HAL
open science

Borne de Cramér-Rao Bayésienne associée à l'estimation des gains complexes d'un canal de Rayleigh avec spectre de Jakes pour les récepteurs OFDM à grande mobilité

Hussein Hijazi, Laurent Ros

To cite this version:

Hussein Hijazi, Laurent Ros. Borne de Cramér-Rao Bayésienne associée à l'estimation des gains complexes d'un canal de Rayleigh avec spectre de Jakes pour les récepteurs OFDM à grande mobilité. GRETSI 2009 - XXIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Sep 2009, Dijon, France. 4 p. hal-00448587

HAL Id: hal-00448587

https://hal.science/hal-00448587v1

Submitted on 19 Jan 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Borne de Cramér-Rao Bayésienne associée à l'estimation des gains complexes d'un canal de Rayleigh avec spectre de Jakes pour les récepteurs OFDM à grande mobilité

Hussein HIJAZI et Laurent ROS
GIPSA-Lab/DIS (ex laboratoire LIS)
INPG-CNRS, BP46, 38402 Saint Martin d'Hères, France
hussein.hijazi@gipsa-lab.inpg.fr, laurent.ros@gipsa-lab.inpg.fr

Résumé – il s'agit du calcul d'une borne de Cramér-Rao Bayesienne (BCRB) associée à l'estimation des gains complexes pour un canal évoluant dans le temps de type Rayleigh et de spectre de Jakes. Ce type d'estimateur est présent dans les récepteurs OFDM qui sont soumis à un fort étalement Doppler. Une expression analytique de la BCRB est détaillée, permettant une analyse des performances optimales en terme d'Erreur Quadratique Moyenne qu'un estimateur efficace peut atteindre. La borne d'estimation BCRB est donnée sous forme analytique, puis sous une forme approchée (modifiée), plus simple à évaluer, pour les scénarios «en-ligne» et «hors-ligne» et, avec et sans connaissance des symboles OFDM (DA: data-aided et NDA: non-data-aided)

Abstract – In this paper, we consider the Bayesian Cramer-Rao bound (BCRB) for the dynamical estimation of multi-path Rayleigh channel complex gains in data-aided (DA) and non-data-aided (NDA) OFDM systems. This bound is derived in an on-line and off-line high Doppler scenarios assuming time-varying complex gains within one OFDM symbol, assuming the availability of prior information. In NDA context, whereas this true BCRB is hard to evaluate, we present a closed-form expression of a BCRB, *i.e.*, the Modified BCRB (MBCRB). We discuss, based on the theoretical and simulation results, the benefit of using the a priori information and, the past and the future observations for the complex gains estimation.

1 Introduction

Dans le cas des systèmes de communication radio-mobile large bande à modulation OFDM, lorsque le canal a des variations temporelles à l'interieur d'un symbole OFDM, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est brisée, ce qui entraine de l'Interférence Entre sous-Porteuses (IEP), et de fortes dégradations des performances d'estimation du canal et de détection des symboles. L'estimation dynamique du canal [5] est une fonction fondamentale, puisque le canal radio est sélectif en fréquence et variant avec le temps. L'estimation du canal peut se résumer à estimer certains paramètres physiques de propagation, tels que les retards et les gains complexes des trajets. Dans les transmissions radiofréquences, les retards sont quasi-invariants sur plusieurs symboles OFDM, mais les gains complexes peuvent changer de manière significative, même à l'intérieur d'un symbole OFDM. En exploitant la nature du canal et en supposant les retards connus à la réception, une catégorie d'algorithmes cherche à estimer directement les variations temporelles des gains complexes dans les systèmes OFDM [2] [3] [4]. Les performances des systèmes OFDM sont fortement liées à la qualité de l'estimation du canal effectuée en tête de réception. Les performances optimales qu'atteindrait un estimateur efficace peuvent être données par la famille des bornes de Cramér-Rao. Dans le cadre du classique canal de Rayleigh, les paramètres à estimer ne sont plus déterministes, et une approche Bayesienne est nécessaire. La borne de Cramér-Rao Bayesienne est alors adaptée à ce problème.

Dans cette contribution, nous étudions la BCRB relative à l'estimation des gains complexes d'un canal de Rayleigh avec un spectre de Jakes dans un sytème OFDM. On distingue deux différents cas pour les variations temporelles du canal : gains complexe «variant» et «invariant» dans le temps à l'intérieur d'un symbole OFDM. Dans [1], on a détaillé l'expression de la BCRB as-

sociée à l'estimation des gains complexes invariant dans un symbole OFDM. Concernant le cas d'un canal variant dans un symbole OFDM, nous présentons les expressions explicites de la BCRB et sa variante, BCRB Modifiée (BCRBM), pour les scénarios «en-ligne» et «hors-ligne» et, avec et sans connaissance des symboles OFDM (DA : data-aided et NDA : non-data-aided).

2 Modèle

Le modèle considéré à la réception, après l'étape de FFT due à la démodulation OFDM peut se résumer [3] pour chaque symbole OFDM à :

$$\mathbf{y}_{(n)} = \mathbf{H}_{(n)}\ \mathbf{x}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \tag{1}$$

où $\mathbf{x}_{(n)}$, $\mathbf{y}_{(n)}$ et $\mathbf{w}_{(n)}$ sont des vecteurs $N \times 1$ contenant respectivement, pour l'ensemble des N sous-porteuses du n-ème symbole OFDM, les symboles émis (variance unité), les symboles estimés en sortie de FFT, et les échantillons de bruit blanc complexe Gaussien (variance σ^2). La matrice $N \times N$ du canal équivalent, $\mathbf{H}_{(n)}$, contient la moyenne temporelle des gains en fréquence du canal $\left[\mathbf{H}_{(n)}\right]_{k,k}$ sur la diagonale, et les coefficients de l'IEP $\left[\mathbf{H}_{(n)}\right]_{k,m}$, $k \neq m$, ailleurs, donnés par :

$$\left[\mathbf{H}_{(n)}\right]_{k,m} = \frac{1}{N}\sum_{l=1}^{L}\left[e^{-j2\pi(\frac{m-1}{N}-\frac{1}{2})\tau_l}\sum_{q=0}^{N-1}\alpha_l^n(qT_s)e^{j2\pi\frac{m-k}{N}q}\right] \tag{2}$$

où L est le nombre de trajets du canal de Rayleigh, α_l est le gain complexe du l-ème trajet, τ_l est le l-ème délai normalisé par la période d'échantillonnage T_s (donc τ_l n'est pas entier). Les L gains complexes sont non corrélés Gaussiens complexes avec un spectre de Jakes, *i.e.*, $\mathrm{E}\left[\alpha_l(q_1T_s)\alpha_l^*(q_2T_s)\right] = \sigma^2_{\alpha_l}J_0\big(2\pi f_dT_s(q_1-q_2)\big)$ où f_d est la fréquence Doppler maximale et $J_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel d'ordre 0. La puissance totale du canal est normalisée à 1, *i.e.*, $\sum_{l=1}^{L}\sigma^2_{\alpha_l} = 1$.

Étant donné que le nombre d'échantillons Lv ($v = N + N_g$, N_g la longueur du préfixe cyclique) des gains complexes à estimer est supérieur au nombre d'équations d'observation N, il n'est pas efficace d'estimer les variations temporelles des gains complexes à l'intérieur d'un symbole OFDM en utilisant directement le modèle d'observation (1). Nous avons plutôt intérêt à représenter les variations temporelles des gains complexes à l'intérieur d'un symbole OFDM par un modèle plus compact. Cette modélisation nous permet de mener le calcul de BCRB qui ne nous avait pas paru faisable directement. La variation temporelle de chaque gain complexe (dans un symbole OFDM) est modélisée par un polynôme donnée par [2] :

$$\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} = \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} + \boldsymbol{\xi}_l^{(n)} = \mathbf{Q}^T\mathbf{c}_l^{(n)} + \boldsymbol{\xi}_l^{(n)} \tag{3}$$

$$\mathbf{c}_l^{(n)} = \left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1}\mathbf{Q}\ \boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} \tag{4}$$

avec $\mathbf{c}_l^{(n)} = \left[c_{1,l}^{(n)}, ..., c_{N_c,l}^{(n)}\right]^T$ sont les N_c coefficients de la courbe polynomiale, $\mathbf{Q}$ est une matrice $N_c \times v$ d'éléménts $[\mathbf{Q}]_{k,m} = (m - N_g - 1)^{(k-1)}$ et $\boldsymbol{\xi}_l^{(n)}$ est l'erreur du modèle de matrice de corrélation donnée par :

$$\begin{aligned}\mathbf{MMSE}_l^{(p)} &= \mathrm{E}\Big[\boldsymbol{\xi}_l^{(n)}\boldsymbol{\xi}_l^{(n-p)^H}\Big] \\ &= (\mathbf{I}_v - \mathbf{S})\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}(\mathbf{I}_v - \mathbf{S}^T)\end{aligned} \tag{5}$$

avec $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^T\left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1}\mathbf{Q}$ et $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)} = \mathrm{E}\left[\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}\boldsymbol{\alpha}_l^{(n-p)^H}\right]$ où $[\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}]_{k,m} = \sigma^2_{\alpha_l}J_0\Big(2\pi f_dT_s(k-m+pv)\Big)$.

Dans le cadre de cette régression polynomiale, le modèle d'observation dans (1) pour le n-ième symbole OFDM peut être réécrit comme :

$$\mathbf{y}_{(n)} = \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}\ \mathbf{c}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \tag{6}$$

où $\mathbf{c}_{(n)} = [\mathbf{c}_1^{(n)^T}, ..., \mathbf{c}_L^{(n)^T}]^T$ est un vecteur $LN_c \times 1$ et $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}$ est une matrice $N \times LN_c$ qui dépend des délais et des symboles émis [2].

3 Expression de la BCRB

Soit $\hat{\mathbf{c}}(\mathbf{y})$ un estimateur sans biais de $\mathbf{c}$ en utilisant l'ensemble des mesures $\mathbf{y}$. Deux stratégies d'estimation pour $\mathbf{c}$ sont traditionnellement envisagées : la première est basée sur un traitement «hors-ligne» alors que la seconde utilise un traitement «en-ligne». Dans un scénario «hors-ligne», le récepteur attend l'acquisition d'un bloc complet de K observations, *i.e.*, $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_{(1)}{}^T, ..., \mathbf{y}_{(K)}{}^T]^T$, pour estimer $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_{(1)}{}^T, ..., \mathbf{c}_{(K)}{}^T]^T$. Dans un scénario «en-ligne», le récepteur estime $\mathbf{c}_{(n)}$ en utilisant seulement les échantillons précédemment acquis $[\mathbf{y}_{(1)}{}^T, ..., \mathbf{y}_{(n-1)}{}^T]^T$ et l'observation courante $\mathbf{y}_{(n)}$, *i.e.*, $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_{(1)}{}^T, ..., \mathbf{y}_{(n)}{}^T]^T$. La BCRB est l'inverse de la Matrice Bayesienne d'Information (MBI), notée ici $\mathbf{B}$, qui peut être écrite comme suit :

$$\mathbf{B} = \mathrm{E}_{\mathbf{c}}\big[\mathbf{Fi}(\mathbf{c})\big] + \mathrm{E}_{\mathbf{c}}\big[-\Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{c})\big)\big] \tag{7}$$

$$\mathbf{Fi}(\mathbf{c}) = \mathrm{E}_{\mathbf{y}|\mathbf{c}}\big[-\Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{y}|\mathbf{c})\big)\big] \tag{8}$$

avec $p(\mathbf{c})$ est la probabilité à priori et $\mathbf{Fi}(\mathbf{c})$ est la Matrice d'Information de Fisher (MIF). $\Delta_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}$ est l'opérateur de dérivée partielle du second ordre, *i.e.*, $\left[\Delta_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}\right]_{k,m} = \frac{\partial^2}{\partial[\boldsymbol{y}]_k^*\partial[\boldsymbol{x}]_m}$. En utilisant les propriétés de la transformation de paramètres définies en [6] et la relation (3), on

peut déduire à partir de la BCRB pour $\mathbf{c}$, la BCRB de $\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\alpha}_{(1)}{}^T, ..., \boldsymbol{\alpha}_{(K)}{}^T]^T$, où $\boldsymbol{\alpha}_{(n)} = \left[\boldsymbol{\alpha}_1^{(n)T}, ..., \boldsymbol{\alpha}_L^{(n)T}\right]^T$, comme suit :

$$\begin{aligned}\mathbf{BCRB}(\boldsymbol{\alpha}) &= (\nabla_{\mathbf{c}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}})\mathbf{BCRB}(\mathbf{c})(\nabla_{\mathbf{c}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}}^T) + \mathrm{E}\big[\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}^H\big] \\ &= \boldsymbol{\mathcal{Q}}\ \mathbf{BCRB}(\mathbf{c})\ \boldsymbol{\mathcal{Q}}^T + \mathbf{MMSE}\end{aligned} \tag{9}$$

où $\nabla_{\mathbf{x}}$ est l'opérateur de dérivée partielle du premier ordre, $\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \mathrm{blkdiag}\left\{\mathbf{Q}^T, ..., \mathbf{Q}^T\right\}$ est une matrice $KLv \times KLN_c$. Le calcul de la BCRB «hors-ligne» et «en-ligne» est donc donné par :

$$\mathrm{BCRB}(\boldsymbol{\alpha}_{(n)})_{hors-ligne} = \mathrm{Tr}\Big(\mathbf{BCRB}(\boldsymbol{\alpha})_{[i(n),i(n)]}\Big) \tag{10}$$

$$\mathrm{BCRB}(\boldsymbol{\alpha}_{(K)})_{en-ligne} = \mathrm{Tr}\Big(\mathbf{BCRB}(\boldsymbol{\alpha})_{[i(K),i(K)]}\Big) \tag{11}$$

avec $i(n) = 1 + (n-1)Lv : nLv$ la séquence des indices où $n \in [1, K]$ et $\mathbf{X}_{[k_1:k_2,m_1:m_2]}$ la sous-matrice de $\mathbf{X}$ des lignes k_1 à k_2 et des colonnes m_1 à m_2. Finalement, on peut résumer qu'à partir de la BCRB des coefficients polynomiaux BCRB($\boldsymbol{c}$) on obtient la BCRB des gains complexes BCRB($\boldsymbol{\alpha}$). Dans la suite, on détaille le calcul de la BCRB pour un système OFDM sans connaissance des données (NDA). Pour le contexte DA, on déduira l'expression de la vraie BCRB à partir du calcul de la BCRBM obtenue en NDA.

Calcul de $\mathbf{E_c}\big[\mathbf{Fi}(\mathbf{c})\big]$: En utilisant le fait que le bruit $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_{(1)}{}^T, ..., \mathbf{w}_{(K)}{}^T]^T$ est blanc et les symboles OFDM transmis $\mathbf{x}$ sont indépendants, on peut écrire :

$$\Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{y}|\mathbf{c})\big) \ = \ \sum_{n=1}^{K} \Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{c}_{(n)})\big) \tag{12}$$

Il est important de noter que $\Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{y}|\mathbf{c})\big)$ est une matrice $KLN_c \times KLN_c$ diagonale par blocs dont le n-ème bloc de taille $LN_c \times LN_c$ est donné par $\Delta_{\mathbf{c}_{(n)}}^{\mathbf{c}_{(n)}}\ ln\big(p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{c}_{(n)})\big)$. En outre, en raison de la circularité du bruit d'observation, l'espérance de $\Delta_{\mathbf{c}_{(n)}}^{\mathbf{c}_{(n)}}\ ln\big(p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{c}_{(n)})\big)$ par rapport $\mathbf{y}_{(n)}$ et $\mathbf{c}_{(n)}$ ne dépend pas de $\mathbf{c}_{(n)}$. On obtient donc :

$$\mathrm{E}_{\mathbf{c}}\big[\mathbf{Fi}(\mathbf{c})\big] \ = \ \mathrm{blkdiag}\,\{\mathbf{J}, \mathbf{J}, ..., \mathbf{J}\} \tag{13}$$

où $\mathbf{J}$ est une matrice $LN_c \times LN_c$ définie par :

$$\mathbf{J} \ = \ \mathrm{E}_{\mathbf{y},\mathbf{c}}\big[-\Delta_{\mathbf{c}_{(n)}}^{\mathbf{c}_{(n)}}\ ln\big(p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{c}_{(n)})\big)\big] \tag{14}$$

En utilisant le théorème des probabilités totales, le logarithme de la fonction de vraisemblance dans (14)peut s'exprimer sous la forme :

$$ln\big(p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{c}_{(n)})\big) = ln\Big(\sum_{\mathbf{x}_{(n)}} p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{x}_{(n)}, \mathbf{c}_{(n)})p(\mathbf{x}_{(n)})\Big)$$

où le vecteur $\mathbf{y}_{(n)}$ sachant $\mathbf{x}_{(n)}$ et $\mathbf{c}_{(n)}$ est complexe Gaussien de moyenne $\mathbf{m}_{(n)} = \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}\mathbf{c}_{(n)}$ et de matrice de covariance $\sigma^2\mathbf{I}_N$.

Étant donné que chaque élément du vecteur $\mathbf{m}_{(n)}$ dépend de toutes les composantes de $\mathbf{x}_{(n)}$, le calcul de $\mathbf{J}$ est une tâche très complexe. Par conséquent, on se contente de calculer la BCRB Modifiée (en fixant $\mathbf{x}_{(n)}$). En suivant le même raisonnement que précédemment, on obtient :

$$\mathrm{E}_{\mathbf{c}}\big[\mathbf{G}(\mathbf{c})\big] \ = \ \mathrm{blkdiag}\,\{\mathbf{J}_m, \mathbf{J}_m, ..., \mathbf{J}_m\} \tag{15}$$

où $\mathbf{G}(\mathbf{c})$ est la Matrice d'Information de Fisher (MIF) modifiée et $\mathbf{J}_m$ est une matrice $LN_c \times LN_c$ définie et donnée par :

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_m &= \mathrm{E}_{\mathbf{y},\mathbf{x},\mathbf{c}}\big[-\Delta_{\mathbf{c}_{(n)}}^{\mathbf{c}_{(n)}}\ ln\big(p(\mathbf{y}_{(n)}|\mathbf{x}_{(n)}, \mathbf{c}_{(n)})\big)\big] \\ &= \tfrac{1}{\sigma^2}\mathrm{E}_{\mathbf{x}}\Big[\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}^H\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}\Big] \ = \ \tfrac{1}{N^2\sigma^2}\boldsymbol{\mathcal{F}}^H\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{\mathcal{F}}\end{aligned} \tag{16}$$

où $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ et $\mathbf{F}$ sont deux matrices de tailles respectivement $NN_c \times NN_c$ et $NN_c \times LN_c$ définies dans [2].

Calcul de $\mathbf{E_c}\big[-\Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{c})\big)\big]$: D'après (4), $\mathbf{c}$ est un vecteur complexe Gaussien centré de matrice de covariance $\mathbf{R_c}$ de taille $KLN_c \times KLN_c$, on obtient donc : $\mathrm{E}_{\mathbf{c}}\big[-\Delta_{\mathbf{c}}^{\mathbf{c}}\ ln\big(p(\mathbf{c})\big)\big] \ = \ \mathbf{R}_{\mathbf{c}}^{-1}$. Ainsi, on obtient :

$$\mathbf{BCRBM}(\mathbf{c}) = \Big(\mathrm{blkdiag}\,\{\mathbf{J}_m, \mathbf{J}_m, ..., \mathbf{J}_m\} + \mathbf{R}_{\mathbf{c}}^{-1}\Big)^{-1} \tag{17}$$

et ensuite $\mathbf{BCRBM}(\boldsymbol{\alpha})$ à partir de (9).

Dans le contexte DA, les symboles de données transmis $\mathbf{x}_{(n)}$ sont connus au récepteur et donc un moyennage sur les données n'est pas nécessaire. Ainsi, la matrice $\mathbf{J}$ est calculée comme $\mathbf{J}_m$ mais sans faire une moyenne sur les symboles de données $\mathbf{x}_{(n)}$ et par conséquent, cette matrice dépend du n-ème symbole OFDM transmis. D'où, $\mathbf{J}_{(n)}$ est donnée par :

$$\mathbf{J}_{(n)} \ = \ \frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}^H\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)} \ = \ \frac{1}{N^2\sigma^2}\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)}^H\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)} \tag{18}$$

où la matrice $\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)}$ est calculée comme la matrice $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ mais en remplaçant $\mathbf{f}_l$ par diag$\{\mathbf{x}_{(n)}\}\mathbf{f}_l$. À nouveau, la BCRB pour l'estimation de $\boldsymbol{\alpha}$ est obtenue à partir (9). Il est important de noter que la BCRB pour l'estimation de $\boldsymbol{\alpha}$ dans le contexte DA dépend de la séquence des données transmise $\mathbf{x}$.

4 Simulations

Nous présentons des résultats avec un système OFDM tel que : N = 128 sous-porteuse, $N_g = 16$ échantillons de garde. Le canal de Rayleigh est issu de [2] [1], il est composé de $L = 6$ trajets. On considère le cas d'un étalement Doppler élevé $0.05 \leq f_dT \leq 0.5$ et $2 \leq N_c \leq 5$ pour la modélisation polynomiale.

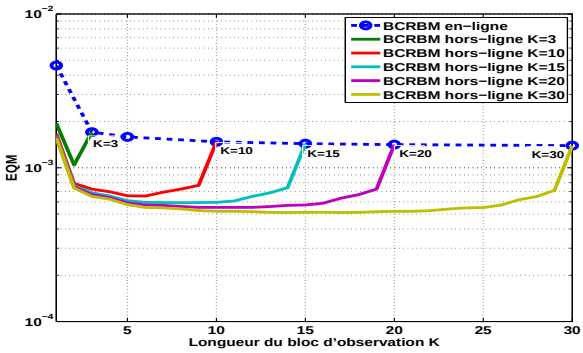

FIG. 1 – BCRB en fonction de K pour RSB = $10dB$, $f_dT = 0.1$ et $N_c = 2$

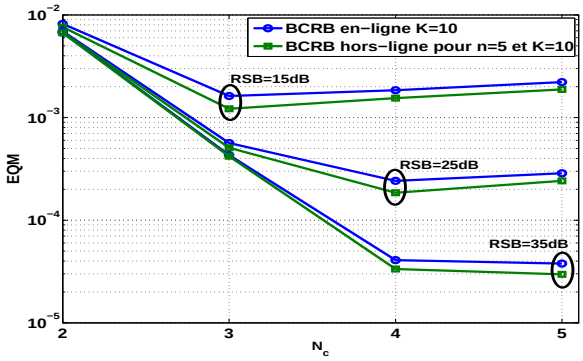

FIG. 2 – BCRB en fonction de N_c pour $f_dT = 0.5$ et RSB = 15dB, 25dB et 35dB

Fig 1 représente les BCRBM «en-ligne» et«hors-ligne» en fonction de l'indice temporel, pour plusieurs longueurs de bloc d'observations K avec $f_dT = 0.1$, $N_c = 2$ et RSB = $10dB$. Concernant le contexte «hors-ligne», les meilleures performances d'estimation des gains complexes sont atteintes en milieu de bloc, tandis que l'estimation à la frontière du bloc est la plus mauvaise. De même dans le contexte «en-ligne», lorsque le nombre d'observation augmente, l'estimateur prend en compte plus d'informations et de ce fait l'estimation peut être améliorée. Ainsi la borne décroît et converge vers une asymptote, due au bruit d'observation. Cependant, afin d'atteindre l'asymptote, il suffit d'utiliser seulement les 3 symboles OFDM précédents pour un canal à grande variation ($f_dT = 0.1$).

On va maintenant étudier le comportement de la borne en fonction de N_c et du RSB sur un bloc d'observations de longueur $K = 10$. La Fig 2 donne la BCRBM, pour un fort étalement Doppler $f_dT = 0.5$, en fonction de N_c pour RSB = 15dB, 25dB et 35dB. On observe que, selon la valeur du RSB, la borne ne décroît pas toujours en fonction de N_c. Pour RSB = $15dB$, 25dB et 35dB, le minimum de la borne est obtenu respectivement en utilisant un polynôme de $N_c = 3$, 4 et 5 coefficients. Cela est dû aux derniers coefficients qui sont négligeables par rapport au niveau de bruit et seront mal estimés en présence de bruit. Par conséquent, afin d'avoir une bonne estimation des variations temporelles des gains complexes en passant par une approximation polynomiale, on peut optimiser le nombre de coefficients du polynôme en fonction du RSB et de f_dT. Cette optimisation donne le meilleur compromis pour limiter les contributions de l'erreur de modélisation et du bruit d'observation. On peut par conséquent introduire une nouvelle BCRB (NBCRB), qui est indépendante de N_c, définie comme suit :

$$\mathbf{NBCRB}(\boldsymbol{\alpha}) = \min_{N_c}\Big(\mathbf{BCRB}(\boldsymbol{\alpha})\Big) \qquad (19)$$

avec $\min_{N_c}(\cdot)$ est le minimum par rapport à N_c.

En conclusion, On a fourni des expressions de la BCRB pour l'estimation des gains complexes «variants» à l'intérieur d'un symbole OFDM. Nous avons proposé une nouvelle BCRB (NBCRB) et nous avons démontré qu'une bonne estimation des variations temporelles des gains complexes peut être obtenue en choisissant le nombre de coefficients de la modélisation polynomiale selon le niveau de bruit et l'étalement Doppler. Ces bornes sont utiles pour analyser la performance des estimateurs des gains complexes pour les scénarios «en-ligne» et «hors-ligne» et, avec et sans connaissance des symboles OFDM (DA :data-aided et NDA :non-data-aided) [2]. En outre, nous avons montré l'intérêt (et chiffrer le gain potentiel) d'utiliser les symboles OFDM précédents dans le processus d'estimation du canal.

Références

[1] H. Hijazi and L. Ros, " Bayesian Cramer-Rao Bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying rayleigh channel in OFDM systems" in *ELSEVIER Signal Processing FAST Communication*, vol. 89, pp. 111-115, January 2009.

[2] H. Hijazi and L. Ros, "OFDM High Speed Channel Complex Gains Estimation Using Kalman Filter and QR-Detector" in *IEEE ISWCS Conf.*, Reykjavik, Iceland, October 2008.

[3] H. Hijazi and L. Ros, " Polynomial estimation of time-varying multi-path gains with intercarrier interference mitigation in OFDM systems" in *IEEE Trans. Vehic. Techno.*, vol. 58, no. 1, January 2009.

[4] H. Hijazi and L. Ros, " Time-varying Channel Complex Gains Estimation and ICI Suppression in OFDM Systems" in *IEEE Global Communications Conf.*, Washington, USA, Nov. 2007.

[5] Z. Tang, R. C. Cannizzaro, G. Leus and P. Banelli, "Pilot-assisted time-varying channel estimation for OFDM systems" in *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, pp. 2226-2238, May 2007.

[6] Steven M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory,* Prentice Hall PTR, 1993.