HAL
open science

Un "savant" du siècle des Lumières : Etienne Bézout (1730-1783), mathématicien, académicien et enseignant

Liliane Alfonsi

To cite this version:

Liliane Alfonsi. Un "savant" du siècle des Lumières : Etienne Bézout (1730-1783), mathématicien, académicien et enseignant. L'approche biographique en histoire des sciences et des techniques : enjeux scientifiques et méthodologiques, Nov 2008, Nancy, France. hal-00446545

HAL Id: hal-00446545

https://hal.science/hal-00446545v1

Submitted on 12 Jan 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un « savant » du siècle des Lumières : Étienne Bézout (1730-1783), mathématicien, académicien et enseignant

Liliane Alfonsi

GHDSO, Université Paris Sud 11

liliane.alfonsi@u-psud.fr

Pourquoi tenter d'écrire la biographie d'Étienne Bézout ? Tout d'abord par intérêt pour les résultats qui portent aujourd'hui son nom en mathématiques, résultats dont je voulais comprendre les divers processus de construction, avec leurs succès et leurs échecs, le côté positif des erreurs et les méthodes négligées sur le moment mais fructueuses à long terme. Ensuite l'étude de ses écrits mathématiques m'a amené à vouloir mieux connaître le personnage de Bézout, son milieu social, sa formation, ses activités aussi bien privées que publiques, sa vie en un mot. Enfin ces morceaux épars donnaient envie d'appréhender non seulement le contexte général dans lequel il évoluait mais aussi les contextes restreints de ses différentes activités, avec leurs spécificités et leurs réseaux. Cela permettait de situer les divers éléments, de trouver-ou non- les motivations et les explications de ses travaux et de ses prises de position en les replaçant dans un ensemble plus vaste qu'ils éclairaient en même temps. Pour résumer toutes les raisons qui m'ont poussée à écrire la biographie d'Étienne Bézout, je reprendrai les mots de Thomas Hankins à propos des éditeurs du Dictionary of Scientific Biography (DSB) :

> As the editors point out, science is created by individuals, and however much it may be driven by forces from outside, these forces work trough the scientist himself. Biography is the literary lens through which we can best view this process[1]

Après avoir décidé l'écriture de cette biographie[2], il fallait trouver les matériaux. Cela m'a conduite à des recherches très diverses et à travailler le plus souvent de façon non linéaire, certains éléments nécessitant un retour en arrière ou en exigeant d'autres pour être compris ou pour en mesurer la portée. Sa vie privée a nécessité un dépouillement systématique d'archives paroissiales, notariales et fiscales, avec les difficultés inhérentes à la lecture de manuscrits du XVIIIe siècle. Sa charge d'académicien demandait la lecture systématique de tous les Procès verbaux des séances de l'Académie de 1756 à 1784 ainsi que celle des archives correspondantes de l'Académie des sciences. Ses hautes fonctions dans les écoles militaires de la Marine et de l'Artillerie exigeaient la consultation des archives de ces deux corps pour la période 1764-1783. Ses travaux mathématiques

---

[1] Thomas L. Hankins, "In defence of biography, the use of biography in the history of science", *History of Science*, vol. 17 (1979), pp. 1-16.

[2] Liliane Alfonsi, *Étienne Bézout (1730-1783) : mathématicien, académicien et professeur au siècle des Lumières*, Thèse de l'Université Paris 6, 2005.

m'ont amenée à un va et vient dans le temps entre les travaux antérieurs à Bézout, ses propres travaux et les travaux postérieurs. Enfin ses cours de mathématiques nécessitaient d'être situés par rapport à l'enseignement de l'époque, aux cours existants et méritaient une étude exhaustive de leur longévité.

Qu'avons-nous retiré de ces recherches ?

I. La découverte d'Étienne Bézout et de ses contextes

1. Sa vie sous forme de notice :

Voici d'abord rapidement sa vie sous forme de notice :

Étienne Bézout est né le 31 mars 1730 à Nemours dans une famille modeste. Orphelin à 20 ans, en 1750, il finit la même année ses études au collège et part à Paris, où il gagne sa vie en tant que maître de mathématiques. Á partir de 1755 au moins, il fait partie de l'entourage de d'Alembert et travaille sur des sujets de pointe en mathématiques. Après avoir présenté deux mémoires à l'Académie, un de mécanique et un sur les intégrales elliptiques, il est élu adjoint académicien en 1758 dans la classe de Mécanique. Il travaille sur le calcul intégral et des problèmes de dynamique jusqu'en 1762, année qui le verra choisir les équations comme son unique sujet de recherche.

En 1764 Choiseul le nomme examinateur des Gardes de la Marine. Cela l'amène à écrire un cours de mathématiques qui sera pendant longtemps une référence, mais aussi, à partir de 1766, à voyager cinq mois par ans pour se rendre dans les trois ports de Brest, Rochefort et Toulon. Cette responsabilité nuit à ses travaux de recherche et, en le tenant éloigné de Paris, retardera sa carrière académique.

Il sera aussi nommé par la suite examinateur des écoles d'Artillerie.

En Mathématiques ses deux œuvres majeures sont un mémoire académique en 1764 et sa *Théorie générale des équations algébriques* en 1779 dans lesquelles il travaille sur le problème de l'élimination. Après des déboires académiques et familiaux, il est finalement nommé académicien pensionnaire le 5 mai 1782 et meurt l'année suivante le 27 septembre 1783.

2. Sa vie personnelle par le dépouillement d'archives

Les seuls renseignements sur la vie personnelle de Bézout venaient de l'« Éloge » succinct prononcé par Marie-Jean de Condorcet après la mort du mathématicien. Il fallait donc revenir aux archives. Les archives paroissiales, notariales et fiscales montrent que la famille de Bézout est modeste. Son grand-père paternel est un marchand pauvre (comme l'indique l'inventaire après décès) dans un petit village à côté de Nemours et ne sait pas écrire, son oncle maternel est épicier

dans la ville, ses tantes paternelles ont épousé des petits commerçants ou des vignerons et l'une d'elle ne peut même pas payer les obsèques de son mari. Seul son père est juriste, « procureur au bailliage de Nemours », c'est-à-dire qu'il instruit les dossiers de ses clients pour leur avocat.
Comment son père a-t-il pu apprendre à lire et à écrire, rien ne l'indique mais on peut supposer qu'il a eu cette opportunité grâce au collège de Nemours qui, communal et séculier, accueillait gratuitement quelques enfants pauvres dont la municipalité payait la scolarité.

Étienne Bézout est le deuxième enfant d'une famille de cinq, quatre fils et une fille. Deux de ses frères termineront la Faculté de droit, avec le titre de Bachelier, Étienne, lui, n'obtient que la maîtrise es arts (fin du collège) sans doute parce qu'il n'y a pas de faculté de sciences - seules existent les Facultés de Droit, de Médecine et de Théologie.
Il est intéressant de noter qu'en 1750, dans l'inventaire de la maison familiale après décès de ses parents, on ne trouve trace d'aucun livre ou ouvrage imprimé, bien que cet inventaire soit extrêmement détaillé, jusqu'aux plus modestes bouts de tissus. Le goût de Bézout pour les mathématiques a donc pu se développer dans un milieu non propice, sans doute donc grâce à l'école et au collège.

Trois des quatre fils, dont Étienne, ont donc fait des études poussées mais dans quelles conditions matérielles et psychologiques ? Aucun texte retrouvé ne permet de le savoir. De même certains évènements avérés par les archives ont sûrement été déterminants dans sa vie :
la mort de sa mère alors qu'il avait huit ans, celle de son père quand il en avait 20 et était en dernière année de collège, la prise en charge de son plus jeune frère à Paris pour lui permettre de continuer ses études au collège de Navarre et à la Faculté de droit, la mort d'une fille en 1773, l'arrestation de son fils, aide de port, en 1782 pour des « fautes et des vices » dont le rapport a soigneusement disparu des Archives de la Marine, fils dont Bézout lui-même demande l'emprisonnement par lettre de cachet sans doute pour éviter le déshonneur d'un procès.
Mais le manque de tout détail interdit l'écriture d'une biographie psychologique ou « existentielle » de Bézout, comme le demande Thomas Söderqvist[3], à moins d'écrire une œuvre de fiction.
C'est la limite des archives consultées : si elles permettent de reconstituer les faits, elles ne permettent pas de mesurer leur incidence psychologique. Seules des correspondances de Bézout ou de ses proches auraient pu favoriser cela, mais les seuls écrits retrouvés, à quelques exceptions près, reconstituent plus son personnage social, le mathématicien et le haut responsable d'écoles militaires, que l'homme lui-même.

Ce qui apparaît par contre fortement, c'est la détermination de Bézout à faire des mathématiques. Il se désigne lui-même comme « estudiant en mathématiques » dans tous les actes

[3] Thomas Söderqvist, "Existential Projects and Existential Choice in Science: Science Biography as an Edifying Genre", *in* M. Shortland and R. Yeo (ed.) *Telling Lives in Science: Essays on Scientific Biography*, Cambridge, Cambridge University Press, 1996, pp. 45-84.

notariés de la succession de ses parents en 1750, alors que cette dénomination n'a pas de sens officiel puisque aucune Faculté de Mathématiques n'existait à l'époque, nous l'avons dit, et que l'on ne faisait de mathématiques que pendant une partie de la dernière année de collège, appelée classe de Philosophie ou de Physique.

De même il est clair que son ambition est de devenir un « savant » en mathématiques et un savant reconnu : peu de temps après la mort de ses parents, il quitte Nemours pour Paris, où il devient « maître de Mathématiques » et où il parvient rapidement à entrer dans l'entourage de Jean d'Alembert qui rencontrait facilement les jeunes mathématiciens venus de province[4] dont il aimait s'entourer et éventuellement aider ou utiliser les travaux. Ces jeunes, une fois à l'Académie, venaient grossir les rangs de son « clan », nous le verrons plus tard. Cette amitié lui apporte rapidement, en 1756, une place de censeur royal en mathématiques, d'Alembert étant un ami personnel de Malesherbes, directeur de la Librairie depuis 1750, qui nommait les censeurs royaux.

Par ailleurs il épouse, entre 1753 et 1760, Rose Cécile Mallard, une jeune fille d'origine modeste (son père est imprimeur à Marseille) mais dont la belle sœur Marie Barbe Guillot, épouse Mallard, est à partir de 1754 la nourrice du futur Louis XVI et à ce titre, très considérée à la cour[5]. Ceci a pu lui servir plus tard lors de sa nomination à des postes de responsabilité.

3. L'Académie des sciences

Avant son élection le 18 mars 1758, Bézout avait présenté deux mémoires à l'Académie, qui avaient été tous deux retenus pour l'impression. Si le deuxième sur le calcul intégral[6] a bien été imprimé, le premier, un mémoire de dynamique ne l'a jamais été, et il est introuvable dans les Archives de l'Académie. La lecture du rapport qui a été fait sur ce mémoire – par d'Alembert et Patrick d'Arcy - permet quand même d'avoir une idée assez précise du contenu.

Or, dès sa première séance Bézout est nommé rapporteur de la deuxième édition du *Traité de dynamique* de d'Alembert, dont il a d'ailleurs écrit toutes les notes, et une étude comparative des ajouts de cette deuxième édition avec le contenu du mémoire de Bézout de 1756, montrent des correspondances troublantes entre les deux. Cela explique sans doute la non publication et la perte du manuscrit vues plus haut. De même, Bézout, disciple reconnaissant de d'Alembert, présente en 1759 trois mémoires de mécanique (dynamique, mécanique céleste, problème des trois corps) sur des sujets de recherche de ce dernier, mémoires qui ont tous reçu un avis favorable pour l'impression et n'ont pourtant jamais été imprimés, les manuscrits étant aussi introuvables.

---

[4] Il y a d'autres exemples dont, parmi les plus célèbres, Pierre-Simon Laplace et le marquis de Condorcet.

[5] Ses appointements étaient de 10000 livres par an alors que, en comparaison, ceux de Charles Camus, examinateur responsable des écoles de l'Artillerie et du Génie, n'étaient que de 3000 livres. Elle devint ensuite femme de chambre du roi et vécut toujours à la cour qu'elle suivit dans l'émigration.

[6] Dont l'un des deux rapporteurs était d'Alembert.

Le goût de Bézout pour l'algèbre apparaît déjà très nettement dans ses deux mémoires sur le calcul intégral (1757 et 1758) – l'un des centres d'intérêt de d'Alembert, sur lequel travaille aussi Louis-Antoine de Bougainville, un autre jeune protégé du célèbre encyclopédiste - qu'il traite de façon résolument algébrique et qui, eux, sont imprimés par l'Académie.

Á partie de 1761 Bézout semble ressentir le besoin de secouer l'emprise de son mentor, tout en restant en bons termes avec lui. Il commence à fréquenter l'abbé Jean Nollet et Charles Camus[7], académiciens plutôt traditionalistes et conservateurs, contrairement à d'Alembert. Peut-être y-est-il aussi poussé par des besoins financiers puisqu'il vient d'être père et que Nollet et Camus lui proposent des cours de physique expérimentale dans les écoles du Génie et de l'Artillerie. Les deux éléments - d'une part l'envie de s'émanciper et de faire enfin des recherches en algèbre, thème de son choix qui, de plus, n'est pas un sujet d'études pour d'Alembert, d'autre part ses besoins matériels d'autant plus pressants qu'il est père de famille - semblent s'être conjugués pour commencer à distendre les liens entre le jeune savant et son illustre aîné. En tout cas, à partir de 1762, Bézout choisit les équations et l'élimination des inconnues comme sujets de recherche, le deuxième étant méprisé par d'Alembert[8], et il s'y tiendra par goût (voir *supra*) et par obligation (on le verra) jusqu'à la fin de sa vie.

Dans la vie académique de cette époque un élément déterminant était le choix des rapporteurs sur les divers sujets présentés. D'Alembert a été nommé neuf fois commissaire sur les dix ouvrages pour lesquels Bézout a eu besoin de l'approbation officielle de l'Académie, et Bézout a été nommé six fois commissaire pour des ouvrages de d'Alembert, les rapports étant chaque fois de sa main. En fait, il a toujours été rapporteur pour ce dernier jusqu'en 1768, plus jamais après.
Les enjeux sont parfois relationnels, parfois scientifiques.
Chaque fois que d'Alembert veut imposer ses vues, Bézout est nommé commissaire même quand les thèmes ne relèvent pas particulièrement de ses compétences. Nous donnerons deux exemples.

Un premier exemple : Condorcet[9], disciple et ami de d'Alembert depuis l'âge de quinze ans (1758), présente à l'Académie en décembre 1761 un mémoire sur les équations différentielles dont les rapporteurs sont Clairaut et Alexis Fontaine. Leur rapport est tout à fait négatif : « nous l 'avons assez mal suivi à cause du peu de soin qu'il a pris d'être clair »[10]. Pour ses trois autres ouvrages (deux mémoires d'analyse en 1765 et 1766 sur le calcul intégral et les équations différentielles, et

[7] L'abbé Jean Nollet et Charles Camus sont tous deux issus de milieux provinciaux et modestes comme Bézout, ce qui peut aussi expliquer leur rapprochement. De plus Camus est originaire du même village que la belle sœur de Bézout, nourrice de Louis XVI : Crécy en Brie.
[8] Dans l'aricle « évanouïr » de l'*Encyclopédie*, d'Alembert écrit sur l'élimination des inconnues : « cela ne présente aucune difficulté ».
[9] Il entrera à l'Académie en 1769.
[10] Registres manuscrits de l'Académie des sciences (*RMAS*), 1761, f. 223.

un livre en 1771 sur l'intégration des équations aux dérivées partielles), les commissaires sont d'Alembert et Bézout, qui ne tarissent pas d'éloges et demandent à chaque fois l'impression.

Un deuxième exemple, le prix de l'Académie de 1766 : Cette année là le thème est l'Astronomie liée au problème de la détermination de la longitude, crucial pour la navigation au XVIIIe siècle. Deux clans s'affrontent, celui d'Alexis Clairaut et Joseph Lalande, tous deux astronomes et partisans de la détermination de la longitude par les distances lunaires des étoiles, et celui de d'Alembert, qui a écrit dans l'*Encyclopédie* que la seule méthode fiable pour cette détermination est l'observation des satellites de Jupiter. Les commissaires sont Bézout, Camus, Pierre Lemonnier, Clairaut et Lalande. Deux sujets sont proposés, l'un sur la Lune, l'autre sur les satellites de Jupiter : le premier a les deux voix de Clairaut et Lalande, le second rallie les trois autres (Lemonnier est astronome mais Bézout et Camus ne le sont pas, Lemonnier et Bézout font partie du clan d'Alembert, Camus est un ami de Lemonnier et de Bézout).

Á la lecture des Procès verbaux des séances de l'Académie c'est toute la vie de cette dernière qui se déroule sous nos yeux. Nous avons déjà évoqué l'importance des clans, on y trouve aussi le rôle de service public de cette assemblée, les différences de niveau social entre les académiciens et l'accueil des femmes « inventeures », « calculatrices » ou correspondantes.

L'Académie royale des sciences de Paris avait dans ses attributions d'examiner tous les phénomènes, toutes les inventions et tous les travaux qui lui étaient soumis. C'est là ce que l'on peut appeler son rôle de service public. Aussi trouve-t-on dans les Procès verbaux des séances (*RMAS*) la présentation des sujets les plus éclectiques, tous donnant lieu à un examen et à un rapport. La toute première séance à laquelle assiste Étienne Bézout en tant qu'académicien, le 8 avril 1758[11], est caractéristique à cet égard. Ce jour-là, les académiciens assistent, dans l'ordre, à : la présentation d'un traité de navigation en espagnol ; celle d'une lunette d'approche anglaise ; la description d'un pont d'abordage ; la présentation d'une perruque « constituée de manière à ne se défriser que difficilement et à n'avoir pas besoin d'être peignée »[12] ; enfin Monsieur Delasône « a fait voir un monstre à deux têtes »[13]. Après cet inventaire à la Prévert, « M. d'Alembert a demandé des commissaires pour examiner la deuxième édition de son *Traité de dynamique*, on a nommé MM de Montigny et Bezout »[14].

Tout phénomène, même le moins crédible, retient l'attention des savants : « M.De Thury a lu une lettre de Panhouët en Bretagne, sur une poule qui après avoir, dit-on, regardé très attentivement l'éclipse du 1er avril, a pondu un œuf sur lequel on voit la figure de l'éclipse. Quelque peu de créance qu'ait pu susciter ce fait, M. De Thury s'est chargé d'écrire à M.Abeille,

[11] Bézout vient d'être élu académicien adjoint le 18 mars 1758.
[12] *RMAS* 1758, f. 349
[13] *Ibid*.
[14] *Ibid*.

correspondant de l'Académie, pour le prier de vérifier »[15]. L'esprit scientifique du siècle des lumières ne rejetait aucune rumeur sans vérification.

Bézout est, par la suite, sollicité pour faire des rapports sur des ouvrages traitant aussi bien de la quadrature du cercle – en voici un exemple : « il suffira pour donner une idée de sa prétendue quadrature, d'en extraire les deux propositions suivantes [...] 1°. Archimède s'est trompé et a jeté tout le monde dans l'erreur, en faisant voir que le rapport de la circonférence au diamètre est moindre que de 22 à 7 et plus grand que de $21\frac{70}{71}$ à 7, et sans plus long examen on l'a cru sur parole.[...] 2°. Le rapport du diamètre à la circonférence est pour le conscrit de 7 à 22, pour l'inscrit de 7 à 21 et pour le circonscrit[16] de 7 à 23. [...] nous pensons que ce que nous venons de rapporter nous dispense d'un extrait plus détaillé et d'une réfutation plus sérieuse pour faire connaître que cette quadrature est erronée »[17] - que de sujets mathématiques de pointe, sur des techniques de navigation ou sur les thèmes les plus divers par ailleurs.

Par l'étude des Procès verbaux des séances on appréhende aussi les différences de niveau social des académiciens parmi lesquels seuls les « pensionnaires » ont droit à une rémunération en tant que tels. Il y a ceux qui n'ont pas de problèmes financiers, d'Alembert, Condorcet, le comte de Lauraguais, Clairaut, etc., soit grâce à leur famille, soit grâce à leur charge qui se confond avec leur recherche. Ceux-ci sont très présents à l'Académie, peuvent se consacrer à leurs travaux, constituer des réseaux et intervenir sur les enjeux personnels, politiques ou scientifiques qui se présentent. Á côté il y a les académiciens obligés de travailler sur d'autres terrains que leur propre recherche pour vivre. Camus, Bézout, Nollet, plus tard Laplace, Bossut et Monge en font partie. Ils ont peu de temps pour leurs sujets de prédilection, leurs charges les éloignent souvent de l'Académie où ils ne peuvent donc jouer des rôles incontournables et ils se retrouvent souvent obligés d'entrer dans des « clans » pour s'assurer un protecteur de leur carrière académique. Il n'y a pas « une » figure de savant mais plusieurs, fortement conditionnées par leur niveau de vie de départ.

Il est aussi intéressant de constater que quelques femmes viennent présenter leurs inventions à l'Académie et y reçoivent le meilleur accueil : Madame Lecomte pour un procédé de fabrication de tapisseries, Madame Dardet inventrice d'un métal blanc et surtout Mademoiselle Bihéron qui fabrique des pièces anatomiques (canal intestinal, fantôme pour la formation des sages femmes). Elle sera défendue par l'Académie dans sa lutte avec les médecins qui ne lui reconnaissent pas le droit de donner des cours d'anatomie. On trouve aussi des femmes parmi les calculateurs de la « Connaissance des tems », recueil d'éphémérides et de tables nautiques et astronomiques publié par l'Académie : Madame du Pierry et Nicole Reine Lepeaute, reconnue par Lalande comme la

---

[15] *RMAS* 1764, p. 205
[16] Il s'agit des cercles inscrit et circonscrit d'un carré, le conscrit étant un cercle qui coupe les cotés du carré.
[17] *RMAS* 1759, f. 641,v°

principale calculatrice et rédactrice du volume 8 des *Éphémérides des mouvements célestes*. Enfin, comme correspondante, on trouve Mademoiselle Ardinghelli qui envoyait à l'Académie la relation de tous les phénomènes de sa région de Campanie, tremblements de terre, éruption du Vésuve, etc.. Une étude exhaustive sur la durée autoriserait sans doute l'écriture d'une prosopographie des femmes en relation avec l'Académie.

4. Le cours de Mathématiques de Bézout et les écoles militaires

En 1764 Étienne Bézout est nommé responsable et examinateur des écoles d'officiers de la Marine. Pourquoi lui propose-t-on la place ? Tout d'abord parce que Choiseul, ministre de la Marine, cherche un jeune académicien et mathématicien et que Bézout correspond à ce profil. Ensuite parce qu'il est recommandé par Camus, examinateur des écoles de l'Artillerie et du Génie et par Nollet, professeur de physique expérimentale dans ces écoles. Ces deux académiciens, déjà âgés, apprécient Bézout pour les qualités qu'il montre dans l'enseignement qu'ils lui ont confié depuis 1761[18] et pour l'aide qu'il leur apporte dans leurs voyages, Camus pour faire passer les examens et Nollet pour ses leçons de Physique. Peut être aussi est-il recommandé à Choiseul par la famille royale, grâce à la nourrice du futur Louis XVI, belle-sœur de Bézout nous l'avons vu.

Pourquoi Bézout accepte-t-il cette lourde charge ? Sa condition sociale est sûrement déterminante. « Il manque de moyens, n'ayant d'autre revenu que celui qu'il retire des écoliers auxquels il enseigne à Paris »[19], alors qu'il est marié et père de famille. Il accepte donc cette charge relativement bien payée (2400 livres)[20], alors qu'il sait qu'elle va être extrêmement chronophage (cinq mois de voyage par an et l'écriture d'un cours), qu'elle va lui laisser peu de temps pour ses travaux et le tenir éloigné du milieu de la recherche mathématique. Son goût pour l'enseignement est aussi une raison importante et sans doute, apprécie-t-il d'avoir une charge reconnue qui le place, pour les écoles, en second après le ministre de la Marine.

On peut remarquer que les autres académiciens qui ont des charges équivalentes, sont aussi des académiciens pauvres : Camus écrira au roi juste avant sa mort pour que celui-ci n'oublie pas sa veuve, sans moyens de subsistance, et Nollet laisse un héritage qui se réduit à quelques objets.

Étienne Bézout écrit son cours de 1764 à 1769. En étudiant l'état de l'enseignement antérieur à 1764, on constate que seules les écoles militaires du Génie et de l'Artillerie enseignent vraiment les mathématiques. On y entre par des concours déjà basés sur les mathématiques, préparés par un grand nombre d'écoles privées. Encore y-a-t-il au sein même de ces écoles, une polémique récurrente et très forte sur les mathématiques « utiles » *versus* les mathématiques

---

[18] Voir *supra*.
[19] Archives nationales-Marine, dossier C/7/29 (AN-M, C/7/29)
[20] Pour rappel, la nourrice du Louis XVI touche 10000 livres par an et Camus 3000 livres.

« théoriques ». Le fait que des académiciens soient nommés examinateurs et inspecteurs est révélateur de la volonté de l'état d'uniformiser l'enseignement et de mettre en place un haut niveau scientifique dans les écoles militaires, contrairement aux collèges et à l'Université. Cela annonce, dès l'Ancien Régime, la spécificité de la future École Polytechnique et la rivalité Université-Grandes écoles en France. Si on étudie les manuels de cours, on voit qu'ils ne contiennent, pour les collèges, que l'arithmétique, la géométrie et éventuellement quelques éléments d'algèbre. Seul le cours de Camus pour les écoles du Génie et de l'Artillerie, qui ne comprend pas l'algèbre, traite en plus de l'arithmétique et de la géométrie, toute la mécanique statique sans faire appel à l'analyse.

Le cours de Bézout comprend un volume d'arithmétique, un autre de géométrie, un troisième volume d'algèbre qu'il place au niveau de sa propre recherche, deux volumes de mécanique contenant le calcul différentiel et intégral, la statique, la dynamique et la mécanique des fluides – sujets qu'il a travaillés sous l'égide de d'Alembert et qui sont une vraie nouveauté dans un cours -, le tout à l'aide de l'analyse et avec un volume presque entier d'applications et d'exercices.

Si l'on considère de plus son style volontairement simple et progressif (il distingue, par la grosseur des caractères, les parties basiques et celles d'un niveau plus élevé) on comprend mieux pourquoi son cours a eu un succès immédiat, bien au-delà des écoles de la Marine. Son succès vaudra à Bézout la responsabilité des écoles d'Artillerie ainsi que l'extension de son cours à ces écoles et ne s'est pas démenti jusqu'à la fin du XIXe siècle[21].

Les archives de la Marine et de l'Artillerie montrent l'importance du rôle de Bézout pour les écoles de ces deux corps d'armée et la minutie dont il fait preuve dans la mise en place de l'enseignement, allant jusqu'à écrire l'emploi du temps des élèves en justifiant l'ordre qu'il a prévu dans les cours et leur durée. Les archives montrent aussi les contestations fortes et récurrentes qu'il doit affronter : cours trouvé trop théorique, contestations de l'importance des examens, de la façon dont ils se passent, etc.

Sa correspondance avec les différents ministres le montre responsable et sûr de lui quant aux réformes qu'il met en place et à leur justification. Elle montre aussi le Bézout homme des Lumières, qui affirme la nécessité d'un enseignement de qualité pour tous et de l'avancement au mérite, son goût des expérimentations techniques dont il fait profiter les lecteurs de son cours et son intérêt pour tous les domaines scientifiques ; homme des Lumières qui répugne à obéir aux ordres pour donner l'examen à un protégé de la cour n'ayant pas le niveau requis et qui se permet de le faire remarquer au ministre mais qui, homme tout court, en contradiction avec ses principes, demande au ministre une place d'aide de port pour son fils alors que ce dernier n'y a aucun droit.

II. Les travaux algébriques d'Étienne Bézout

[21] Le cours de Bézout sera longtemps utilisé pour le concours d'entrée à l'École Polytechnique et, dans ses débuts, à l'École elle-même.

Á partir de 1762, Bézout, on l'a dit, va se consacrer aux équations. Le but de l'étude de ces travaux a été de comprendre trois aspects de « l'analyse algébrique finie », suivant l'appellation de l'époque, et de son développement : la culture algébrique de l'époque, les procédés d'innovation mathématique de Bézout et la postérité de ses résultats.

En 1762, il présente un mémoire sur les équations à une inconnue, cherchant une méthode d'élimination qui puisse se généraliser à tous les degrés, y compris les degrés supérieurs ou égaux à cinq. N'y arrivant pas, il cherche alors des conditions qui, si elles étaient vérifiées, rendraient les équations résolubles. On voit, dès ce mémoire, ce qui sera par la suite la règle chez Bézout : ses écrits publiés, bien loin d'être des brouillons, ne cachent rien, néanmoins, de sa démarche de recherche. Les essais infructueux sont là, de même que les exemples avec les conditions particulières qu'il prend pour chercher si certaines d'entre elles ne permettent pas d'aller plus loin.

En 1765, il revient sur la résolution des équations à une inconnue, et si, bien sûr, il échoue encore pour le cinquième degré, il trouve des classes d'équations résolubles et surtout il montre que des points de symétrie dans les coefficients interviennent dans les solutions obtenues.
Euler, simultanément et indépendamment, va aussi écrire un mémoire sur la question avec une méthode très voisine, mais il n'aborde aucune question de symétrie. Les relations entre les Académies sont fortes puisque chacun est au courant de la publication de l'autre.

Leurs échecs seront les sources du futur succès : c'est en étudiant longuement leurs méthodes et les raisons de leurs échecs que Lagrange en 1771 dans un mémoire célèbre[22], mettra à jour l'importance pour l'existence de solutions, des fonctions symétriques des racines et posera les conditions nécessaires pour les futures méthodes. Vandermonde avait présenté en 1770 un mémoire dans le même sens, mais bien moins explicite, à l'Académie de Paris et Bézout, rapporteur avec Condorcet, avait applaudi ces nouvelles orientations.

En 1764, il écrit une de ses œuvres les plus importantes[23], celle dans laquelle il est le premier à montrer rigoureusement que le degré de la résultante de deux équations est au plus égal au produit des degrés. C'est là aussi qu'il commence à mettre en place l'algorithme qui deviendra le Bézoutient mais qu'il énonce seulement l'idée qui donnera sa fameuse identité.

Bézout a un point de départ : Euler et Cramer ont déjà démontré simultanément mais indépendamment que le degré de la résultante de deux équations est au plus égal au produit des degrés et modestement Bézout ne remet pas en cause leurs démonstrations. Pourtant elles s'appuient sur un présupposé que nous savons aujourd'hui être faux et qui déjà apporte des aspects flous

[22] Joseph-Louis Lagrange, « Réflexions sur la résolution algébrique des équations », *Mémoires de l'Académie des sciences et belles lettres de Berlin*, années 1770-1771, 216 pages.
[23] Étienne Bézout, « Recherche sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues et sur les moyens qu'on doit employer pour trouver ces équations, *Mémoires de l'Académie royale des sciences 1764*, Paris, 1767, pp. 288-338.

qu'Euler perçoit : « s'il y a dans cette démonstration encore quelque obscurité, cela vient de sa grande généralité »[24]. Bézout décide une autre approche - « je réduis dans ce mémoire tout le travail de l'élimination à éliminer des inconnues au premier degré »[25] - qui le conduit à une démonstration exacte et rigoureuse. On a là un exemple d'amélioration de la production du savoir mathématique : Euler et Cramer ont une démonstration non constructive et dont Euler soupçonne bien qu'elle n'est pas satisfaisante. Bézout, en revenant sur ce problème, construit la résultante et donne donc un résultat incontestable.

Par contre Bézout échoue ensuite quand il passe à trois équations à trois inconnues, *a fortiori* pour les dimensions supérieures. Mais tous ses essais sont transcrits avec les résultats partiels qu'il obtient sur des cas particuliers.

Pour le deuxième algorithme qu'il propose (actuel Bézoutient) il n'y arrive que dans le cas de degrés égaux, mais il montre bien, là aussi, comment il échoue pour des degrés différents. Une phrase traduit sa frustration de ne pas avoir assez de temps (en 1764, il a déjà commencé à travailler pour la marine) : « Je crois ces méthodes très susceptibles de perfection, c'est un travail auquel j'invite ceux qui seront assez heureux pour avoir plus de temps à dépenser que moi »[26]. Bézout reviendra sur ce deuxième algorithme pour le cas de degrés inégaux, et réussira cette fois ci, mais il ne le publiera que dans son livre de cours d'algèbre. Jusqu'à sa nomination comme examinateur il avait écrit pour les académiciens, savants comme lui. À partir de 1764, coupé de l'Académie par sa charge, ses cours sont devenus ses seules publications et il y place ses propres recherches. Ceci nuira à sa postérité car Carl Jacobi découvrant le résultat en 1832 dans un livre de cours le prendra pour un résultat anonyme, et, travaillant dessus, s'attribuera la gloire des développements obtenus.

Pendant que les autres mathématiciens travaillent surtout sur « l'analyse infinie », Bézout, éloigné des sources vives de recherche et ne faisant partie d'aucun réseau - de par ses origines, son manque de temps et le refroidissement de ses relations avec d'Alembert -, n'a pas d'opportunités pour s'intéresser à d'autres sujets que celui qu'il a choisi en 1762. C'est sans doute, une des raisons qui le fait persévérer en algèbre et aboutir à son traité de 1779, la *Théorie générale des équations algébriques*, dans lequel il montre que *n* équations à *n* inconnues ont au plus autant de solutions que le produit de leurs degrés, ce qui deviendra le théorème de Bézout. Sa préface est remarquable, c'est une analyse fine et précise de toutes les raisons qui ont entraîné son échec de 1764 quand il avait voulu généraliser son théorème à plus de deux équations à deux inconnues. Il montre comment cette analyse l'a conduit à une nouvelle idée qui, elle, mène au succès.

---

[24] Leonhard Euler, « Démonstration sur le nombre de points où deux lignes des ordres quelconques peuvent se couper », *Mémoires de l'Académie des sciences et belles lettres de Berlin (1748)* [4], Berlin, 1750, p. 246.
[25] Recherche sur le degré..., *op. cit*., p. 291.
[26] *Ibid*.

Seules les trente quatre premières pages ont été utilisées. Le reste, qui est pourtant une mine d'idées sur le choix des coefficients et de leur dénombrement, n'a pas été utilisé jusqu'à ce jour.

Malgré l'appui et l'excellent rapport de Laplace à l'Académie, le 17 avril 1779, son traité n'eut pas de retentissement immédiat, le sujet étant méprisé par d'Alembert et donc par son clan majoritaire chez les académiciens. Son manque de réseau en France et à l'étranger, l'empêcha de contrer ce manque de reconnaissance qui va se traduire immédiatement : Charles Bossut, ami de d'Alembert, académicien depuis dix ans seulement (Bézout l'est depuis vingt ans) et bien loin d'avoir une œuvre comparable à celle de Bézout, est élu, le 7 décembre 1779, académicien pensionnaire devant ce dernier, après des cabales politiciennes montées par d'Alembert.

Les trois résultats qui portent aujourd'hui son nom, ne lui furent attribués que bien après sa mort : le Théorème de Bézout par Laplace au cours d'une leçon à l'École normale de l'an III en 1795, le Bézoutient reçu son nom de James-Joseph Sylvester en 1853, après avoir été longtemps attribué à Jacobi (voir *supra*) et l'identité de Bézout porte son nom depuis 1949 grâce au choix fait après la guerre par l'équipe Bourbaki, équipe de mathématiciens français, alors qu'elle aurait pu porter le nom de l'allemand Dedekind qui l'avait clairement démontrée par sa théorie des Idéaux. Actuellement c'est le Bézoutient qui est le plus utilisé dans la recherche mathématique. Après sa redécouverte et son utilisation intensive au XIXe siècle, il était retombé dans l'oubli jusqu'à ce que l'informatique en permette un usage algorithmique très performant pour de nombreuses applications.

III. Conclusion

Le but de cet exposé était de montrer comment les recherches nécessaires pour écrire la biographie d'Étienne Bézout fournissent des données qui, si elles permettent mal de cerner tous les côtés psychologiques du personnage, permettent en revanche d'éclairer, au-delà de sa vie elle-même, des pans entiers de l'histoire de l'Académie des sciences, de l'enseignement des mathématiques en France et de l'histoire interne de la géométrie algébrique réelle, en reconstituant les contextes de ses activités et la place de ses travaux. Le but était aussi de faire voir comment l'étude des textes mathématiques de Bézout, très explicites à cet égard, montraient les mathématiques en train de se faire avec les réussites mais aussi les tâtonnements et les échecs, l'analyse de ces échecs et les changements de méthodes qu'ils impliquent. Loin de la présentation habituelle où seuls apparaissent les résultats que l'on sait être, avec le recul, correctement démontrés et les avancées qu'ils entraînent, c'est par la démarche d'un mathématicien qui fait face aux problèmes de son temps, avec les connaissances de son époque et son esprit faillible, que l'on saisit la façon très humaine et artisanale dont les mathématiques peuvent avancer.

Curieusement son dernier mémoire nous amène à un événement que l'on n'a redécouvert, compris et commencé à étudier que depuis peu : Bézout a écrit et présenté à l'Académie le 16 août 1783, donc un mois avant de mourir, un mémoire « Sur les brumes et les brouillards des mois de juin et juillet 1783 », qui est malheureusement introuvable. Mais on peut consulter un mémoire de Mourgue de Montredon « Sur l'origine et la nature des vapeurs qui ont régné dans l'atmosphère pendant l'été de 1783 » qui décrit un phénomène inhabituel de brouillards sentant le soufre, retrouvés dans toute l'Europe et durant tout l'été, dont la cause n'était pas connue. On sait aujourd'hui que l'éruption du volcan Laki, en Islande, du mois de mai 1783 jusqu'en 1784, a recouvert l'Europe entière d'un brouillard sec et chargé de soufre. Des études récentes, géologiques et historiques dans des archives locales anglaises et françaises ont permis d'analyser quantitativement les rejets d'acide sulfurique dans l'atmosphère et l'accroissement sensible du taux de mortalité en Angleterre et en France depuis l'été 1783 jusqu'à la fin de 1784[27]. Y a-t-il lien de cause à effet ? Euler, d'Alembert et Bézout sont tous les trois morts dans les mois de septembre et d'octobre 1783.

[27] Grattan J., Rabartin R., Self S., Thordarson T., "Volcanic air pollution and mortality in France 1783-1784", *Comptes Rendus Géoscience* 337, (2005), pp. 641-651.