédé et du modèle couplé de sensibilité sur N_p
 - structure de commande par modèle interne

$$(M) \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), \alpha, \theta, u(t)), & t > t_i \\ y(t) = h(x(t), \alpha, \theta, u(t)), & t > t_i \\ x(t) = x^{t_i}, & t = t_i \end{cases} \quad (4)$$

- état $x \in \mathbb{R}^n$, entrée $u \in \mathbb{R}$ et la sortie $y \in \mathbb{R}$
- α : vecteur des paramètres du modèle à valeurs connues
- θ : le paramètre du modèle à valeur inconnue
- modèle dynamique non linéaire (ou non)

Hypothèse

Dans le système (4), f et h sont de classe C^1 .

Idée : θ est une nouvelle variable d'état à estimer.

Hypothèse

L'état $x_o = [\hat{x}_p \hat{\theta}]$ de l'observateur (O), constitué de l'état estimé du procédé \hat{x}_p augmenté de celui du paramètre estimé $\hat{\theta}$, est observable.

- Grâce à cette hypothèse et à la théorie des observateurs pour les systèmes non linéaires [Besançon, 2007], un observateur (O) est construit basé sur le modèle (M) et les mesures procédés y_p et u .
- (O) estime en ligne (à chaque k) les variables d'état non mesurées du procédé $\hat{x}_p(k)$ et le paramètre inconnu $\hat{\theta}(k)$.

Basé sur le modèle (M) et sur l'observateur (O), le modèle de sensibilité (M_θ) décrit :

$$(M_\theta) \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}_\theta(t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \theta}(t) = \dots \\ \dots f_\theta(\mathbf{x}_\theta(t), \mathbf{x}(t), \alpha, \hat{\theta}(t), u(t)), \quad t > t_i \\ y_\theta(t) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \theta}(t) = \dots \\ \dots h_\theta(\mathbf{x}_\theta(t), \mathbf{x}(t), \alpha, \hat{\theta}(t), u(t)), \quad t > t_i \\ \mathbf{x}_\theta(t) = \mathbf{x}_\theta^{t_i}, \quad t = t_i \end{array} \right. \quad (5)$$

- l'état $\mathbf{x}_\theta = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \theta} \in \mathbb{R}^n$: sensibilité de l'état du modèle (M) par rapport au paramètre θ ,
- la sortie $y_\theta = \frac{\partial y}{\partial \theta} \in \mathbb{R}$: sensibilité de la sortie du modèle (M) par rapport au paramètre θ .

- A k , en utilisant :
 - les mesures y_p et u et les estimations issues de (O)
 - les prédictions des 2 modèles (M) et (M_θ) sur N_p
- Approximation des signaux nécessaires dans le ($POCI_l$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall k \geq 0, \forall j \in [k+1, k+N_p] : \\ \mathbf{x}_p(j) = \mathbf{x}_m(j) + (\hat{\mathbf{x}}_p(k) - \mathbf{x}_m(k)) \\ y_p(j) = y_m(j) + (y_p(k) - y_m(k)) \\ \frac{\partial y_p}{\partial \theta}(j) = \frac{\partial y_m}{\partial \theta}(j) + \left(\frac{\partial y_p}{\partial \theta}(k) - \frac{\partial y_m}{\partial \theta}(k) \right), \\ \forall k \geq 0 : \\ \theta = \hat{\theta}(k), \end{array} \right. \quad (6)$$

Problème d'optimisation contraint pour l'identification basé sur le modèle non linéaire :

$$\begin{aligned}
 & \max_{\tilde{u}} J(\tilde{u}) \\
 & J(\tilde{u}) = \sum_{j=k+1}^{k+N_p} \left(\frac{\partial y_m}{\partial \theta}(j) + \left(\frac{\partial y_p}{\partial \theta}(k) - \frac{\partial y_m}{\partial \theta}(k) \right) \right)^2 \\
 & \tilde{u} = \{p_u(1), \dots, p_u(n_{pu})\} \\
 & u(j) = f_u(p_u(i), j, k) \quad i \in [1, n_{pu}] \\
 & \forall k > 0, \forall j \in [k, k + N_p - 1] : \\
 & \quad u_{min} \leq u(j) \leq u_{max} \\
 & \quad \Delta u_{min} \leq \frac{u(j) - u(j-1)}{T_e} \leq \Delta u_{max} \\
 & \forall k > 0, \forall j \in [k + 1, k + N_p], \forall i \in I^{nc} : \\
 & \quad c_i(x_m(j) + (\hat{x}_p(k) - x_m(k)), \dots \\
 & \quad \dots y_m(j) + (y_p(k) - y_m(k)), u(j - 1)) \leq 0 \\
 & \quad + \text{résolution en ligne de } (M), (M_\theta) \text{ et de } (O).
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Objectif :

- cas simple (procédé chimique de saponification),
- montrer de premiers résultats illustrant l'intérêt de l'approche (sans optimiser le jeu de paramètres de la commande).

Modèle :

$$(M) \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\theta_1 x_1^2(t) + \frac{u(t)}{\alpha_1} (\alpha_2 - x_1(t)), & t > 0 \\ y(t) = x_1(t), & t > 0 \\ x_1(t) = x_1^0, & t = 0 \end{cases} \quad (8)$$

- $x_1(t)$: concentration d'acétate d'éthyle dans le réacteur
- $u(t)$: débit d'alimentation en soude.
- Paramètres constants connus : volume constant du réacteur α_1 , concentration d'entrée α_2
- Paramètre inconnu : constante de vitesse de réaction θ_1

Basé sur [Gauthier et al., 1992], l'état augmenté

$x_o = [x_{o1} \ x_{o2}]^T$ permet d'estimer $[\hat{x}_p \ \hat{\theta}_1]^T$:

$$(O) \begin{cases} \dot{x}_o(t) = A_o(y_p(t))x_o(t) + B_o(u(t)) - \dots \\ \dots S_o^{-1}C^T(Cx_o(t) - y_p(t)), \ t > 0 \\ \dot{S}_o(t) = -\gamma_o S_o(t) + A_o^T(y_p(t))S_o(t) \dots \\ \dots - S_o(t)A_o(y_p(t)) + C^T C, \ t > 0 \end{cases} \quad (9)$$

où γ_o est le paramètre de réglage de cet observateur et où :

$$\begin{cases} A_o(y_p(t)) = \begin{pmatrix} 0 & -y_p^2(t) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ B_o(u(t)) = \begin{pmatrix} \frac{u(t)}{\alpha_1}(\alpha_2 - y_p(t)) \\ 0 \end{pmatrix} \\ C = [1 \ 0] \\ S_o : \text{matrice symétrique définie positive.} \end{cases} \quad (10)$$

Le modèle de sensibilité (M_θ) s'écrit, basé sur (8) et sur (5), où l'état est $\mathbf{x}_\theta = \mathbf{x}_{\theta 1}$:

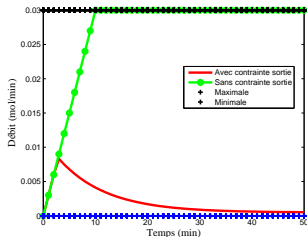
$$(M_\theta) \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{\theta 1}(t) = -(2\mathbf{x}_1(t)\mathbf{x}_{0 2}(t) + \frac{u(t)}{\alpha_1})\mathbf{x}_{\theta 1}(t) - \mathbf{x}_1^2(t), & t > 0 \\ y_\theta(t) = y_{\theta 1}(t) = \mathbf{x}_{\theta 1}(t), & t > 0 \\ \mathbf{x}_{\theta 1}(t) = \mathbf{0}, & t = 0 \end{cases} \quad (11)$$

- On cherche à maximiser la sensibilité de la concentration d'acétate d'éthyle y_p par rapport à la vitesse de réaction θ_1 .
- Deux cas ont été simulés dans les conditions suivantes :
 - Cas 1 (vert) :
 - contraintes d'amplitude et de vitesse sur la commande,
 - la sortie a une évolution libre.
 - Cas 2 (rouge) :
 - contraintes d'amplitude et de vitesse sur la commande
 - la sortie doit désormais rester en dessous d'un maximum autorisé (contrainte d'exploitation).
- Ces 2 cas permettent d'évaluer le cadre général de l'algorithme d'optimisation sous contraintes d'entrée/sortie proposée.

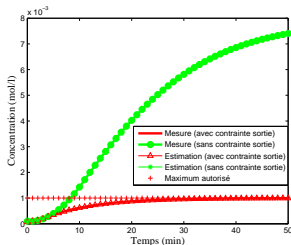
Cas d'étude

Résultats numériques (1)

- Cas 1 (vert) : commande est saturée soit en amplitude, soit en vitesse.
- Cas 2 (rouge) : après avoir suivi pendant les 3 premières minutes le même comportement que dans le cas 1, la commande a une autre allure = prise en compte de la contrainte sortie qui arrive progressivement à saturation (à partir de 30 minutes).



Commande

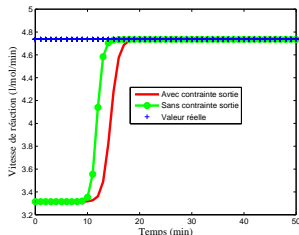


Sortie

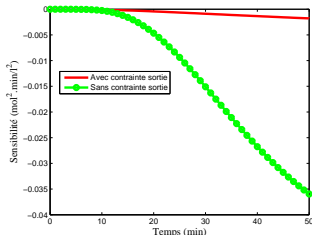
Cas d'étude

Résultats numériques (2)

- Dans les 2 cas, l'estimation du paramètre constant inconnu est faite, et ce malgré une erreur initiale d'estimation de 30% .
- Du fait de la contrainte sortie, la convergence se fait différemment dans les deux cas (cas 2 rouge : plus lent). Le cas 2 permet en plus de garantir un fonctionnement contraint désiré du réacteur pendant l'identification.



Estimation du paramètre



Sensibilité

Conclusion et perspectives

- Approche générique permettant, en ligne :
 - d'automatiser le design d'expérience optimale couplé à l'identification paramétrique.
 - = conjointement de déterminer en ligne la commande optimale à appliquer et d'identifier le paramètre inconnu.
- Hypothèses structurelles ont un sens physique :
 - 1/ pour la formulation initiale du problème
 - 2/ modèle (fonctions C^1)
 - 3/ design de l'observateur (hyp. la plus forte)
- Problème d'optimisation résolvable par n'importe quel algorithme de commande prédictive (cf. ODOE4OPE.univ-lyon1.fr)
- Perspectives : classes de modèles particuliers, cas multivariable, systèmes non uniformément observables, applications, ...