HAL
open science

Formation de bancs dans un lit endigué. Partie 1 : théorie

P. Ramez

To cite this version:

P. Ramez. Formation de bancs dans un lit endigué. Partie 1 : théorie. La Houille Blanche - Revue internationale de l'eau, 2005, 6, p. 20 - p. 28. 10.1051/lhb:200506001 . hal-00450975

HAL Id: hal-00450975

https://hal.science/hal-00450975

Submitted on 27 Jan 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Formation de bancs dans un lit endigué – Partie 1 : théorie

Bars formation in a channelized river – Part 1 : theory

Philippe Ramez

Cemagref, U.R. Hydrologie-Hydraulique, Lyon

Flood routing over a mobile bed within the dikes and the associated dynamic formation of bars increase the variability of flow features and bed forms. At the same time, the riffle-pool sequences accompanying the bar sequences increase the diversity of aquatic habitats and allows suitable in-stream ecological conditions. This paper deals with these morphological processes. It starts from laboratory experiments (JAEGGI 1984, HUNZINGER 1999) and proposes a simple method to define a dynamical equilibrium based on the pattern of the bars.

I ■ INTRODUCTION

La prise en compte du transport solide et des processus morphologiques associés est nécessaire pour l'aménagement des cours d'eau endigués à fond mobile. Dans certaines conditions, une instabilité à l'interface eau-sédiment apparaît entraînant spontanément la formation de bancs alternés ou multiples. Une analyse plus approfondie (NEWBURY 1995) montre que ces formations coïncident avec la mise en place de seuils et de mouilles dont l'alternance et la migration vers l'aval permettent un rajeunissement des bancs favorable à leur biodiversité.

Dans cet article, nous proposons une interprétation simplifiée de la mécanique des rivières endiguées reposant sur deux expériences fondamentales réalisées dans le laboratoire d'hydraulique de l'ETH à Zürich (Suisse) : l'une donne la profondeur du lit qui se creuse entre les bancs alternés (JAEGGI 1984), l'autre donne la longueur nécessaire pour que les bancs induits par un élargissement en milieu érodable puissent se développer effectivement (HUNZINGER 1999).

Après avoir défini les paramètres géométriques représentatifs de la dynamique des bancs alternés, nous mettons en évidence un rapport de forme critique βc qui minimise les énergies mises en jeu pendant ces processus et nous supposons que βc caractérise un développement harmonieux des formes.

Au-delà de cette valeur critique, nous admettons qu'une décomposition latérale apparaît conduisant à une démultiplication des trains d'onde générateurs de bancs. Nous généralisons les résultats précédents à chaque ordre de bifurcation et nous supposons que les bancs qui se forment cherchent à s'organiser en dépensant une énergie minimale. Nous en déduisons une application possible aux rivières endiguées à forte charge sédimentaire en définissant un équilibre dynamique.

Tokachi river **Toshibetsu river** **Satsunai river**

Figure 1 : Exemples de bancs entre digues (© 2003 CERI of HOKKAÏDO)

II ■ FORMATION ET ORGANISATION DES BANCS

● II.1 Définition des paramètres géométriques (cas des bancs alternés)

II.1.1 Généralités, vue en coupe, en long et en plan

Soit un lit rectangulaire à fond mobile, de largeur Δ et de profondeur P, endigué suivant la pente de la vallée I_v. Notons Q_M le débit à plein bord entre les digues et supposons que Q_M est très supérieur au débit seuil de mise en mouvement du substrat initialement plat. Dans ces conditions d'écoulement, le fond du lit se déforme spontanément selon un processus complexe où les courants liquides et le transport local de sédiment varient en interaction avec les modifications induites sur la topographie. Pendant ce processus, des zones de dépôt et d'érosion apparaissent et s'organisent sous la forme de séquences seuil-mouille imbriquées dans une succession de bancs alternés. Notons Λ la longueur d'onde de ces bancs, la longueur d'onde de l'alternance seuil-mouille associée sera Λ/2 (RICHARDS 1978). La figure 2 représente cette configuration géométrique (en plan et en long). La figure 3 schématise les zones de dépôt et d'érosion au droit d'un seuil et d'une mouille.

II.1.2 Simplifications, section équivalente

Les figures 2 et 3 montrent que les mécanismes mis en jeu pendant la formation et la déformation du petit lit sinueux entre les bancs (courants hélicoïdaux, accélérations, décélérations, érosions, dépôts) correspondent à une alternance des processus dans tous les plans : berge concave, berge convexe, bancs alternés, seuil, mouille. La figure 4 représente l'évolution du lit pendant le passage de Q_M avec une vision eulérienne en plan et une vision lagrangienne dans une section quelconque xx'. Nous admettons que l'alternance seuil-mouille, qui accompagne les bancs alternés, est conservée pendant leur transit et que la section représentative du lit en mouvement correspond plutôt aux « secteurs seuil », qui contrôlent effectivement la ligne d'eau. Un observateur placé en xx' verrait un balayage transversal du fond (dans un sens puis dans l'autre) en même temps qu'un mouvement vertical autour du niveau moyen à la profondeur P. Nous imposons la conservation de la masse des sédiments pendant ce remodelage du fond et nous notons : H et L la profondeur et la largeur moyennes du petit lit creusé entre les bancs ; εH l'épaisseur des bancs déposés (par rapport au niveau moyen). Nous définissons aussi la hauteur des digues encombrées par les bancs : Z = P - εH.

II.1.3 Relations entre les différents paramètres géométriques

Nous supposons que l'écoulement à plein bord entre les digues est proche du régime uniforme et que la loi de Manning-Strickler est applicable sur la pente I_v (figure 2).

Nous supposons aussi que le coefficient de Strickler K se conserve pendant la déformation de la section initiale rectangulaire vers la section composée équivalente au remodelage (figure 4). Cette hypothèse est justifiée si nous considérons que les formes choisies pour représenter la rivière sont le résultat d'un « lissage hydraulique » à l'échelle du tronçon, qui privilégie effectivement les sections de contrôle (régime fluvial). La conservation de K est alors intrinsèque au lissage (LOUIS 1996).

Dans ces conditions et pour le débit Q_M, nous pouvons appliquer la loi du régime uniforme dans la section initiale (section simple représentée par Δ, P) et dans la section finale (section composée représentée par Δ, L, Z, H) en conservant I_v et K.

Notations : S_p et R_p représentent la surface mouillée et le rayon hydraulique dans la section simple rectangulaire à plein bord. S_{cm}, S_{cb} et R_{cm}, R_{cb} représentent les surfaces

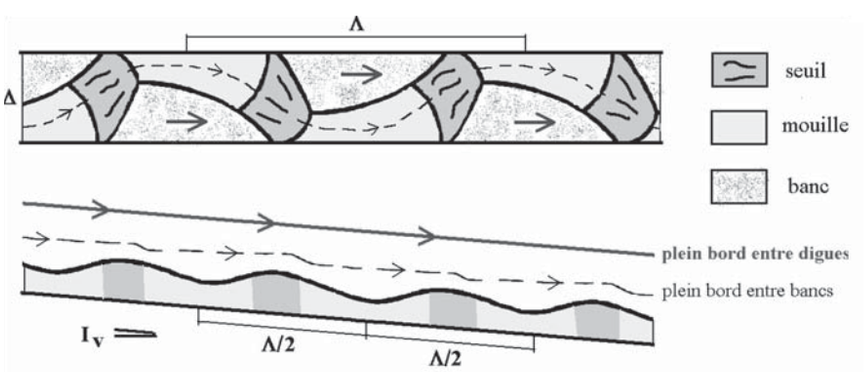


Figure 2 : Vues en plan et en long

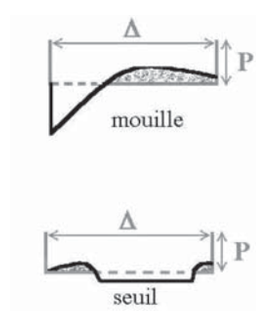


Figure 3 : Vue en coupe.

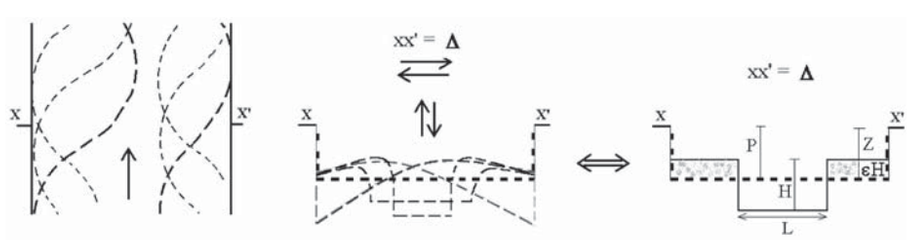


Figure 4 : Section équivalente représentative du lit en mouvement.

mouillées et les rayons hydrauliques dans la section composée, avec distinction du petit lit prolongé verticalement jusqu'au sommet des digues (indice m) et de la partie du grand lit recouvrant les bancs (indice b). Nous avons :

$$S_p = \Delta P \; ; \; R_p = \frac{\Delta P}{\Delta + 2P} \; ; \; S_{cm} = (Z + H)L \; ; \; S_{cb} = (\Delta\text{-}L)Z \; ;$$

$$R_{cm} = \frac{(Z + H)\,L}{L + 2H} \; ; \; R_{cb} = \frac{(\Delta - L)Z}{\Delta - L + 2Z}$$

Régime uniforme dans la section initiale rectangulaire :

$$Q_M/(KI_v^{1/2}) = S_p R_p^{2/3} \qquad (1)$$

Régime uniforme dans la section remodelée composée, en admettant que la débitance totale est égale à la somme des débitances (NICOLLET 1979) :

$$Q_M/(KI_v^{1/2}) = S_{cm}R_{cm}^{2/3} + S_{cb}R_{cb}^{2/3} \qquad (2)$$

On en déduit $S_pR_p^{2/3} = S_{cm}R_{cm}^{2/3} + S_{cb}R_{cb}^{2/3}$; ce qui donne en fonction de Δ, P, L, H et Z :

$$\frac{(\Delta P)^{5/3}}{(\Delta + 2P)^{2/3}} = \frac{[(Z + H)L]^{5/3}}{(L + 2H)^{2/3}} + \frac{[(\Delta - L)Z]^{5/3}}{(\Delta - L + 2Z)^{2/3}} \qquad (3)$$

Définissons les 3 paramètres adimensionnels : $\xi = \Delta/L$; $\beta = \Delta/P$; $\alpha = L/H$.

Nous en déduisons : $\Delta/H = \alpha\xi$; $P/H = \alpha\xi/\beta$.

Par ailleurs, la conservation de la masse des sédiments pendant le remodelage du lit implique que les creusements sont globalement compensés par les dépôts autour du niveau moyen (§*II.1.2*), d'où :

$\varepsilon H(\Delta\text{-}L) = (1\text{-}\varepsilon)HL$ soit : $\varepsilon = 1/\xi$
et par suite : $Z/H = (\alpha\xi/\beta - 1/\xi)$

Nous pouvons ainsi exprimer l'équation 3 en fonction de α, β et ξ :

$$\alpha\xi\left[\frac{\beta}{\beta+2}\right]^{2/3}\xi = \frac{\left[\alpha\xi + \beta(1-1/\xi)\right]^{5/3}}{(\alpha\xi + 2\xi)^{2/3}} + \frac{(\xi-1)^{5/3}(\alpha\xi - \beta/\xi)^{5/3}}{\left[\alpha\xi\,(1+2/\beta)\,\xi - (\alpha\xi + 2)\right]^{2/3}} \qquad (4)$$

II.1.4 Expériences de JAEGGI (1984)

JAEGGI (1984) a réalisé de nombreuses expériences en laboratoire pour différentes combinaisons de débits, pentes et granulométries uniformes, afin de déterminer les conditions d'apparition et de calculer les caractéristiques géométriques des bancs alternés. La comparaison des résultats obtenus avec les travaux d'autres chercheurs, notamment KISHI (1980), est satisfaisante et l'application des formules proposées à un cas réel in situ (partie alpine du Rhin) réussie. L'un des résultats les plus remarquables mis en évidence par JAEGGI est que, lorsque les bancs alternés sont pleinement développés (c'est-à-dire pour des valeurs de β suffisamment grandes), leur hauteur totale (du fond du creusement au haut du dépôt) ne dépend ni du débit, ni de la pente, mais uniquement de la largeur du canal et de la granulométrie relative (rapportée au ratio largeur sur diamètre des grains constituant le fond). Ainsi, il propose la relation : $\Delta/H = 4.5\delta^{0.15}$; formule écrite avec nos notations et en posant $\delta = \Delta/D_{50}$ pour la granulométrie relative (D_{50} étant le diamètre médian représentatif du substrat).

Nous utiliserons cette formule pour $100 < \delta < 20\,000$ et lorsque $\beta > 9$, ceci afin de respecter le critère « bancs pleinement développés » (MURAMOTO 1978).

II.1.5 Relations entre le rapport des largeurs ξ et le rapport de forme β

Lorsque $\beta > 9$, la relation de JAEGGI nous permet de transformer l'équation 4 (à 3 paramètres) en une équation à seulement 2 paramètres (β et ξ), puisque nous pouvons poser $\alpha\xi = \Delta/H = 4.5\delta^{0.15}$ (δ est considérée ici comme une constante caractéristique du cours d'eau).

Nous obtenons :

$$4.5\delta^{0.15} = \frac{1}{\xi}\left[\frac{\beta+2}{\beta}\right]^{2/3}\left\{\frac{\left[4.5\delta^{0.15} + \beta(1-1/\xi)\right]^{5/3}}{\left(4.5\delta^{0.15} + 2\xi\right)^{2/3}} + \frac{(\xi-1)^{5/3}\left(4.5\delta^{0.15} - \beta/\xi\right)^{5/3}}{\left[4.5\delta^{0.15}\,(1+2/\beta)\,\xi - \left(4.5\delta^{0.15} + 2\right)\right]^{2/3}}\right\} \qquad (5)$$

Cette équation définit la fonction ξ(β) et par suite les fonctions $\varepsilon(\beta) = 1/\xi(\beta)$ et $\alpha(\beta) = 4.5\delta^{0.15}/\xi(\beta)$.

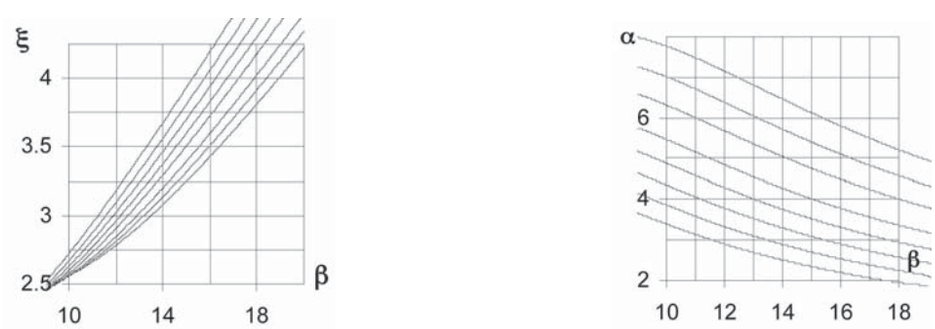


Figure 5 : Tracé des fonctions ξ(β) et α(β) avec δ = 120 250 500 1 000 2 000 5 000 10 000 20 000 • de gauche à droite pour ξ(β), • de bas en haut pour α(β)

II.2 Approche Mécanique

D'une manière générale (figure 2), nous représentons les seuils et les mouilles par un resserrement en tête de mouille, suivi par un élargissement en crête de seuil, entonné sur la rampe jusqu'à la mouille suivante. Cette représentation simplifiée nous permet d'assimiler les séquences seuil-mouille à une succession d'élargissement/rétrécissement.

II.2.1 Analogie avec l'expérience de HUNZINGER (1999)

HUNZINGER (1999) a étudié le phénomène d'évasement d'un écoulement liquide en milieu granulaire érodable dans un canal de 25 m de long constitué par un secteur étroit de 30 cm de large prolongé par un secteur de 140 cm de large. Il montre que la zone d'expansion du jet est plus courte en lit mobile qu'en lit fixe et que le canal prend une forme caractéristique en « trompette » pendant son élargissement. A l'aval de cette zone d'expansion, une distance supplémentaire est nécessaire pour permettre le plein développement des bancs qui se forment. La distance totale est notée L_T. ASHIDA (1964), dans une expérience similaire, explique la différence des résultats obtenus en lit mobile et en lit fixe par le fait que, dans le premier cas, il y a transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle. HUNZINGER (1999) exprime donc L_T à partir d'une variable représentative du ratio de ces deux énergies et il montre que, pour un écoulement très au-dessus du seuil de mise en mouvement, la valeur de L_T dépend uniquement du rapport et de la différence entre les largeurs des deux secteurs (large et étroit).

Nous généralisons ce résultat aux séquences seuil-mouille (figure 2) en supposant que leur longueur d'onde $\Lambda/2$ est égale à la distance L_T rapportée aux largeurs Δ et L. Ainsi, la formule d'HUNZINGER appliquée à notre cas et avec nos notations s'écrit :

$$\Lambda/2 = \left[2.2 - 2.8\ln\left(1 - 0.21\exp\left(\frac{7.1}{\xi + 3.5}\right)\right)\right](\Delta - L)$$

Nous en déduisons la longueur d'onde Λ des bancs alternés, que nous exprimons sous une forme adimensionnelle par rapport à Δ, notée η et qui ne dépend que de ξ :

$$\eta = \frac{\Lambda}{\Delta} = \left[4.4 - 5.6\ln\left(1 - 0.21\exp\left(\frac{7.1}{\xi + 3.5}\right)\right)\right]\left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \quad (6)$$

II.2.2 Rapport de forme β correspondant à une longueur d'onde relative maximale

Nous avons reporté (figure 6) la fonction $\eta(\xi)$ (équation 6), ainsi que la fonction $\eta(\beta)$ obtenue après un changement de repère (équation 5) pour $\delta = 120$, $\delta = 500$, $\delta = 2\,000$ et $\delta = 10\,000$.

Lorsque les bancs alternés sont pleinement développés ($\beta > 9$), nous constatons que η varie très peu autour d'une valeur voisine de 6.5. Ce résultat est comparable à celui proposé par YALIN (2001) qui, après une analyse détaillée des « bursts horizontaux » (grosses structures turbulentes latérales), choisit η constant et égal à 6.

Nous constatons également qu'il existe une valeur particulière ξ_{Hz} égale à 3.2 dans le repère (η,ξ), pour laquelle le rapport Λ/Δ est maximum ($\eta = 6.61$). Nous associons à ξ_{Hz} la valeur correspondante β_{Hz} dans le repère (η,β).

β_{Hz} dépend uniquement de δ et nous pouvons déterminer $\beta_{Hz}(\delta)$ en posant $\xi = 3.2$ dans l'équation 5. Nous avons reporté, dans la figure 7, les valeurs de β_{Hz} pour différentes valeurs de δ et nous avons ajusté graphiquement une courbe de tendance. Il en ressort que β_{Hz} varie de 12.1 à 14.4 lorsque δ varie de 100 à 10 000 et nous obtenons : $\beta_{Hz} = 10.1\ \delta^{0.0385}$.

II.2.3 Sinuosité et migration des bancs alternés

Nous cherchons à estimer la sinuosité λ du petit lit ondulant entre les bancs alternés, lorsque ceux-ci sont pleinement développés, ainsi que l'angle d'orientation θ de ce petit lit par rapport à l'axe de la vallée de pente I_v. Notons I la pente du petit lit, nous avons par définition : $\lambda = I_v/I$.

Les sinuosités sont schématisées par des arcs de cercle de rayon r symétriques par rapport à l'axe de la vallée (figure 8). Nous supposons que le train d'onde représenté par ces sinuosités est régulier et que sa longueur d'onde est définie par la relation : $\Lambda = \eta\Delta = \eta\xi L$.

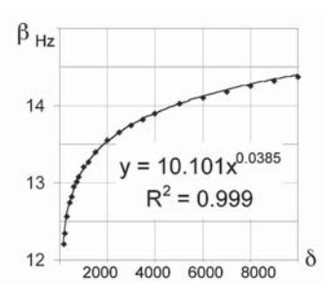
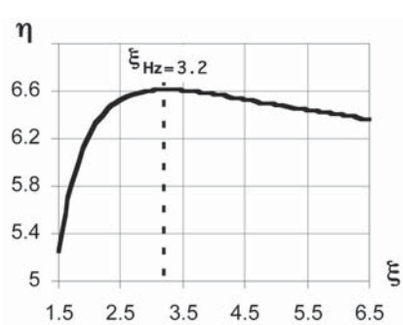


Figure 7 : Calcul de β_{Hz}.



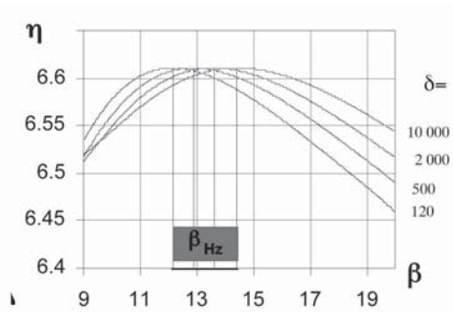


Figure 6 : Ratio longueur d'onde sur largeur totale η en fonction du rapport des largeurs ξ et du rapport de forme β

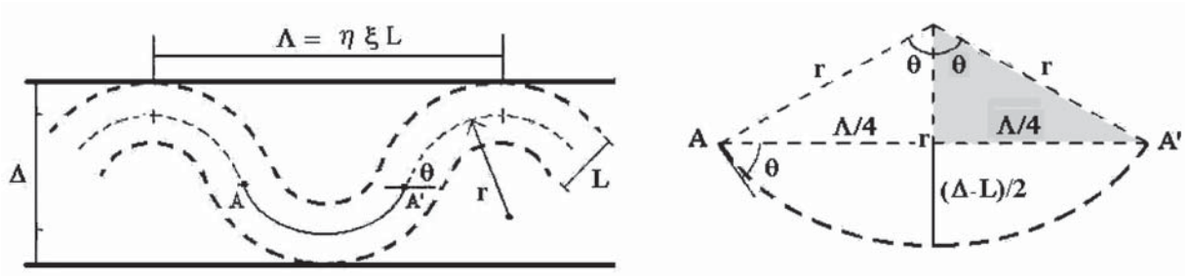


Figure 8 : Représentation du petit lit sinueux entre les bancs.

Individualisons l'arc AA', noté $\widehat{A}$. Pour passer de A à A', il y a au moins deux chemins possibles, chacun conduisant à un même dénivelé δz :

— selon l'axe du grand lit entre digues : $\delta z = (\eta/2)\ \xi L\ Iv$

— selon l'axe du petit lit entre bancs : $\delta z = \widehat{A} I$

Nous en déduisons : $\widehat{A} = (\eta/2)\ \xi L\ \lambda$.

Nous avons aussi $\widehat{A} = 2\theta r$ et donc $\lambda = (4\theta r)/(\eta\xi L)$.

Une analyse trigonométrique dans le triangle rectangle grisé défini par son hypoténuse (r), sa base ($\Lambda/4 = (\eta/4)\xi L$) et sa hauteur ($r - (\Delta - L)/2$) nous permet de poser :

$(\eta/4)\ \xi L = r.\sin\theta$ (d'où : $\lambda = \theta/\sin\theta$) et $(\Delta - L)/2 = r - r.\cos\theta$

D'où finalement :

$$\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right) = \frac{2}{\eta}\left(\frac{\xi-1}{\xi}\right)$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{\theta}{\sin\theta} \ (\theta \text{ exprimé en radian}) \qquad (7)$$

Nous pouvons ainsi calculer les valeurs de θ et de λ associées à $\xi_{Hz} = 3.2$ en prenant $\eta = 6.61$ (voir §*II.2.2*), ce qui donne : $\theta_{Hz} = 23.5°$ et $\lambda_{Hz} = 1.03$.

Plus généralement et lorsque $9 < \beta < 25$, c'est-à-dire $2.5 < \xi < 5$ à 6.5 (voir figure 5), nous choisissons η entre 6.4 et 6.6 (voir figure 6). Nous trouvons alors que θ varie entre 21° et 30° et que λ reste compris entre 1.02 et 1.05. Cela signifie que le petit lit apparaissant à travers les bancs alternés est très peu sinueux et que, d'après le critère de KINOSHITA (1974) rapporté à θ, les bancs eux-mêmes migrent naturellement vers l'aval pendant les crues.

Au-delà de $\beta = 25$ et pour un écoulement « forcé » à plein bord entre deux digues indéformables, nous supposons qu'il y a décomposition latérale des structures turbulentes horizontales et début d'une division en plusieurs lits. Ce cas est traité plus en détail dans le §*II.4.2*.

II.3 Approche énergétique

De nombreux chercheurs considèrent que l'alternance seuil-mouille caractérise l'autorégulation de la dissipation d'énergie en rivière (KNIGHTON 1984, WOHL et al. 1993). Certains traitent ce problème de pertes de charge dans l'écoulement en supposant que le cours d'eau cherche à minimiser ses dépenses d'énergie pendant sa formation et sa déformation (YANG 1971, CHERKAUER 1973).

II.3.1 Nombre de Froude représentatif de la dynamique du petit lit creusé entre les bancs

Selon YALIN (2001) la minimisation des énergies mises en jeu pendant le transport solide correspond à un nombre de Froude minimum. HUANG (2004) montre que la plupart des principes de minimisation d'énergie, appliqués en dynamique fluviale, sont issus d'une généralisation aux lits mobiles du théorème de Bélanger « énergie spécifique minimale en régime critique » et il précise que le principe de YALIN est effectivement applicable si la largeur de la rivière est contrainte. Dans ce paragraphe, nous proposons donc une approche basée sur l'étude d'un nombre de Froude influencé par les creusements et les dépôts qui apparaissent à l'interface eau-sédiment d'un lit endigué.

Nous admettons que l'écoulement, confiné entre deux digues indéformables, d'un débit Q_M supérieur au débit seuil de mise en mouvement entraîne un remodelage du fond caractérisé par le développement d'un petit lit mobile qui ondule verticalement et latéralement autour d'une configuration moyenne (figure 4). Nous cherchons à identifier un nombre de Froude Fr représentatif de l'écoulement dans ce petit lit qui se creuse entre les bancs et, pour cela, nous reprenons la vision lagrangienne présentée au §*II.1.2*. Nous imaginons ainsi une tranche d'eau active, de largeur L et d'épaisseur (Z + H), s'écoulant avec une vitesse moyenne U_{cm} dans le sens de la vallée (de pente I_v) et balayant sans cesse la largeur entre digue Δ. Nous posons :

$$Fr = U_{cm} / \sqrt{g\varepsilon H}$$

Le numérateur représente l'énergie cinétique rapportée à U_{cm} et le dénominateur représente l'énergie potentielle E_p pendant la phase de creusement du petit lit (qui se déplace en même temps latéralement). Sans ce mouvement latéral, E_p serait directement liée à la profondeur moyenne de la section creusée (c'est-à-dire LH/L = H) mais le balayage consomme aussi de l'énergie et d'autant plus que Δ est grand. Nous supposons que l'énergie potentielle effectivement disponible pour le creusement est réduite au prorata de L/Δ et nous la rapportons donc à $(L/\Delta)H = (1/\xi)H = \varepsilon H$.

II.3.2 Rapport de forme β correspondant à une dépense d'énergie minimale pendant la formation des bancs

Nous reprenons ici les hypothèses et les notations du §*II.1.3* et nous remplaçons systématiquement le terme $\alpha\xi$ par $4.5\delta^{0.15}$ (relation de JAEGGI 1984, §*II.1.4*).

Si Q_{cm} est le débit partiel de la tranche d'eau active, alors nous avons : $Q_{cm} = U_{cm}\ S_{cm}$.

La loi du régime uniforme appliquée à la tranche active donne : $Q_{cm} = (KI_v^{1/2})\, S_{cm}R_{cm}^{2/3}$.

Ces 2 expressions de Q_{cm} combinées avec l'équation 2, conduisent à la relation :

$$U_{cm} = \frac{Q_M}{S_{cm} + S_{cb}\left(\frac{R_{cb}}{R_{cm}}\right)^{2/3}} \qquad (8)$$

Avec :

$S_{cm}=(Z+H)L = 4.5\delta^{0.15}\, H^2(4.5\delta^{0.15}\xi-\beta+\beta\xi)/(\beta\xi^2)$

$S_{cb}=(\Delta-L)Z = 4.5\delta^{0.15}\, H^2\, (\xi-1)(4.5\delta^{0.15}\xi-\beta)/(\beta\xi^2)$

$$\frac{R_{cb}}{R_{cm}} = \frac{\beta(\xi-1)(4.5\delta^{0.15}\xi-\beta)(4.5\delta^{0.15}+2\xi)}{\left(4.5\delta^{0.15}(\beta\xi-\beta+2\xi)-2\beta\right)\left(4.5\delta^{0.15}\xi+\beta(\xi-1)\right)}$$

Nous avons aussi :

$$\sqrt{g\varepsilon H} = \sqrt{g}H^{1/2}\xi^{-1/2} \qquad (9)$$

D'autre part, la relation $P/H = \alpha\xi/\beta$ et l'équation 1, nous permettent d'exprimer H sous la forme :

$$H = \frac{Q_M^{3/8}}{4.5\delta^{0.15}K^{3/8}I_v^{3/16}}(\beta+2)^{1/4}\beta^{3/8} \qquad (10)$$

Finalement et à partir des équations 8, 9 et 10 nous obtenons :

$$Fr = \frac{Q_M^{1/16}K^{15/16}I_v^{15/32}}{\sqrt{g}}\chi_\delta(\beta)$$

Avec :

$$\chi_\delta(\beta) = \frac{9.546\delta^{0.225}\xi^{5/2}\beta^{1/16}(\beta+2)^{-5/8}}{(4.5\delta^{0.15}\xi-\beta+\beta\xi)+(\xi-1)(4.5\delta^{0.15}\xi-\beta)\left[\frac{\beta(\xi-1)(4.5\delta^{0.15}\xi-\beta)(4.5\delta^{0.15}+2\xi)}{\left(4.5\delta^{0.15}(\beta\xi-\beta+2\xi)-2\beta\right)\left(4.5\delta^{0.15}\xi+\beta(\xi-1)\right)}\right]^{2/3}}$$

Pour un débit Q_M donné et si I_v et K sont choisis constants, alors Fr varie comme la fonction $\chi_\delta(\beta)$.

En utilisant l'équation 5 (expression de ξ en fonction de β), nous avons tracé $\chi_\delta(\beta)$ pour différentes valeurs de δ comprises entre 500 et 10 000 (figure 9).

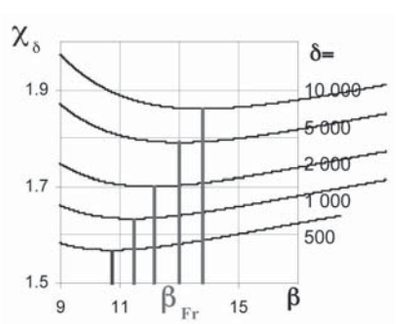


Figure 9 : Tracé de $\chi_\delta(\beta)$ qui varie comme Fr en fonction de β.

Fr est minimum pour une valeur particulière β_{Fr} de β qui dépend uniquement de la granulométrie relative δ.Nous en déduisons, selon le principe de YALIN (2001) énoncé au §*II.3.1*, que l'énergie dépensée pendant la mise en place des bancs alternés est minimale lorsque $\beta = \beta_{Fr}$.

II.4 Complémentarité des deux approches

II.4.1 Cas des bancs alternés

Nous avons reporté sur un même graphe en fonction de δ (figure 10), les valeurs β_{Fr} (correspondant à Fr minimum) et les valeurs β_{Hz} (correspondant à η maximum). Ces valeurs sont comparables et nous proposons une valeur unique, notée β_c, définie par la relation : $\beta_c = 9\,\delta^{0.05}$. Soit, en posant $\delta = \Delta/D_{50} = \beta_c\, P/D_{50}$:

$$\beta_c = 10.1\,(P/D_{50})^{0.053} \qquad (11)$$

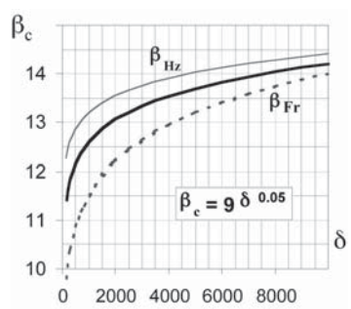


Figure 10 : β_c en fonction de δ.

Nous définissons ainsi le rapport de forme critique β_c qui maximise la longueur d'onde relative Λ/Δ et minimise la dépense d'énergie pour la formation des bancs alternés. Nous admettons que la configuration moyenne qui en résulte correspond à une organisation spécifique des formes du lit.

II.4.2 Généralisation aux bancs multiples

Au §*II.2.3*, nous avons supposé que les bancs alternés se développent de façon plus ou moins harmonieuse pour $9 < \beta < 25$. Au §*II.4.1*, nous avons identifié une valeur particulière β_c caractéristique d'un état moyen organisé. Dans la suite de cet article, nous relativisons ces résultats en admettant que les bancs alternés sont pleinement développés dans l'intervalle $2/3\beta_c < \beta < 5/3\beta_c$. Au-delà de $\beta = 5/3\beta_c$, nous supposons qu'il y a décomposition latérale des structures turbulentes et division des ondulations de forme (YALIN 2001), ce qui conduit à l'apparition de bancs centraux et à

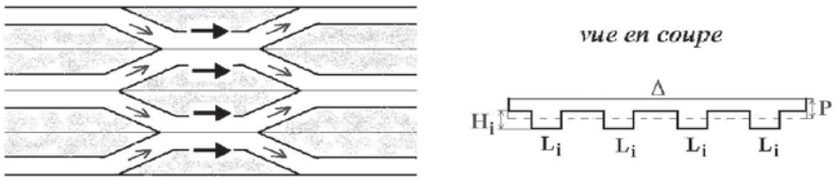


Figure 11 : Exemple de bancs multiples (ordre 4).

la séparation en 2 lits élémentaires jusqu'à $\beta = 8/3\beta_c$. Pour des valeurs de β encore plus grandes, la décomposition des structures se poursuit entraînant la formation de bancs multiples et de lits élémentaires de plus en plus nombreux (m lits élémentaires pour $[m\text{-}1/3]\beta_c < \beta < [m + 2/3]\beta_c$).

Quel que soit l'ordre m, nous admettons pour chaque lit élémentaire (indicé $_i$), que :

— le ratio longueur d'onde des bancs sur largeur (Λ/Δ_i) reste voisin de 6.5,

— la sinuosité λ_i reste très proche de la valeur moyenne 1.03 (migration des bancs en crue),

— le rapport de forme β_i reste compris entre $2/3\beta_c$ et $5/3\beta_c$ (dépense d'énergie minimale si $\beta_i = \beta_c$).

Nous admettons aussi que l'ensemble des formes s'organise autour d'un état moyen correspondant à une dépense d'énergie minimale de chaque lit élémentaire sinuant entre les bancs.

III ■ APPLICATION AUX RIVIÈRES ENDIGUÉES À FORTE CHARGE SÉDIMENTAIRE

Si la charge sédimentaire est effectivement disponible lorsque Q_M transite entre les digues, alors les bancs migrent vers l'aval en restant plus ou moins bien organisés. Dans ce cas, nous cherchons un équilibre dynamique et nous pouvons appliquer le principe de RAMETTE (1979, 1990) selon lequel : « un lit en équilibre véhiculant à plein bord son débit formatif cherche à la fois à minimiser ses dépenses d'énergie et à maximiser son débit solide transportable ».

● III.1 Débit solide maximum

Globalement, un cours d'eau peut être divisé en tronçons continus homogènes, d'un point de vue hydrologique et pédologique, articulés les uns aux autres par des discontinuités : zones de rupture (retenue, gravière) et zones d'approvisionnement (confluent, cône de déjection). Nous étudions ici un secteur de tronçon homogène endigué suivant la pente de la vallée, loin de toute discontinuité, et nous souhaitons optimiser le transit de la charge de fond pour Q_M. Dans ces conditions, nous pouvons assimiler ce transit à la capacité de transport solide Q_s selon I_v, que nous estimons en appliquant la formule de Meyer-Peter sous une forme simplifiée (RAMEZ 1995) dans la section rectangulaire représentée par Δ, P et le diamètre D_{50} du substrat (mobilité équivalente admise si Q_M est très au-dessus du débit seuil de mise en mouvement) :

$$Q_s = q_s\,\Delta = 8\sqrt{g\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)}\; D_{50}^{3/2}\,[\tau_*(D_{50}) - 0.047]^{3/2}\,\Delta \qquad (12)$$

— q_s est la capacité de transport solide par unité de largeur.

— $\tau_*(D_{50})$ est la contrainte de Shields selon I_v, relative à D_{50} et définie pour Q_M à partir du rayon hydraulique R_p, de la masse volumique de l'eau ρ, de la masse volumique du substrat ρ_s et de l'accélération de la pesanteur g, par la relation :

$$\tau_*(D_{50}) = [\rho g\, I_v R_p]/[(\rho_s - \rho)\, g\, D_{50}]$$

En posant $\rho_s/\rho = 2.6$ et en exprimant R_p et Δ en fonction de β et P, nous obtenons :

$$Q_s = 15.65\left[\frac{\beta}{\beta+2} I_v P - 0.0752\, D_{50}\right]^{3/2} \beta P \qquad (12\text{-bis})$$

Si nous admettons que la dérivée de la formule de Meyer-Peter a un sens physique (similitude des processus), alors nous pouvons estimer le rapport de forme β qui maximise Q_s pour le débit Q_M en résolvant $(\partial Q_s/\partial\beta) = 0$ (WHITE 1982).

Pour cela, nous exprimons d'abord l'équation 1 sous la forme 1-bis : $P = K^{-3/8}\, Q_M^{3/8}\, (\beta + 2)^{1/4}\, \beta^{-5/8}\, I_v^{-3/16}$, que nous introduisons dans l'équation 12-bis :

$$Q_s = 15.65\, K^{-15/16}\, Q_M^{15/16}\, I_v^{33/32}\left[\frac{\beta^{3/8}}{(\beta+2)^{3/4}} - 0.0752\, K^{3/8}\, Q_M^{-3/8}\, I_v^{-13/16}\, D_{50}\right]^{3/2} \beta^{3/8}\,(\beta+2)^{1/4} \qquad (12\text{-ter})$$

Ensuite, nous dérivons l'équation 12-ter par rapport à β, avec I_v, Q_M et K fixés, nous obtenons :

$$I_v = 0.0414\; D_{50}^{16/13} K^{6/13} Q_M^{-6/13}\; \frac{(\beta+2)^{12/13}}{\beta^{6/13}}\left[\frac{10\beta+12}{\beta+30}\right]^{16/13} \qquad (13)$$

que nous reportons finalement dans l'équation 1-bis, d'où :

$$P = 1.817\; D_{50}^{-3/13} K^{-6/13} Q_M^{6/13}\; \frac{(\beta+2)^{1/13}}{\beta^{7/13}}\left[\frac{10\beta+12}{\beta+30}\right]^{-3/13} \qquad (14)$$

L'équation 13 montre que, pour un débit Q_M donné, la valeur de β maximisant le transit solide entre les digues dépend uniquement de la pente de la vallée I_v, du diamètre D_{50} représentatif du substrat et du coefficient de Strickler K. Nous noterons β_{TS} cette valeur.

● III.2 Equilibre dynamique

Nous appliquons le « principe de RAMETTE », cité au début du §III, et nous définissons l'équilibre dynamique d'une rivière à forte charge solide comme une configuration moyenne respectant à la fois $\beta = \beta_{TS}$ et $\beta_i = \beta_c$ pour i variant de 1 à m. Dans ce cas, nous posons $m = \beta_{TS}/\beta_c$, $\Delta_i = \Delta/m$ et nous décomposons Q_M en autant de débits partiels (Q_M/m) qu'il y a de lits élémentaires de largeur Δ_i. L'écoulement correspondant dans chacun des lits submergés est supposé parallèle à l'écoulement principal à plein bord et de même profondeur moyenne P (voir figure 11).

Les calculs suivants permettent de déterminer les caractéristiques morphologiques de cet équilibre :

— L'équation 13 donne β_{TS}, l'équation 14 donne P, nous en déduisons $\Delta = \beta_{TS}$ P.

— L'équation 11 donne β_c, nous en déduisons m et par suite Δ_i.

— La profondeur entre bancs H_i est obtenue en posant $\Delta_i/H_i = 4.5(\Delta_i/D_{50})^{0.15}$ (voir §*II.1.4*).

— La largeur entre bancs L_i est déduite du critère $\xi_i = \Delta_i/L_i = 3.2$ (voir §*II.2.2*).

— La largeur totale entre bancs sera $L_{creux} = 0.3125\ \Delta$ et la largeur totale des bancs $L_{bancs} = 0.6875\ \Delta$.

Cette procédure de calcul est développée dans la deuxième partie de cet article sur des cas réels après un calage des formules proposées sur des rivières naturelles.

IV ■ CONCLUSION

La réflexion théorique simplifiée présentée dans cet article ne prétend pas refléter toute la complexité des cas réels de terrain. Elle est néanmoins utile pour la compréhension des processus morphologiques et la caractérisation des formes résultant de la largeur d'un endiguement et de la gamme des débits qui modèlent effectivement le lit.

L'état de l'art en ce qui concerne la mécanique des rivières est relativement peu avancé et on est bien loin d'une explication complète et cohérente de la morphologie fluviale. De ce point de vue, cet article peut aussi être considéré comme un essai incitatif au développement de nouvelles expérimentations ou tout simplement un moyen d'alimenter le débat.

BIBLIOGRAPHIE

ASHIDA K. (1964). "On river bed variations and stable channels in alluvial streams". *Bull. of the Disaster Prevention Research Institute*. Kyoto University. Japan. (14). pp. 23-45

CHERKAUER, D.S. (1973). "Minimization of power expenditure in a riffle-pool alluvial channel". *Water Resources Research*. Vol. 9. pp. 1613-1628

HUANG, H.Q., CHANG, H.H., NANSON, G.C. (2004). "Minimum energy as the general form of critical flow and maximum flow efficiency and for explaining variations in river channel pattern". *Water Resources Research*. Vol. 40. W04502. pp. 1-13

HUNZINGER L.M. (1999). « Morphology in river widenings of limited length ». *XXVIII IAHR Congress*, Graz, 22-27, August 1999, 7 p.

JAEGGI, M. (1984). « Formation and effects of alternate bars ». *Journal of Hydraulic Eng*., ACSE, Vol 110, N° 2, pp. 142-156

KINOSHITA, R., MIWA, H. (1974). "River channel formation which prevents downstream translation of transverse bars". *Shinsabo*. Vol. 94. pp. 12-17

KISHI, T. (1980). Bed Forms and Hydraulics Relations for Alluvial Streams. In : "*Application of Stochastic Processes in Sediment Transport*", chapt. 5, H.W. Shen, and H. Kikkawa eds., Water Res. Publ., Littleton, Colorado. USA

KNIGHTON, D. (1984). "*Fluvial Forms and Processes*". Edward Arnold, London. 218 p.

LOUIS, O. (1996). "Méthodologie de lissage de la géométrie d'un cours d'eau dans le cadre d'une analyse globale par tronçon : application au transport solide". Rapport de stage, ENSEEIHT, 57 p.

MURAMOTO, Y., FUJITA, Y. (1978). "The Classification of Meso-Scale River Bed Configuration and the Criteria of its Formation". *22nd meeting of Hydr. Res. In Japan*. pp. 275-280

NEWBURY, R. (1995). "Rivers and the art of stream restoration". *Geophysical Monograph*. Series 89. pp. 137-150

NICOLLET, G., UAN, M. (1979). "Écoulements permanents à surface libre en lits composés". *La Houille Blanche*. n°1-1979. pp. 21-30

RAMETTE, M. (1979). "Une approche rationnelle de la morphologie fluviale". *La Houille Blanche*. n°8-1979. pp. 491-498

RAMETTE, M. (1990). "Essai d'explication et de quantification des morphologies fluviales à partir de la théorie du régime". *La Houille Blanche*. n°1-1990. pp. 43-60

RAMEZ, P., (1995). "*Erosion et transport solide en rivière. Tome 1 : Guide pour la compréhension des phénomènes*". Collection « Etudes » du Cemagref, Antony. 132 p.

RICHARDS, K.S. (1978). "Channel geometry in the riffle pool sequences", *Geografiska Annaler*, 60A, pp. 23-27

WHITE, W.R., BETTESS, R., PARIS, E. (1982). "Analytical approach to river regime". *J. Hydraulic Div.*, Proc. ASCE 108 (10), 1179-1193

WOHL, E.E., VINCENT, K.R., MERRITTS, D.J. (1993). "Pool and riffle characteristics in relation to channel gradient". *Geomorphology*. (6). pp. 99-110

YALIN, M.S., SILVA, A.M.F. (2001). "*Fluvial Processes*". IAHR, Delft, The Netherland, 216 p.

YANG, C.T. (1971). "Formation of riffles and pools". *Water Resources Research*. Vol. 7. n° 6. pp. 1567-1574

Rappel des principales notations utilisées

Notations générales :

D_{50}	Diamètre médian représentatif du substrat
Q_M	Débit à plein bord entre digues (1ère partie) ou entre berges principales (2ème partie) (supposé recouvrir les bancs dans tous les cas)
q_s	Capacité de transport solide par unité de largeur
I_v	Pente de la vallée
Λ	Longueur d'onde des bancs

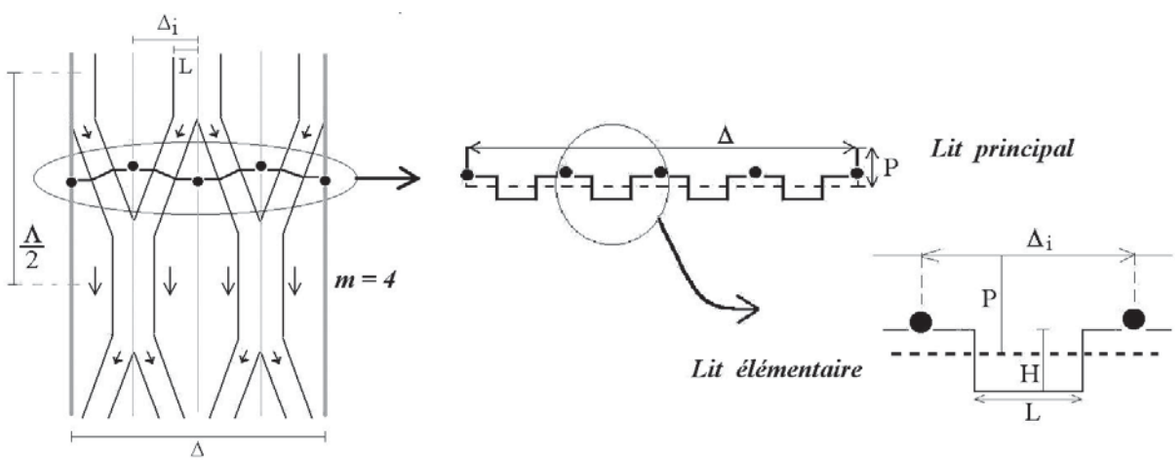
Notations pour le lit principal :

Δ et P	Largeur et Profondeur moyennes du lit principal
$\beta = \Delta/P$	Rapport de forme du lit principal
β_{TS}	Rapport de forme à l'équilibre dynamique
$m = \Delta/\Delta_i$	Nombre de lits élémentaires (ou indice de bifurcation)
σ	Sinuosité du lit principal (strictement égale à 1 dans la 1ère partie)

L_{creux} Largeur totale cumulée entre bancs
L_{bancs} Largeur totale cumulée des bancs

Notations pour les lits élémentaires :

Les caractéristiques géométriques étant supposées identiques pour tous les lits élémentaires, nous ne reportons pas l'indice i, sauf pour Δ_i et β_i afin de ne pas les confondre avec Δ et β associés au lit principal.

Remarque : la distinction entre (Δ_i, β_i) et (Δ, β) n'était pas utile au début de la 1ère partie de cet article (cas particulier des bancs alternés). Elle sera faite systématiquement dans la 2ème partie (cas général).

Δ_i et P Largeur et Profondeur moyennes d'un lit élémentaire (comptées au plein bord du lit principal)
L et H Largeur et Profondeur moyennes entre bancs
$\delta = \Delta_i/D_{50}$ Granulométrie relative
$\eta = \Lambda/\Delta_i$ Ratio longueur d'onde sur largeur moyenne d'un lit élémentaire
$\beta_i = \Delta_i/P$ Rapport de forme d'un lit élémentaire (compté au plein bord du lit principal)
$\alpha = L/H$ Rapport de forme du « petit lit » sinuant entre les bancs
λ Sinuosité du « petit lit » entre les bancs (comptée au niveau d'un lit élémentaire)
$\xi = \Delta_i/L$ Rapport des largeurs dans la section composée moyenne d'un lit élémentaire
β_{Hz} Rapport de forme correspondant à η maximum
β_{Fr} Rapport de forme correspondant à Froude minimum
β_c Rapport de forme critique