



**HAL**  
open science

# Une stratégie micro-méso avec préconditionnement structural pour l'analyse au délaminage des composites stratifiés

Pierre Kerfriden, Olivier Allix, Pierre Gosselet

## ► To cite this version:

Pierre Kerfriden, Olivier Allix, Pierre Gosselet. Une stratégie micro-méso avec préconditionnement structural pour l'analyse au délaminage des composites stratifiés. Neuvième colloque national en calcul des structures, May 2009, Giens (Var), France. pp.405-410. hal-00437258

**HAL Id: hal-00437258**

**<https://hal.science/hal-00437258>**

Submitted on 30 Nov 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une stratégie micro-méso avec préconditionnement structural pour l'analyse au délaminage des composites stratifiés

P. Kerfriden, O. Allix, P. Gosselet

LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)  
61 av. du Président Wilson, F-94230 Cachan, France  
{kerfriden,allix,gosselet}@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — La résolution de problèmes de délaminage dans les structures stratifiées de grande taille, modélisées à l'échelle mésoscopique, nécessite l'emploi de méthodes parallèles. La stratégie à la base de nos travaux est un solveur itératif de problèmes non-linéaires sous-structurés, incluant une phase de résolution d'un problème homogénéisé global nécessaire à l'obtention de l'extensibilité numérique. Cet article propose une résolution efficace de ce problème dans le cas du délaminage de grandes structures, traité ici par utilisation d'interfaces cohésives.

**Mots clés** — délaminage, décomposition de domaine, multiéchelle.

---

## 1 Introduction

La modélisation du délaminage repose aujourd'hui très largement sur des approches « méso-scopiques », dans lesquelles le composite est décrit comme un empilement de plis (éventuellement endommageables) et d'interfaces dégradables [1, 2]. L'utilisation directe de ce type de modèles, outre les difficultés inhérentes à la fissuration multiple, conduit rapidement à des problèmes de taille considérable, l'échelle caractéristique étant celle du pli élémentaire, soit environ un dixième de millimètre. Les problèmes de stratifiés composites épais, de plus en plus utilisés pour les pièces primaires, sont aujourd'hui hors de portée. L'obtention de la solution de tels problèmes passe probablement par l'utilisation et l'adaptation d'un ensemble de méthodes et techniques, parmi lesquelles les stratégies de calcul parallèle basées sur les décompositions de domaine [3, 4], certaines d'entre elles proposant une approche multiéchelle « mécanique » [5], les stratégies de calcul non-linéaire et leur adaptation dans le cas des approches de décomposition de domaine [5, 6] ou encore les approches de type X-FEM [7], G-FEM [8] et E-FEM [9], proposant un enrichissement local de l'espace de recherche de la solution.

Dans cette étude, nous avons travaillé sur les deux premières idées en prenant pour point de départ la stratégie itérative de décomposition de domaine mixte à deux échelles décrite dans [5], en raison de l'efficacité du traitement de comportements non-linéaires complexes. Nous nous concentrons ici sur le modèle d'interface dégradable proposé par [1], le comportement des plis restant orthotrope linéaire. L'application directe de la méthode retenue à ce type de problème, détaillée dans la section 2, a permis d'en tester la validité mais également de dégager un certain nombre de difficultés liées aux spécificités du problème traité :

- (I) taille excessive, dans le cas de sous-structuration associée aux plis du stratifié, du problème de seconde échelle (dit « macroscopique »), résolu à chaque itération du solveur,

- (II) limitation de l'échelle macroscopique à capter les effets à grande longueur de variation associés aux fissures de délaminage,
- (III) forte dépendance du nombre d'itérations du solveur à l'état de délaminage des interfaces entre sous-domaines,
- (IV) difficulté de passage des points critiques.

Seules les solutions apportées aux points (I) et (II) seront détaillées ici. Les autres mettent en oeuvre l'intégration d'un algorithme de continuation, et l'adaptation des paramètres de la stratégie (raccord mixte aux interfaces) aux non-linéarités du modèle [10].

Pour traiter efficacement le problème macroscopique (point (I)), pouvant impliquer un nombre de degrés de liberté considérable, une résolution parallèle par la méthode BDD [3] a été retenue. Cette résolution peut être effectuée de manière approchée en ne pratiquant qu'un très faible nombre d'itérations du solveur itératif de Krylov, sans dégrader la convergence du processus global.

Les difficultés du point (II) sont liées au caractère quasi-singulier des solutions sur le front de délaminage. Les effets non-locaux sont mal captés dans l'espace macroscopique usuel. Aussi, un traitement spécifique consistant en une résolution quasi-exacte sur les sous-domaines impactés par le délaminage a été mise en oeuvre.

## 2 Méthode de décomposition de domaine à deux échelles

### 2.1 Décomposition du domaine en sous-structures et interfaces

L'originalité de la stratégie [5] repose sur l'attribution aux interfaces de champs statiques et cinématiques propres, ainsi que d'une relation de comportement (Figure (2)). La sous-structuration pratiquée ici est alors guidée par le choix d'attribuer le comportement cohésive du modèles aux interfaces de la méthode de décomposition de domaine mixte (Figure (1)).

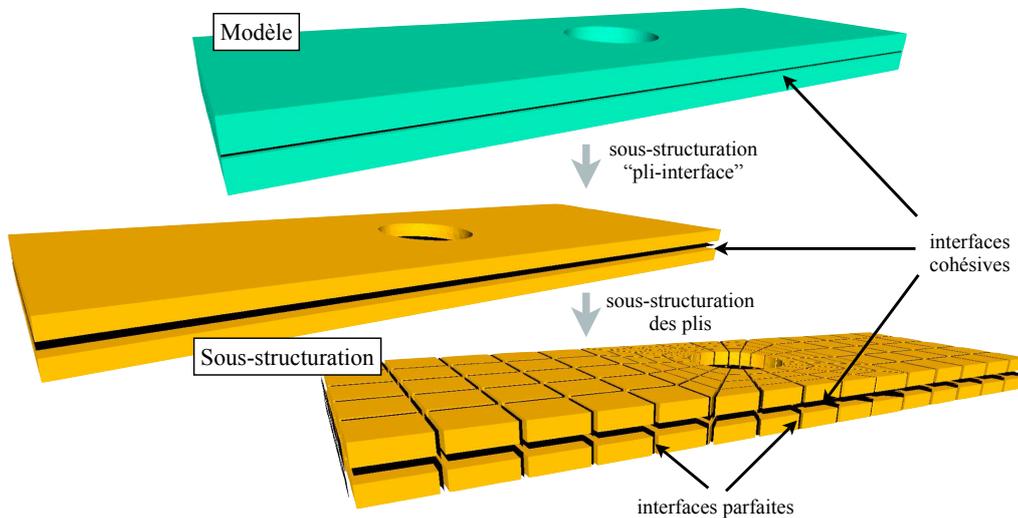


Figure 1 – Sous-structuration « topologique » du stratifié

Le problème sous-structuré à résoudre consiste à rechercher  $(\underline{u}_E, \underline{F}_E, \underline{W}_E)_{E \in \mathbf{E}}$  vérifiant :

– Pour toutes les sous-structures  $E$  appartenant à la structure  $\mathbf{E}$  :

- $\underline{u}_E|_{\partial\Omega_E} = \underline{W}_E$
- $\int_{\Omega_E} Tr(\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}_E) K \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}_E^*)) d\Omega = \int_{\Omega_E} \underline{f}_{E,d} \cdot \underline{u}_E^* d\Omega + \int_{\partial\Omega_E} \underline{F}_E \cdot \underline{W}_E^* d\Gamma$

Cet ensemble d'équations linéaire peut être formellement condensé sur les interfaces de chaque sous-structure  $E$ , en introduisant l'opérateur de Steklov-Poincaré  $\underline{S}_E$  de  $E$  :

$$\underline{F}_E = \underline{S}_E \underline{W}_E + \underline{F}_{E_d} \quad (1)$$

– Pour toutes les interfaces  $\Gamma_{EE'}$  telles que  $E \in \mathbf{E}$  et  $E'$  sous-structure adjacente à  $E$  :

- $\mathcal{R}(\underline{F}_E, \underline{F}_{E'}, \underline{W}_E, \underline{W}_{E'}) = 0$  (relation de comportement de l'interface) (2)

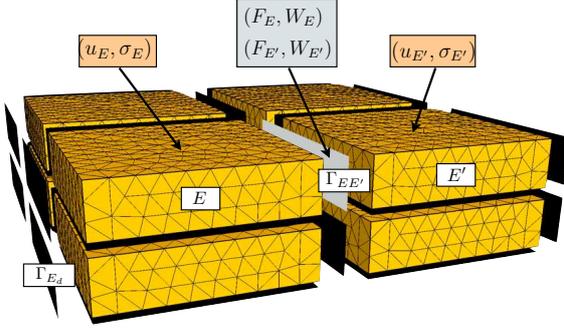


Figure 2 – Champs sous-structurés

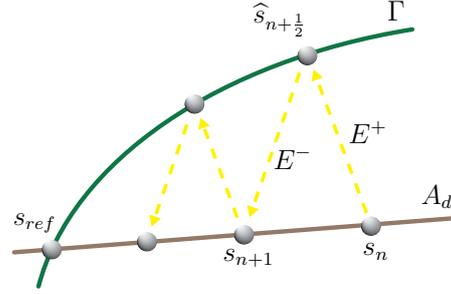


Figure 3 – Algorithme LaTIn

## 2.2 Algorithme de résolution

Une solution d'interface  $s = (\underline{F}_E, \underline{W}_E)_{E \in \mathbf{E}}$  au problème non-linéaire sous-structuré est cherchée, à chaque incrément d'un schéma d'intégration temporel implicite, par un algorithme itératif à deux étapes LaTIn (Figure (3)).

### 2.2.1 Etape locale

On recherche une solution notée  $\hat{s} = (\hat{\underline{F}}_E, \hat{\underline{W}}_E)_{E \in \mathbf{E}}$  vérifiant les équations locales (éventuellement non-linéaires) (2) sur chacune des interfaces et une équation supplémentaire dite de direction recherche, notée  $E^+$ , introduite localement sur les interfaces :

$$(\hat{\underline{F}}_E - \underline{F}_E) - k_E^+(\hat{\underline{W}}_E - \underline{W}_E) = 0 \quad (3)$$

Les variables  $\underline{F}_E$  et  $\underline{W}_E$  sont ici connues, issues de la demi-itération précédente.

### 2.2.2 Etape linéaire

On recherche  $s = (\underline{F}_E, \underline{W}_E)_{E \in \mathbf{E}}$  solution des équations linéaires (1) sur chaque sous-structure et vérifiant au mieux une équation de direction recherche  $E^-$  locale sur les interfaces sous une contrainte d'équilibre partiel des efforts d'interface :

$$\begin{cases} \underline{F}_E|_{\Gamma_E} = \arg \min \int_{\Gamma_E} \left( \frac{1}{2k_E^-} (\underline{F}_E - \hat{\underline{F}}_E)^2 + (\underline{F}_E - \hat{\underline{F}}_E) \cdot (\underline{W}_E - \hat{\underline{W}}_E) \right) d\Gamma \\ \forall \underline{W}^{M^*} \in \mathcal{W}^M, \forall E' \text{ voisin de } E, \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{W}^{M^*} \cdot (\underline{F}_E + \underline{F}_{E'}) d\Gamma = 0 \end{cases} \quad (4)$$

où  $\mathcal{W}^M$  est « l'espace des déplacements macroscopiques » d'interface. Par la donnée d'un « espace des efforts macroscopiques » d'interface  $\mathcal{F}^M$  vérifiant :

$$\begin{cases} \forall \underline{W}^{M^*} \in \mathcal{W}^M, \exists! \underline{F}^M \in \mathcal{F}^M / \int_{\Gamma_{EE'}} (\underline{F} - \underline{F}^M) \cdot \underline{W}^{M^*} d\Gamma = 0 \\ \forall \underline{F}^{M^*} \in \mathcal{F}^M, \exists! \underline{W}^M \in \mathcal{W}^M / \int_{\Gamma_{EE'}} (\underline{W} - \underline{W}^M) \cdot \underline{F}^{M^*} d\Gamma = 0 \end{cases} \quad (5)$$

la contrainte d'équilibre partiel s'écrit au niveau des composantes macroscopiques, soit

$$\underline{F}_E^M |_{\Gamma_{EE'}} + \underline{F}_{E'}^M |_{\Gamma_{EE'}} = 0 \quad (6)$$

ce qui conduit à la résolution d'un problème global portant sur les inconnues macroscopiques. Comme prescrit par le principe de Saint-Venant, l'espace macroscopique comprend les moments et résultantes des efforts d'interface. Usuellement on inclut également les modes d'extension.

### 3 Adaptation du problème macroscopique

L'espace macroscopique usuellement retenu est inadapté au problème de délaminage traité :

- Sur le front de délaminage, les concentrations de contrainte sont mal représentées dans l'espace macroscopique. Les quantités microscopiques d'interface, traitées localement, ont ici un effet global sur la structure, ce qui implique une perte d'extensibilité de la stratégie.
- La sous-structuration proposée impose une dépendance du nombre de sous-structures aux dimensions du stratifié simulé. En conséquence, le problème macroscopique devient de taille considérable pour des structures réelles, et sa résolution directe est proscrite.

#### 3.1 Sous-résolutions locales en pointe de fissure

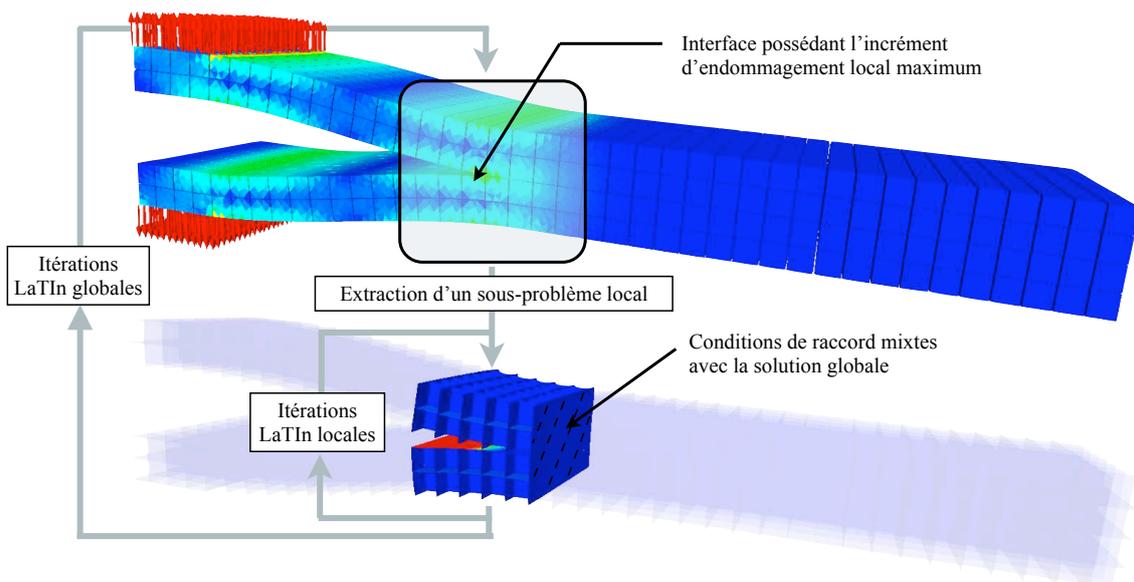


Figure 4 – Sous-itérations non-linéaires sur un cas test de type « DCB »

Afin de diffuser l'information à effet lointain générée en pointe de fissure, on résout par la méthode de décomposition de domaine mixte décrite dans la section 2 un problème non-linéaire posé sur une zone extraite autour du front de délaminage, à chaque itération LaTin globale (Figure (4)). Ce sous-problème est défini sur un ensemble de sous-structures localisées autour de l'interface possédant l'incrément d'endommagement maximum, ce qui assure l'automatisation d'un processus lors de l'avancée de fissure.

Un choix particulier est nécessaire pour définir les conditions aux limites du sous-problème. Un raccord entre les quantités recherchées localement et la solution de l'itération globale précédente est imposé sur les interfaces de bord du sous-problème. Afin de respecter le paradigme LaTin, ce raccord est effectué selon la direction de descente  $E^-$  de la dernière étape linéaire globale.

Cette stratégie permet d'éviter la dépendance du nombre d'itérations LaTIn globales à l'état d'endommagement de la structure (Figure (5)). L'extensibilité est ainsi recouvrée.

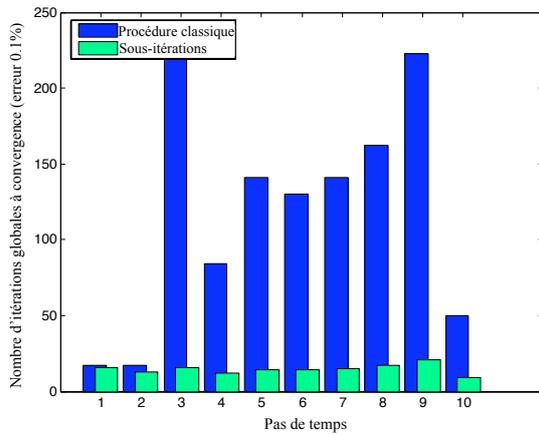


Figure 5 – Nombre d'itérations LaTIn globales à l'initiation (pas de temps 1 et 2) et à la propagation du délaminage sur un cas DCB

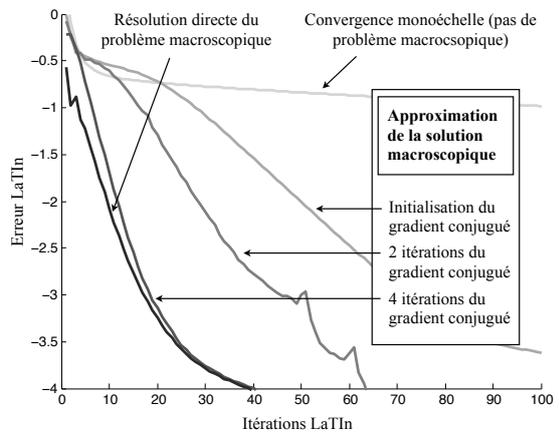


Figure 6 – Convergence LaTIn pour différents niveaux d'erreur sur la résolution itérative du problème macroscopique

### 3.2 Résolution itérative du problème macroscopique

Le problème macroscopique est résolu par la méthode de décomposition de domaine BDD [3]. Pour cela, l'ensemble des sous-structures traitées sur un même processeur sont regroupées en super-sous-structures, séparées par des super-interfaces (Figure (7)). Après condensation sur ces super-interfaces, le problème est résolu par un solveur de Krylov augmenté. Nos tests (Figure (6)) montrent qu'un nombre limité d'itérations du gradient conjugué suffit à assurer l'extensibilité de la méthode. Ce résultat est interprété comme un filtrage des composantes nécessaires à la propagation de l'information macroscopique pertinente.

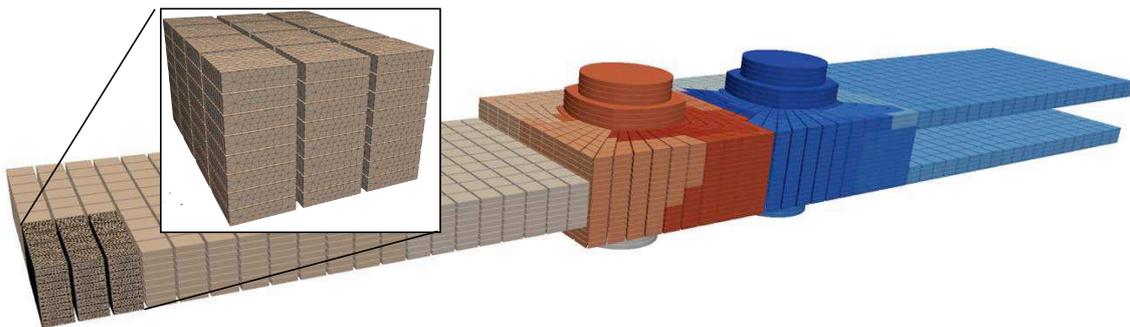


Figure 7 – Discrétisation ( $12 \cdot 10^6$  degrés de liberté), sous-structuration (11 000 sous-structures) et super-sous-structuration (29 processeurs) d'une liaison boulonnée

Munie de ces améliorations, la stratégie montre d'excellentes propriétés d'extensibilité, tant au niveau du nombre d'itérations effectuées que de la mémoire utilisée sur l'architecture de calcul, ou encore du temps CPU cumulé. Le calcul de la liaison de séquence d'empilement  $[0 \ 90 \ 90 \ 0]_s$  représentée Figure 7 est mené sur 70 pas de temps (de durée moyenne 30 minutes pour un critère d'erreur de 1%). L'endommagement des interfaces cohésives obtenu au dernier pas de temps de l'analyse est représenté Figure (8). La dissymétrie observée est consécutive à l'utilisation d'un algorithme de continuation pour résoudre ce problème hautement instable.

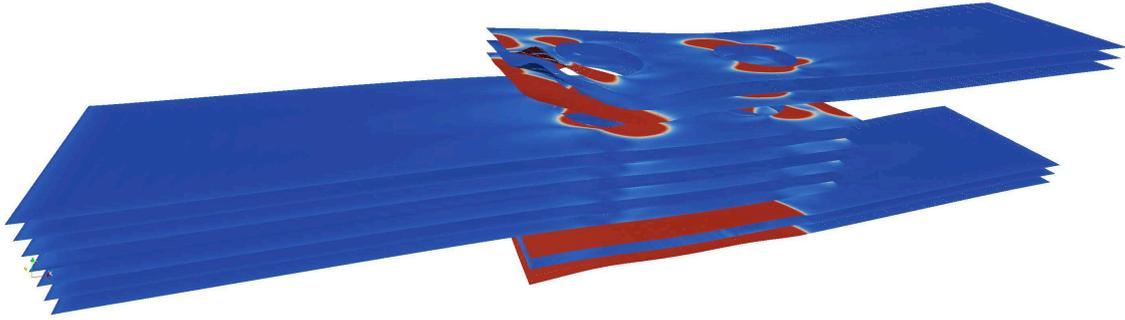


Figure 8 – Endommagement et déformée des interfaces cohésives de la liaison boulonnée

## 4 Conclusion

Le délaminage de structures stratifiées de taille réelle peut être efficacement simulé en utilisant une stratégie de décomposition de domaine LaTIn. Afin d'assurer l'extensibilité de la stratégie parallèle, la résolution du problème grossier a été modifiée, d'une part en filtrant la partie pertinente de l'information à transmettre rapidement au cours des itérations, et d'autre part en effectuant des calculs spécifiques sur le front de délaminage. Les travaux actuels portent sur la réutilisation des espaces générés par le solveur de Krylov de la méthode de résolution du problème grossier afin de diminuer les coûts de cette étape.

## Références

- [1] O. Allix and P. Ladevèze. Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Computers and structures*, 22 :235–242, 1992.
- [2] J.C.J. Schellenkens and R. De Borst. On the numerical integration of interface elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36(1) :43–66, 1993.
- [3] J. Mandel. Balancing domain decomposition. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 9(233-241), 1993.
- [4] P. Gosselet and C. Rey. Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 13 :515–572, 2006.
- [5] P. Ladevèze and A. Nouy. On a multiscale computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192 :3061–3087, 2003.
- [6] P. Cresta, O. Allix, C. Rey, and S. Guinard. Nonlinear localization strategies for domain decomposition methods in structural mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196 :1436–1446, 2007.
- [7] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal of Engineering Science*, 46 :131–150, 1999.
- [8] T. Strouboulis, K. Coops, and I. Babuška. The generalized finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(32-33) :4081–4193, may 2001.
- [9] C. Callari and F. Armero. Finite element methods for the analysis of strong discontinuities in coupled poro-plastic media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191 :4371–4400, 2002.
- [10] P. Kerfriden. *Stratégie de décomposition de domaine à trois échelles pour la simulation du délaminage dans les stratifiés*. PhD thesis, ENS de Cachan, 2008.