



**HAL**  
open science

## De nouveaux descripteurs de Fourier géométriques pour l'analyse d'images couleur

José Mennesson, Christophe Saint-Jean, Laurent Mascarilla

► **To cite this version:**

José Mennesson, Christophe Saint-Jean, Laurent Mascarilla. De nouveaux descripteurs de Fourier géométriques pour l'analyse d'images couleur. *Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle*, Jan 2010, Caen, France. pp.599-606. hal-00453473

**HAL Id: hal-00453473**

**<https://hal.science/hal-00453473>**

Submitted on 4 Feb 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# De nouveaux descripteurs de Fourier géométriques pour l'analyse d'images couleur

José Mennesson

Christophe Saint-Jean

Laurent Mascarilla

Laboratoire MIA  
 Université de La Rochelle  
 Avenue Michel Crépeau  
 17042 La Rochelle cedex 1

{jose.mennesson,christophe.saint-jean,laurent.mascarilla}@univ-lr.fr

## Résumé

Cet article s'appuie sur deux développements récents de méthodes bien référencées :

- Une transformée de Fourier pour les images couleur construite dans le cadre des algèbres géométriques [1].
- Des descripteurs de Fourier dits généralisés définis à partir de représentations du groupe des déplacements du plan [15].

Le but est de proposer de nouveaux descripteurs de Fourier couleur paramétrés par un bivecteur qui joue le rôle de plan d'analyse dans un espace colorimétrique. Nous discutons de la pertinence de ces descripteurs sur les bases COIL-100 et color FERET en les comparant entre autres à l'approche marginale utilisée dans [15]. En particulier, nous étudions l'influence du choix du plan d'analyse et en proposons une interprétation. Les descripteurs construits se révèlent être plus compacts et de complexité algorithmique moindre pour des meilleures performances de classification.

## Mots Clef

Descripteurs de Fourier couleur, algèbres géométriques.

## Abstract

*This article relies on two recent developments of well known methods :*

- *A color Fourier transform using geometric algebra [1].*
- *Generalized Fourier descriptors defined from the group of motions of the plan [15].*

*In this paper, new generalized color Fourier descriptors (GCFD) are proposed. They depend on the choice of a bivector  $B$  acting as an analysis plan in a colorimetric space. The relevance of proposed descriptors is discussed on several color image databases. In particular, the influence of parameter  $B$  is studied regarding the kind of images. It appears that descriptors are more compact with a lower complexity and better classification rate.*

## Keywords

Color Fourier descriptors, geometric algebra.

## 1 Introduction

A côté d'approches ad-hoc, la reconnaissance d'objets dans une base d'images s'appuie sur des méthodes de classification. Celles-ci prennent en entrée des vecteurs d'attributs, encore appelés descripteurs, choisis pour caractériser les objets d'intérêt identifiés par des imagerie. Les descripteurs couramment utilisés en analyse d'images en niveaux de gris sont construits pour être invariants sous l'action du groupe des similitudes. Parmi les plus classiques et plus anciens descripteurs vérifiant cette propriété, les sept invariants de Hu [7] sont les plus connus. Comme la majorité des mesures construites à partir des moments géométriques, ces descripteurs sont réputés sensibles au bruit et la reconstruction de l'image à partir de leur donnée est impossible. Plus récemment, les moments orthogonaux ont été mis en avant à cause d'une meilleure robustesse au bruit et d'une plus grande facilité à reconstruire l'image. Dans cette famille, on trouve les moments de Legendre et de Zernike [16, 17, 10]. D'autre part, des points d'intérêts comme ceux donnés par la méthode SIFT (*Scale-Invariant Feature Transform*) sont actuellement très utilisés car très efficaces [11].

A côté de ces approches opérant dans le domaine spatial, d'autres méthodes opérant dans le domaine fréquentiel ont été développées. Elles s'appuient essentiellement sur la transformée de Fourier. Nous nous plaçons dans ce cadre pour cet article. Il est clair que les coefficients d'une transformée de Fourier ne peuvent être utilisés tels quels car ils ne sont pas invariants par translation, rotation, ou changement d'échelle. Pour obtenir cette invariance deux familles de descripteurs dédiés aux images en niveaux de gris sont particulièrement cités dans la littérature : les «descripteurs de Fourier génériques» de D. Zhang et G. Lu [18] et les «descripteurs de Fourier généralisés» de F. Smach et al. [15]. Dans une approche voisine, citons les descripteurs

construits sur la transformée analytique de Fourier-Mellin [3] qui ne seront pas étudiés ici.

Les extensions à la couleur que l'on peut trouver dans la littérature consistent, le plus souvent, à traiter chaque plan colorimétrique, typiquement RGB, séparément puis à concaténer les descripteurs obtenus. Pour éviter ce traitement marginal de l'information couleur nous proposons d'extraire des descripteurs à partir d'une transformée de Fourier couleur développée dans notre équipe par Batard et al. [1] et dite «transformée de Fourier Clifford couleur».

Nous commencerons donc par introduire cette transformée couleur. Puis, nous nous intéresserons à l'extraction de descripteurs dits génériques et généralisés, invariants aux transformations usuelles en niveaux de gris. En s'appuyant sur ces travaux antérieurs, nous proposons de nouveaux descripteurs de Fourier couleur. Enfin, nous terminerons par une série d'expérimentations mettant en avant les qualités de nos descripteurs : compacité et efficacité relativement aux approches marginales.

## 2 Une transformée de Fourier Clifford pour les images couleur

La transformée de Fourier usuelle s'applique aux fonctions de  $L^2(\mathbb{R}^m; \mathbb{R} \text{ ou } \mathbb{C})$ . Sa restriction au cas bidimensionnel est définie à un facteur de normalisation près par

$$\hat{f}(u, v) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) e^{-i(ux+vy)} dx dy \quad (1)$$

où  $u, v$  sont les coordonnées de l'image dans le domaine fréquentiel.

Si l'on définit une image couleur comme une fonction de  $\mathbb{R}^2$  vers  $\mathbb{R}^3$ , on voit bien que la définition usuelle ne convient plus. Différents auteurs ont proposé de contourner ce problème en traitant les différents canaux de manière adhoc : par exemple en appliquant la transformée de Fourier marginalement (i.e. trois fonctions de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$ ) [15, 4] ou séparément sur la luminance (fonction de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  réelle) et de la chrominance (fonction de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{C}$ ) [4]. Intuitivement, ces travaux mettent en exergue la notion de direction d'analyse dans l'application aux images couleurs.

Dans un article récent, Batard et al. [1] ont proposé une définition de la transformée de Fourier pour les fonctions de  $L^2(\mathbb{R}^2; \mathbb{R}^n)$ , rigoureuse mathématiquement, qui clarifie entre autres les liens entre la transformée de Fourier et l'action du groupe des translations au travers du groupe des "spineurs". Ils ont montré que les précédentes généralisations aux images couleurs, c'est-à-dire la transformée hyper-complexe de Sangwine [4] et la transformée biquaternionique de Pei et al. [13], sont des cas particuliers de leur proposition. Plus précisément, la transformée hyper-complexe apparaît comme un cas particulier de la transformée de Fourier Clifford construite à partir des morphismes de  $\mathbb{R}^2$  dans  $Spin(3)$  et, de façon analogue, la transformée

biquaternionique apparaît comme un cas particulier de la transformée de Fourier Clifford construite à partir des morphismes de  $\mathbb{R}^2$  dans  $Spin(4)$ , le groupe  $Spin(4)$  étant isomorphe à  $Spin(3) \times Spin(3)$ . Ici, nous nous sommes limités aux descripteurs de Fourier associés à la transformée de Fourier Clifford construite à partir des morphismes de  $\mathbb{R}^2$  dans  $Spin(3)$  dont la définition dans le cas des images couleur (i.e.  $n=3$ ) est :

$$\widehat{f}_B(u, v) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{\frac{(ux+vy)}{2} I_4 B} e^{\frac{(ux+vy)}{2} B} f(x, y) e^{-\frac{(ux+vy)}{2} B} e^{-\frac{(ux+vy)}{2} I_4 B} dx dy \quad (2)$$

La direction d'analyse est paramétrée par un élément particulier  $B$  de l'algèbre géométrique  $\mathbb{R}_{4,0}$  d'un type appelé bivecteur. Par la suite, nous décrivons brièvement la construction mathématique amenant à l'équation (2) ce qui permet de guider l'utilisateur concernant le cadre applicatif.

Remarquons tout d'abord que dans l'équation (1), le terme  $f(x, y) e^{-i(ux+vy)}$  revient à effectuer une rotation dans le plan complexe de la valeur de la fonction  $f$  en  $(x, y)$ . L'angle de cette rotation, donné par  $(ux + vy)$ , dépend à la fois des coordonnées spatiales et fréquentielles. Mathématiquement, on parle de l'action du groupe  $S^1$  sur  $\mathbb{C}$  ou par identification l'action du groupe  $SO(2)$  sur  $\mathbb{R}^2$ . Lors de la généralisation aux images couleur, il convient de faire agir le groupe matriciel  $SO(3)$  sur  $\mathbb{R}^3$ . Cette action se révèle plus aisée à mettre en oeuvre en plongeant la fonction image dans l'algèbre de Clifford  $\mathbb{R}_{4,0}$ .

L'algèbre de Clifford  $\mathbb{R}_{4,0}$  est l'algèbre géométrique de l'espace vectoriel  $\mathbb{R}^4$  muni de la forme quadratique euclidienne sur laquelle on définit un produit appelé produit géométrique [6]. Cette algèbre contient à la fois des scalaires, des vecteurs, mais également des bivecteurs (resp. des trivecteurs) identifiables à des plans (resp. des volumes) orientés plus un élément particulier noté  $I_4$  appelé pseudo-scalaire.

L'image couleur est vue alors comme une fonction de  $\mathbb{R}^2$  à valeur dans  $\mathbb{R}_{4,0}^1$ , les vecteurs de  $\mathbb{R}_{4,0}$  :

$$(x, y) \rightarrow r(x, y)e_1 + g(x, y)e_2 + b(x, y)e_3 + 0e_4$$

Dans ce formalisme, la rotation d'angle  $\theta$  d'un vecteur  $v$  dans le plan engendré par le bivecteur  $B$  s'exprime de la façon suivante :

$$v \rightarrow e^{\frac{\theta}{2} B} v e^{-\frac{\theta}{2} B}$$

Sachant que le plan orthogonal à celui engendré par  $B$  est donné par  $I_4 B$ , l'équation (2) indique que les valeurs  $f(x, y)$  subissent deux rotations indépendantes de même angle. Ceci permet dès lors de décomposer  $f$  en la somme de sa projection  $f_{\parallel B}$  sur le plan engendré par  $B$  et de sa projection  $f_{\perp B}$  dans le plan engendré par  $I_4 B$ . L'équation

(2) peut alors se réécrire avantageusement sous la forme

$$\widehat{f}_B(u, v) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{\frac{(ux+vy)}{2} B} f_{\parallel B}(x, y) e^{-\frac{(ux+vy)}{2} B} dx dy + \int_{\mathbb{R}^2} e^{\frac{(ux+vy)}{2} I_4 B} f_{\perp B}(x, y) e^{-\frac{(ux+vy)}{2} I_4 B} dx dy \quad (3)$$

En identifiant les plans engendrés par  $B$  et  $I_4 B$  au plan complexe, il en résulte que cette transformée de Fourier pour les images couleur peut-être efficacement implémentée en sommant deux transformées de Fourier rapides usuelles :

$$\widehat{f}_B = \widehat{f}_{\parallel B} + \widehat{f}_{\perp B}$$

Le choix d'un bivecteur unitaire, paramètre de cette transformée, est l'un des principaux sujets discutés dans la partie expérimentation. Une transformée inverse, notée  $\widetilde{f}_B$ , existe bien évidemment [1].

**Remarque 1 :** Pour deux couleurs  $c_1, c_2$ , le bivecteur  $B$  peut être construit à partir du produit extérieur  $c_1 \wedge c_2$  ou  $c_1 \wedge e_4$ . Dans le premier (resp. second) cas, la fonction  $f_{\perp B}$  (resp.  $f_{\parallel B}$ ) est une fonction réelle.

**Remarque 2 :** Dans le cas d'une application utilisant un filtrage fréquentiel, il est possible de traiter différemment  $f_{\parallel B}$  et  $f_{\perp B}$ . La reconstruction partielle  $\widetilde{f}_B$  de  $f$  s'effectue de la façon suivante :

$$\widetilde{f}_B := \widetilde{M_1 f_{\parallel B}} + \widetilde{M_2 f_{\perp B}}$$

où  $M_1$  et  $M_2$  sont deux filtres fréquentiels.

### 3 Les descripteurs de Fourier

Nous rappelons, dans les deux paragraphes qui suivent, les définitions des descripteurs de Fourier en niveaux de gris que nous considérerons par la suite. Les premiers sont donnés à titre de référence et serviront à valider notre méthode lors de la phase de test, les seconds seront, de plus, utilisés pour construire nos propres descripteurs. Pour conclure cette partie, nous donnerons leurs extensions couleur.

#### 3.1 Les descripteurs de Fourier génériques

D. Zhang et G. Lu [18] ont contourné la difficulté à obtenir des descripteurs de Fourier invariants aux transformations usuelles en passant dans le domaine polaire. Ils ont alors mis au point deux transformées de Fourier polaire.

La première,  $PF_1$ , à été construite en passant l'image et la transformée de Fourier dans le domaine polaire :

Soit  $\widehat{F}$  la transformée de Fourier 2D discrète :

$$\widehat{F}(u, v) = \sum_0^{M-1} \sum_0^{N-1} f(x, y) \exp \left[ -2i\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right]$$

où  $M$  et  $N$  sont respectivement la largeur et la hauteur d'une image  $f$ .

Par changement de variable, la transformée suivante est obtenue :

$$PF_1(\rho_l, \Psi_m) = \sum_p \sum_q f(r_p, \theta_q) \cdot r_p \cdot \exp \left[ -2i\pi r_p \rho_l \sin(\theta_q + \Psi_m) \right]$$

où  $(r, \theta)$  (resp.  $(\rho, \Psi)$ ) sont les coordonnées polaires de l'image (resp. du spectre de Fourier).

La présence du  $\Psi_m$  dans le sinus n'ayant pas de sens physique, une seconde transformée polaire a été développée.

$PF_2$  est tout simplement la transformée de Fourier 2D discrète de l'image passée en coordonnées polaire, ce qui donne :

$$PF_2(\rho, \phi) = \sum_k \sum_l f(k, \theta_l) \exp \left[ 2i\pi \left( \frac{k}{R} \rho + \frac{2\pi l}{T} \phi \right) \right]$$

où  $0 \leq k < R$  et  $\theta_l = \frac{2l\pi}{T}$  avec  $0 \leq l < T$  ;  $0 \leq \rho < R$ ,  $0 \leq \phi < T$ .  $R$  et  $T$  sont respectivement la résolution radiale et la résolution angulaire dans le domaine des fréquences.

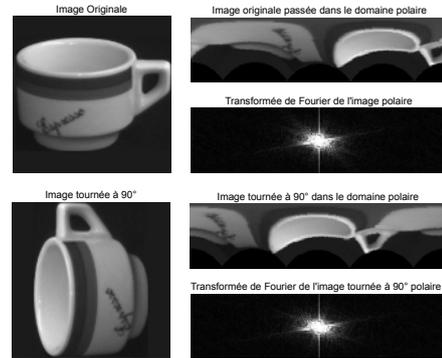


FIG. 1 – La transformée de Fourier Polaire

L'invariance en translation est obtenue en prenant le centre de gravité de l'objet comme origine de l'espace polaire ; puis, l'invariance en échelle et en rotation est vérifiée par l'ensemble des descripteurs réels [18] :

$$FD(f) = \left\{ \frac{|PF_2(0, 0)|}{aire}, \frac{|PF_2(0, 1)|}{|PF_2(0, 0)|}, \dots, \frac{|PF_2(m, n)|}{|PF_2(0, 0)|} \right\}$$

où *aire* est la surface du cercle englobant l'objet d'intérêt et  $m$  et  $n$  sont respectivement le nombre maximum de fréquences radiales et le nombre de fréquences angulaires sélectionnées. Cet ensemble est utilisé comme un vecteur d'attributs en entrée d'un classifieur, qui sera ici un SVM (voir paragraphe 4.2).

#### 3.2 Les descripteurs de Fourier généralisés

Les descripteurs de Fourier généralisés introduits par [15] sont construits à partir des actions de groupe et plus particulièrement du groupe des déplacements  $M_2$ . Le groupe  $M_2$  est constitué des translations et des rotations dans le plan. Deux types de descripteurs ont alors été

développés :

- les invariants de type "densité spectrale" :

$$I_1^r(f) = \int_0^{2\pi} |\widehat{f}(r, \theta)|^2 d\theta$$

- les invariants de type "décalage de phase" :

$$I^{\xi_1, \xi_2}(f) = \int_0^{2\pi} \widehat{f}(R_\theta(\xi_1 + \xi_2)) \overline{\widehat{f}(R_\theta(\xi_1))} \overline{\widehat{f}(R_\theta(\xi_2))} d\theta$$

où  $f$  est l'image,  $\widehat{f}(r, \theta)$  est la transformée de Fourier exprimée en coordonnées polaire dans le plan fréquence,  $\xi_1$  et  $\xi_2$  sont des variables du plan fréquence et  $R_\theta$  est une rotation d'angle  $\theta$ . Ces deux descripteurs généralisés sont beaucoup mieux justifiés théoriquement que les descripteurs génériques et ont retenu notre attention pour notre contribution. Toutefois, dans cet article, nous n'avons utilisé que les invariants spectraux  $I_1^r$  qui ne nécessitent qu'un seul paramètre  $r$ . En reprenant des notations similaires à celles utilisées pour les descripteurs génériques  $FD$ , un vecteur de descripteurs, à valeurs réelles se note :

$$GFD(f) = \left\{ I_1^0(f) = \widehat{f}(0, 0), \frac{I_1^1(f)}{I_1^0(f)}, \dots, \frac{I_1^m(f)}{I_1^0(f)} \right\}$$

où  $m$  est le nombre de coefficients calculés.

**Remarque :** notons des difficultés rencontrées pour le calcul pratique de  $I_1^r(f)$  et  $I^{\xi_1, \xi_2}(f)$ . En particulier, l'intégration sur un cercle nécessite d'interpoler les valeurs de la transformée de Fourier discrète. Ceci peut être fait en considérant que chaque cellule de la grille discrète du domaine de définition de la FFT a une valeur constante sur toute sa surface. La contribution d'une cellule intersectant le cercle à l'intégrale est alors égale à sa valeur pondérée par la longueur de l'arc dans cette cellule. Les détails de calcul se trouvent dans [15].

### 3.3 Descripteurs couleur

Pour utiliser l'information de couleur des objets, une des méthodes classiquement utilisée est le calcul de descripteurs sur chacun des trois plans couleur R, G, et B qui sont ensuite concaténés dans un unique vecteur (fig. 2). Cette approche a été appliquée avec succès avec les descripteurs de Fourier généralisés [15] et peut naturellement s'appliquer aux descripteurs génériques.

Cependant, ce traitement marginal de l'information colorimétrique produit une perte d'information que nous pouvons éviter en travaillant directement sur une transformée de Fourier couleur.

### 3.4 Contribution

Nous avons donc extrait des descripteurs de Fourier généralisés à partir de la transformée de Fourier Clifford définie plus haut (fig. 3).

En utilisant la décomposition de la transformée de Fourier pour les images couleur :

$$\widehat{f}_B = \widehat{f}_{\parallel B} + \widehat{f}_{\perp B},$$

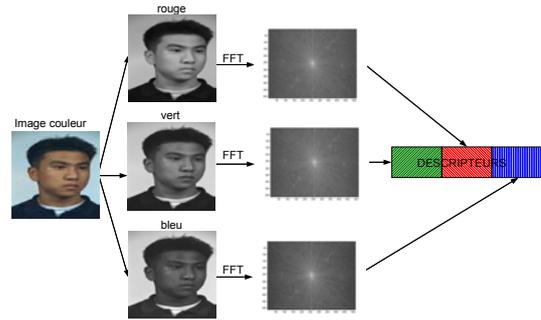


FIG. 2 – Extraction de descripteurs sur chaque plan colorimétrique

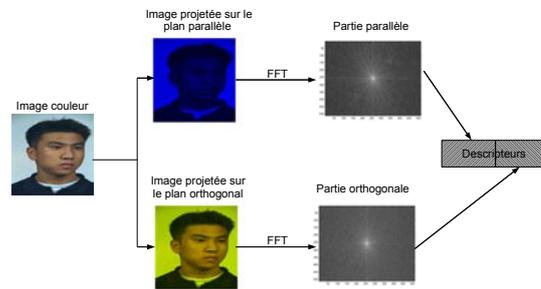


FIG. 3 – Extraction de descripteurs à partir de la transformée de Fourier-Clifford couleur

nous pouvons définir deux vecteurs de descripteurs  $GCFD_{\parallel B}$  et  $GCFD_{\perp B}$  correspondant respectivement aux deux transformées de Fourier. En reprenant les définitions précédentes pour  $f_{\parallel B}$  :

$$GCFD_{\parallel B}(f) = \left\{ I_{\parallel B}^0(f), \frac{I_{\parallel B}^1(f)}{I_{\parallel B}^0(f)}, \dots, \frac{I_{\parallel B}^m(f)}{I_{\parallel B}^0(f)} \right\}$$

où  $I_{\parallel B}^r(f) = \int_0^{2\pi} |\widehat{f}_{\parallel B}(r, \theta)|^2 d\theta$  et  $m$  est le nombre de descripteurs calculés. On définit de même  $GCFD_{\perp B}$  avec  $\widehat{f}_{\perp B}$ . Finalement, on obtient un vecteur de descripteur de taille  $2 \times m$  :

$$GCFD_B(f) = \{GCFD_{\parallel B}(f), GCFD_{\perp B}(f)\}$$

## 4 Expérimentations

Nous avons mené des expérimentations sur les bases COIL-100 [12] et color FERET [14] afin d'évaluer comparativement la pertinence des descripteurs proposés. La méthodologie, décrite par la suite, se base essentiellement sur le taux de reconnaissance d'un classifieur commun pour

chaque type de descripteurs. La complexité de calcul ainsi que la taille des descripteurs seront discutés.

#### 4.1 Les bases de données COIL-100 et color FERET

La base COIL-100 regroupe 7200 photos couleur de taille 128 par 128 de 100 objets naturels ou manufacturés. Chaque objet a été photographié sur un fond uniforme noir, selon 72 angles différents et avec parfois un léger changement de position. Il est à noter que ces images sont en général peu diverses chromatiquement et homogènes (voir figure 4). Cette base, utilisée dans des travaux



FIG. 4 – Les 100 objets de COIL-100 (à gauche) - une image de la base (à droite)

similaires [15], peut-être qualifiée de "facile".

La base color FERET contient les photos d'identité de 1408 personnes prises sous différents angles. Nous avons sélectionné un sous-ensemble de 3435 images contenant 200 personnes représentées inégalement (entre 8 et 66). La taille des images a été réduite à 512 par 512 pixels. Nous



FIG. 5 – Quelques images de la base color FERET

verrons par la suite que cette base semble plus difficile que la première.

#### 4.2 Méthodologie

**Taille des descripteurs.** Pour la base COIL-100, le nombre de descripteurs généralisés  $GFD$  est de 64. Dans un but de comparaison, le même nombre de descripteurs

(correspondants aux basses fréquences) est retenu pour les descripteurs génériques  $FD$ .

Pour l'approche couleur marginale basée sur ces deux familles de descripteurs, nous avons 64 coefficients par calcul de  $GFD$  et  $FD$  sur chacun des plans couleur (rouge, vert et bleu) ce qui nous donne par concaténation 192 descripteurs.

Nous avons vu précédemment que la transformée de Fourier Clifford couleur pouvait se calculer à partir de deux transformées de Fourier classiques. Pour  $GCFD$ , on aura donc  $64 \times 2 = 128$  descripteurs correspondant respectivement aux descripteurs de la partie parallèle et de la partie orthogonale.

Pour la base color FERET, les images sont de taille  $512 \times 512$ , ce qui fait un total de 256 coefficients calculables par plan couleur pour  $GFD$ . Afin de conserver une taille comparable de descripteurs et réduire la redondance d'information, on diminue ce nombre à 64 par l'intermédiaire d'une analyse en composantes principales canonique [9].

En résumé, quelle que soit la base d'images, les descripteurs couleur dans les trois approches comparées sont :

- $64 \times 3$  pour les descripteurs de Fourier générique ( $FD$ ) et généralisé ( $GFD$ ) marginaux,
- $64 \times 2$  pour les descripteurs de Fourier généralisés couleur avec 1 bivecteur ( $GCFD$ )
- $64 \times 6$  pour les descripteurs de Fourier généralisés couleur avec 3 bivecteurs ( $GCFD$ )

**Classification.** La classification est réalisée par la méthode SVM (Support Vector Machine) développé dans la librairie LIBSVM [2]. Les paramètres retenus sont  $\sigma = 0, 1$  (noyau gaussien) et  $C = 97$ . Ceux-ci ont été choisis pour reproduire les résultats obtenus par Smach *et al.* [15] sur la base COIL-100. Un meilleur jeu de paramétrage est certainement possible. Pour valider cette étape de décision, nous avons utilisé une 10-validation croisée [8]. Par ailleurs, nous avons utilisé un algorithme de sélection de variables de type SFFS [8] (Sequential Floating Forward Selection) pour sélectionner un ensemble de bivecteurs permettant de maximiser le taux de reconnaissance.

#### 4.3 Résultats

Nous avons retenu dans nos expérimentations les descripteurs calculés à partir de bivecteurs unitaires de la forme  $B = c \wedge e_4$ , où  $c$  est une couleur à fixer et  $\wedge$  le produit extérieur dans l'algèbre de Clifford  $\mathbb{R}_{4,0}$ .

Nous avons alors comparé les résultats pour les bivecteurs :  $B_r = \text{rouge} \wedge e_4$ ,  $B_v = \text{vert} \wedge e_4$ ,  $B_b = \text{bleu} \wedge e_4$  qui correspondent à la méthode marginale, et  $B_\mu = \mu \wedge e_4$ , où  $\mu$  symbolise le niveau de gris. En dehors de ces choix évidents, nous avons parcouru l'espace des couleurs par des bivecteurs de la forme :  $B_{rand} = c_{rand} \wedge e_4$  où  $c_{rand}$  est une couleur sélectionnée aléatoirement par tirage uniforme dans le cube RGB.

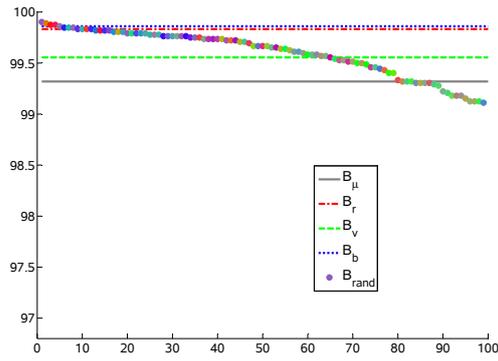
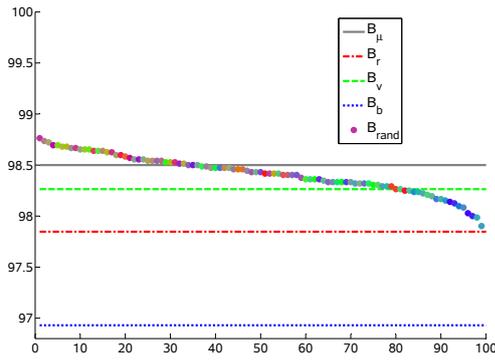


FIG. 6 – COIL-100 : Taux de reconnaissance pour  $GCFD_{\parallel B}$  (à gauche) et  $GCFD_B$  (à droite) avec différentes valeurs de  $B$ .

Les taux de reconnaissance sur la base COIL-100 sont présentés sur la figure 6. En considérant la partie parallèle seulement, on peut remarquer que le canal vert donne un meilleur taux de reconnaissance parmi les trois plans couleur mais reste inférieur à celui donné par  $\mu \wedge e_4$ . De plus, en choisissant un vecteur couleur aléatoire, on améliore quasi-systématiquement (dans 81% des cas) le taux de reconnaissance de la meilleure des marginales ( $vert \wedge e_4$ ). Pour mémoire, [5] cite un taux de reconnaissance de 98.99% sur cette même base avec les descripteurs SIFT (dimension 128) sur des images en niveaux de gris. En considérant les parties parallèle et orthogonale, on double la taille des descripteurs et les taux de reconnaissance sont toujours supérieurs à ceux calculés en utilisant la partie parallèle uniquement. Précisons que pour  $\mu \wedge e_4$ , la partie orthogonale est égale au plan de chrominance. Par ailleurs, il est important de remarquer qu’il n’existe que peu de bivecteurs choisis aléatoirement qui améliorent le résultat obtenu par les deux meilleures marginales (rouge et bleu). Ceci permet de conclure à une certaine robustesse au choix de  $B$ .

Afin de conforter cette hypothèse, nous avons effectué une nouvelle expérimentation en choisissant 100 nouveaux bivecteurs, notés  $B_h$ , dans l’espace HSV par valeur croissante de teinte ( $H \in [0, 1]$ ) et pour  $S=V=1$ . La figure 7 ne laisse pas apparaître de différences significatives ( $\pm 0.2\%$ ) suivant la teinte sélectionnée. Sur cette même figure, nous avons ajouté les résultats pour le cas où les descripteurs sont issus des parties parallèle et orthogonale de trois bivecteurs. Dans le cas rouge+vert+bleu, le taux de reconnaissance est très satisfaisant (99.88%) mais ne dépasse pas le meilleur résultat obtenu avec un bivecteur. La meilleure performance absolue (99.99% soit 1 seule image erronée) a été donnée par la sélection de 3 bivecteurs parmi 100 aléatoires avec la méthode SFFS. Il est vrai que dans ce cas, les descripteurs sont au nombre de 384.

La figure 8 reprend l’ensemble des expérimentations pour différents choix de 3 bivecteurs. Les 100 taux de reconnaissance pour 3 bivecteurs choisis aléatoirement ont été triés

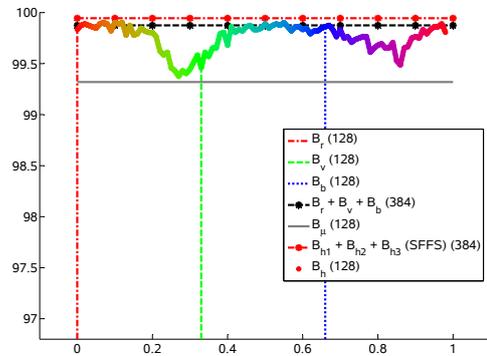


FIG. 7 – COIL-100 : Taux de reconnaissance pour  $GCFD$  avec différentes valeurs de  $B_h$ , puis avec 3 bivecteurs (cas marginal et par SFFS)

par ordre décroissant.

Concernant la base color FERET, nous avons reproduit à l’identique les expérimentations précédentes. Toutefois, nous rapportons les seuls résultats numériques dans le tableau 1 tant l’allure des graphiques obtenus étaient similaires à ceux obtenus pour COIL-100. Dans l’absolu, ces résultats ne sont pas compétitifs à ceux que l’on pourrait obtenir avec des descripteurs locaux de type SIFT. On observe néanmoins, qu’une fois de plus, l’information fréquentielle contenue dans le plan orthogonal permet de gagner environ 15 à 20% de taux de bonne classification. De manière surprenante, ce n’est pas le cas pour  $B = \mu \wedge e_4$ . Plus généralement, on observe que l’ordre de classement du taux de reconnaissance pour  $GCFD_{\parallel}$  est inversement proportionnel à celui obtenu pour  $GCFD$  et les descripteurs  $FD$  sont meilleurs que  $GCFD_{\parallel}$  à taille comparable. Ceci laisse à penser qu’une amélioration de  $GCFD$  est possible en utilisant  $FD$  à la place de  $GFD$  dans les parties parallèle et orthogonale. Enfin, le meilleur taux de re-

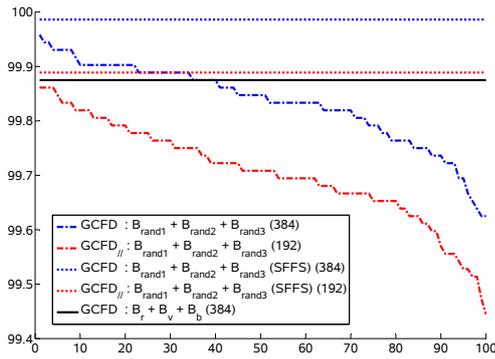


FIG. 8 – COIL-100 : Les taux de reconnaissance avec  $GCFD_{\parallel}$  et  $GCFD$  pour différents choix de 3 bivecteurs

Un bivecteur	$GCFD_{\parallel}$ (64)	$FD$ (64)	$GCFD$ (128)
$B_r$	61.31	73.56	82.94
$B_v$	66.12	74.88	79.01
$B_b$	65.85	75.46	81.31
$B_{\mu}$	65.12	72.90	61.16
$B_{rand}(\times 100)$	$65.03 \pm 0.85(67.16)$	N.D.	$81.16 \pm 4.03(86.73)$
3 bivecteurs	$GCFD_{\parallel}$ (192)	$FD$ (192)	$GCFD$ (384)
$B_r + B_v + B_b$	75.54	70.53	80.15
$B_1 + B_2 + B_3(SFFS)$	73.51	N.D.	84.98

TAB. 1 – color FERET : Taux de reconnaissance pour un ou trois bivecteurs avec  $GCFD_{\parallel}$ ,  $FD$  et  $GCFD$

connaissance (= 86.73%) étant obtenu pour une signature de taille 128, la réduction de dimension et le paramétrage du classifieur SVM doivent certainement être étudiés.

## 5 Conclusion et perspectives

Nous avons défini de nouveaux descripteurs de Fourier couleur ( $GCFD$ ) construits à la fois sur une transformée de Fourier Clifford couleur [1] et des descripteurs généralisés [15]. Les expérimentations menées sur deux bases d'images de référence montrent que dans sa version complète, c'est-à-dire constituée à partir de deux transformées de Fourier (partie parallèle et orthogonale), cette approche donne de meilleurs résultats que les approches marginales pour une taille de vecteur de descripteur diminuée d'un tiers. L'unique paramètre de notre méthode, à côté du choix de la taille du vecteur de descripteur fixée à  $64 \times 2$  dans cet article, est un bivecteur  $B$  définissant un plan d'analyse. Le choix de ce bivecteur apparaît peu sensible : un bon choix améliore les performances mais un mauvais ne les dégrade pas significativement et reste en tous cas meilleur que l'approche marginale. Au delà de ces résultats encourageants, la dernière manipulation, construite sur 3 bivecteurs sélectionnés par un SFFS, laisse à penser qu'il sera possible d'améliorer notre approche. La première piste utilise la transformée de Fourier Clifford générale [1] qui autorise un traitement différent pour la partie orthogonale et la partie parallèle. On peut par exemple imaginer un traitement différent des hautes ou des basses fréquences pour

chacune de ces deux parties. Une autre piste serait de définir une métrique adaptée qui permettrait de forcer l'orthogonalité de deux couleurs d'intérêt et donc de focaliser l'analyse sur le plan qu'elles définissent. Cela rajouterait un paramètre supplémentaire à la méthode. Enfin, l'utilisation des descripteurs génériques à la place des descripteurs généralisés devrait conduire à une amélioration significative de la qualité de la signature d'une image couleur. Ce travail est en cours.

## Références

- [1] Batard, T., Berthier, M., Saint-Jean, C., Clifford Fourier Transform for Color Image Processing, *In electronic proceedings of AGACSE'08*, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00332912/>, 2008.
- [2] Chang, C.-C., Lin, C.-J., LIBSVM : a library for support vector machines, *Software available at* <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>, 2001.
- [3] Derrode, S., Ghorbel, F., Robust and efficient Fourier-Mellin transform approximations for gray-level image reconstruction and complete invariant description, *Computer Vision and Image Understanding*, 83(1), p. 57-78, 2001.
- [4] Ell, T. A., Sangwine, S. J., Hypercomplex Fourier Transforms of Color Images, *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(1), p. 22-35, 2007.
- [5] Halawani, A., Tamimi, H., Retrieving Objects Using Local Integral Invariants. *ACM International Conference on Image and Video Retrieval*, p. 251-260, 2006.
- [6] Hestenes, D., Li, H., and Rockwood, A., New Algebraic Tools for Classical Geometry, *Geometric Computing with Clifford Algebras*, p. 3-26, 2001.
- [7] Hu, M.K., Visual Pattern Recognition by Moment Invariants, *IEEE Transactions on Information Theory*, 8(2), p. 179-187, 1962.
- [8] Jain, A. K., Murty, M. N., Flynn, P. J., Data Clustering : A Review, *ACM Computing Surveys*, 31(3), p. 264-323, 1999.
- [9] Lebart, L., Morineau, A., Piron, M., *Statistique exploratoire multidimensionnelle*. Dunod, 2000.
- [10] Liao, S., Pawlak M., On Image Analysis by Moments, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(3), p. 254-266, 1996.
- [11] Lowe, D. G., Object recognition from local scale-invariant features, *Proceedings of the International Conference on Computer Vision*, 2, pp. 1150-1157, 1999.
- [12] Nene, S.A., Nayar, S.K., Murase, H., Columbia Object Image Library (COIL-100), *Technical Report CUCS-006-96*, February 1996.
- [13] Pei, S.-C., Chang, J.-H., Ding, J.-J., Commutative Reduced Biquaternions and Their Fourier Transform

- for Signal and Image Processing Applications *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(7), p. 2012-2031, 2004.
- [14] Phillips, P.J., Wechsler, H., Huang, J., Rauss, P., The FERET database and evaluation procedure for face recognition algorithms, *Image and Vision Computing*, 16(5), p. 295-306, 1998.
- [15] Smach, F., Lemaître, C., Gauthier, J.P., Miteran, J., Atri, M., Generalized Fourier Descriptors with Applications to Objects Recognition in SVM Context, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 30(1), 43-71, 2008.
- [16] Teague, M. R., Image analysis via the general theory of moments, *Journal of the Optical Society of America*, 70(8), p. 920-930, 1979.
- [17] Teh, C.-H., Chin, R.T., On image analysis by the methods of moments, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(4), p. 496-513, 1988.
- [18] Zhang, D., Lu, G., Shape Based Image Retrieval Using Generic Fourier Descriptors, *Signal Processing : Image Communication*, 17(10),p. 825-848, 2002.