



**HAL**  
open science

## Stratégie de calcul haute performance pour les structures composites

Felipe Bordeu, Pierre-Alain Boucard, Pierre Gosselet

► **To cite this version:**

Felipe Bordeu, Pierre-Alain Boucard, Pierre Gosselet. Stratégie de calcul haute performance pour les structures composites. Neuvième colloque national en calcul des structures, May 2009, Giens (Var), France. pp.297-302. hal-00437250

**HAL Id: hal-00437250**

**<https://hal.science/hal-00437250>**

Submitted on 30 Nov 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Stratégie de calcul haute performance pour les structures composites

F. Bordeu<sup>1</sup>, P.A. Boucard<sup>1</sup>, P. Gosselet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)  
61 Av. du Président Wilson, F-94230 Cachan, France  
{bordeu,boucard,gosselet}@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — L'utilisation de matériaux composites dans les industries aéronautique et aérospatiale a permis une réduction considérable du poids des structures. Mais l'utilisation de ces matériaux est actuellement limitée par la difficulté de simulation et de prédiction de la ruine sur des structures complexes. L'utilisation d'un modèle d'endommagement à l'échelle du pli nous permet de prendre en compte les principaux mécanismes de dégradation des composites stratifiés. Une stratégie de résolution parallèle avec relocalisation non-linéaire est utilisée pour améliorer les performances.

**Mots clés** — calcul parallèle, méthode de décomposition de domaine, méthode Newton-Krylov-Schur, endommagement, matériaux composites.

---

## 1 Introduction

Depuis une trentaine d'années les matériaux composites remplacent progressivement les alliages métalliques. L'utilisation de ces matériaux, particulièrement dans les industries aéronautique et aérospatiale, a permis une réduction considérable du poids des structures.

La certification des structures en composite est une procédure complexe. Elle implique une vaste série d'essais souvent très coûteux. Par exemple, la certification d'un aéroplane commercial nécessite deux essais sur des fuselages complets.

Les phénomènes de dégradation qui interviennent dans la ruine d'une structure sont bien connus [1] ; l'utilisation de ces matériaux est actuellement limitée par les capacités de simulation et de prédiction de la ruine de grandes structures.

Ces simulations sont caractérisées par leur complexité et leur taille. Cette complexité est due principalement à l'utilisation de modèles fortement non-linéaires qui doivent rendre compte de nombreux mécanismes de dégradation, dont certains sont définis à des échelles fines (endommagement, plasticité, viscosité, rotation des fibres, etc), et dont certains requièrent, à ces échelles, la prise en compte de phénomènes non-locaux.

Utiliser de telles modélisations sur des structures complexes nécessite des discrétisations comportant un grand nombre de degrés de liberté (au mois  $10^6$  ddls pour une petite éprouvette). C'est pourquoi, pour pouvoir mener à bien de telles simulations, l'utilisation de méthodes de décomposition de domaine permettant de paralléliser les calculs est indispensable.

Le reste du papier est organisé comme suit : la section 2 rappelle brièvement le modèle utilisé, la section 3 présente la stratégie de résolution retenue, la section 4 démontre la performance de l'ensemble sur un cas test.

## 2 Le mésomodèle amélioré

Le mésomodèle se base sur l'idée que toute structure composite peut être modélisée à partir de deux mésoconstituants : le pli élémentaire et l'interface (Figure 1).

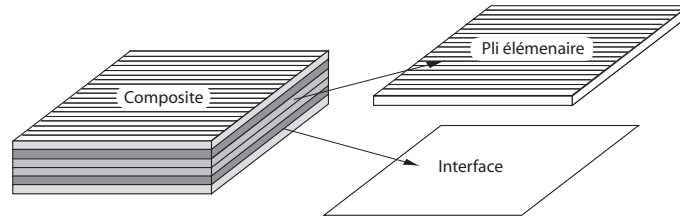


Figure 1 – Composite et mésoconstituants

Le pli élémentaire est une entité volumique qui représente une couche de matériaux composite, il est homogène et son état d'endommagement est supposé constant dans l'épaisseur. L'interface est une entité surfacique en charge de transférer des forces et déplacements entre les plis. Dans la version originale du mésomodèle le comportement de chaque mésoconstituant était local ; des travaux récents montrent que le comportement de l'interface est fortement couplé avec les variables internes des plis adjacents, ce couplage est intégré au mésomodèle amélioré [?].

### 2.1 Le pli

Le pli élémentaire est défini par son énergie de déformation  $2e = \sigma : S_{pli} : \sigma$ , où  $\sigma$  est la contrainte et  $S_{pli}$  le tenseur de souplesse. Une fois écrite dans le repère local du pli, défini par la direction fibre ( $N_1$ ), la direction transverse dans le plan ( $N_2$ ), des variables internes permettent de prendre en compte l'état d'endommagement du pli élémentaire [2] et de représenter les mécanismes de dégradation suivants :

- rupture fibre,
- endommagement intralaminare diffus,
- fissuration transverse,
- déformation anélastique.

Les lois d'évolution sont définies à partir des forces thermodynamiques associées à chacune des variables d'endommagement. Le calcul des forces fait intervenir un opérateur « moyenne dans l'épaisseur », chargé de garantir que les variables internes restent constantes dans l'épaisseur du pli élémentaire. Ensuite les variables d'endommagement pour la rupture fibre et pour l'endommagement diffus sont actualisées en utilisant les lois d'évolution. Les lois d'évolution utilisées sont définies en fonction du matériau, l'endommagement progressif ou fragile peut être modélisé. Pour une description complète de ces fonctions voir [2].

Le cas de la fissuration transverse est un peu différent. La fissuration transverse est prise en compte en utilisant un taux de fissuration équivalente  $\rho$  pour le pli élémentaire.

### 2.2 L'interface

L'interface est introduite pour modéliser correctement le délaminage entre deux plis voisins, et elle peut être interprétée comme la couche fine de matrice existant entre ces deux plis. Par conséquent elle est modélisée comme une entité bidimensionnelle chargée du transfert des contraintes et déplacements d'un pli à l'autre.

Comme pour le pli, l'énergie de déformation de l'interface ( $2e = \sigma : S_{interface} : \sigma$ ) est définie en utilisant le tenseur de souplesse  $S_{interface}$ , chargé de prendre en compte l'état de l'endommagement et le comportement unilatéral en mode I.

Le saut de déplacement entre la face supérieure et la face inférieure de l'interface est exprimé dans une base locale  $N_1^i$ ,  $N_2^i$  et  $N_3^i$ . Avec  $N_3^i$  la direction normale à l'interface, et  $N_1^i$  et  $N_2^i$  les bissectrices des angles formés par les fibres des plis supérieur et inférieur (Figure 2).

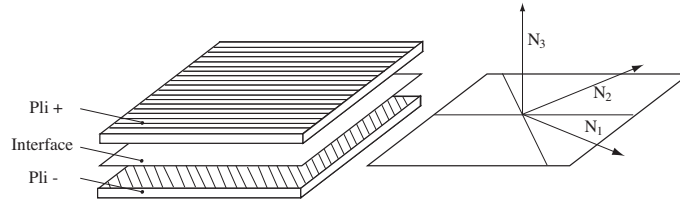


Figure 2 – Directions d'orthotropie de l'interface

Dans la version actuelle du mésomodèle, la loi d'évolution de l'interface est fortement couplée aux variables internes des plis adjacents [2]. Ce couplage est formulé à partir de la moyenne des taux de fissuration ( $\rho$ ) des plis adjacents (1).

$$\rho = \frac{\rho^+ + \rho^-}{2} \quad (1)$$

L'opérateur « moyenne dans l'épaisseur » pour le pli, et la loi d'évolution de l'interface couplée avec l'état des plis adjacents font que ce modèle est fortement non local. Le caractère non local de la loi ajoute une difficulté supplémentaire au moment de l'implémentation et de l'intégration dans un code de calcul.

### 3 Méthode de résolution parallèle

Le mésomodèle amélioré nous permet de décrire les principaux mécanismes de dégradation qui interviennent dans la ruine d'une structure composite. Par contre, le problème est fortement non linéaire et non local. Le modèle étant écrit à l'échelle du pli, un grand nombre de degrés de liberté est attendu à l'échelle de la structure.

Une méthode de résolution parallèle semble être la plus adaptée pour traiter ce type de problèmes. La méthode BDD (*Balancing Domain Decomposition*) [3] est utilisée pour la parallélisation du problème. Ce schéma de résolution linéaire est imbriqué dans une boucle Newton-Raphson pour la résolution non linéaire.

#### 3.1 Préprocesseur et partitionnement

La discrétisation et le partitionnement du maillage avant une simulation en parallèle avec le mésomodèle deviennent des procédures délicates, principalement à cause du caractère non local du comportement, ce dernier impose de partager les informations d'un point de Gauss à ses voisins ; de plus le maillage doit être régulier dans l'épaisseur du pli.

L'algorithme de partitionnement doit assurer que tous les éléments qui sont alignés dans l'épaisseur du composite appartiennent à la même partition. Pour garantir le partitionnement correct du maillage, on génère le graphe dual du maillage (graphe représentant la connectivité entre éléments). Ensuite on simplifie le graphe de manière à compacter tous les éléments alignés dans l'épaisseur du pli sur le même noeud. Le graphe dual simplifié est ensuite partitionné à l'aide de Metis [4], qui est un logiciel libre capable de générer des partitions de graphes irréguliers. Finalement, les différentes parties sont traitées pour reconstruire les maillages des différents sous-domaines.

### 3.2 Algorithme de résolution

L'utilisation de BDD [3] nous permet de paralléliser la résolution du problème linéarisé. La méthode consiste à condenser les inconnues internes (sur chaque sous-domaine) sur le bord. Ensuite, le problème condensé est résolu de manière itérative. Premièrement on construit, pour chaque sous-domaine  $s$ , le complément de Schur de l'opérateur tangent (2) et le résidu condensé sur le bord (3). Dans les équations (2) et (3) les indices  $i$  et  $b$  indiquent les inconnues internes et de bord respectivement. Ensuite, le problème global (4) qui porte sur toutes les inconnues de bord est résolu de manière itérative. Finalement une étape de localisation (5) est nécessaire pour calculer les déplacements à l'intérieur de chaque sous-domaine.

$$S_T^s = K_{Tbb}^s - K_{Tbi}^s K_{Tii}^{s-1} K_{Tib}^s \quad (2)$$

$$b^s = r_b^s - K_{Tbi}^s K_{Tii}^{s-1} r_i^s \quad (3)$$

$$S_T \Delta u_b = b \quad (4)$$

$$\Delta u_i^s = K_{Tii}^{s-1} (r_i^s - K_{Tib}^s \Delta u_b^s) \quad (5)$$

La méthode BDD est utilisée à l'intérieur d'une boucle Newton-Raphson pour la résolution du problème non-linéaire. En général l'évolution des non-linearités dans une structure composite n'est pas uniforme. En effet dans la plupart des cas les non-linearités sont localisées dans une zone réduite (bord de trou, reprise des plis, etc.), et elles peuvent avoir peu ou aucune influence sur le reste de la structure. Dans ce cas, une petite non-linéarité conduit à des itérations non-linéaires du Newton-Raphson, donc nombreuses résolutions du système global (4). Pour palier cette situation, une stratégie dite de « relocalisation non-linéaire » [5] est utilisée. L'introduction d'une boucle Newton-Raphson à la place de l'équation (5), assure le comportement et l'équilibre à l'intérieur de chaque sous-domaine. Cette stratégie permet de traiter les non-linearités locales à l'échelle du sous-domaine, et ainsi diminuer le nombre d'itérations du Newton-Raphson global. L'algorithme 1 résume la structure générale de la méthode.

---

#### Algorithme 1 : Newton-Krylov-Shur avec relocalisation non-linéaire

---

```

tant que erreur <  $\epsilon_{global}$  faire
  -Assemblage des opérateurs locaux tangents  $K_T^s$ 
  -Factorisation  $K_{Tii}^s$  (eq. (2))
  -Assemblage des résidus locaux  $r^s$  (eq. (3))
  -Résolution du problème global condensé (eq. (4))
  répéter
    -Calcul de la solution intérieure  $\Delta u_i^s = K_{Tii}^{s-1} (r_i^s - K_{Tib}^s \Delta u_b^s)$ 
    -Actualisation de  $u_i$ ,  $K_{Tii}^s$ ,  $K_{Tib}^s$  et  $r_i^s$ 
  jusqu'à erreur <  $\epsilon_{local}$ 
fin

```

---

## 4 Résultats

La stratégie présentée précédemment a été mise en oeuvre dans Coffee, code-« maison » utilisant la plate-forme de développement en C++ du LMT-Cachan. Pour montrer la pertinence de la stratégie, une plaque trouée en composite a été traitée. La figure 3 montre les dimensions de l'éprouvette et la partition générée par l'algorithme de partitionnement. Le matériau de l'éprouvette est le T700-M21, l'empilement est [45 0 -45 90]<sub>2S</sub>.

L'éprouvette a été sollicitée en traction, la figure 4 montre le nombre d'itérations globales à chaque pas de chargement. Dans le cas avec relocalisation linéaire la non-linéarité est traité

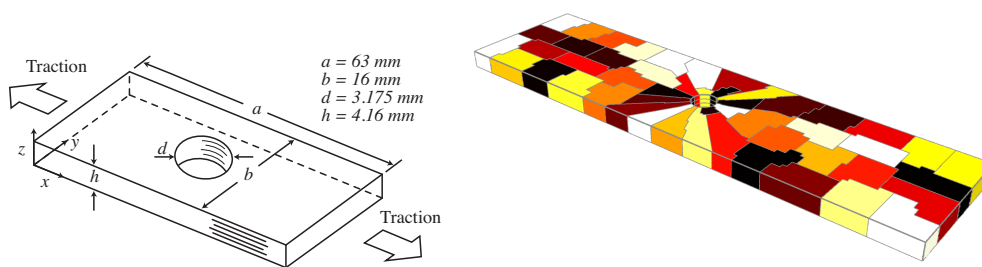


Figure 3 – Plaque trouée en composites : géométrie et partition utilisées pour la simulation

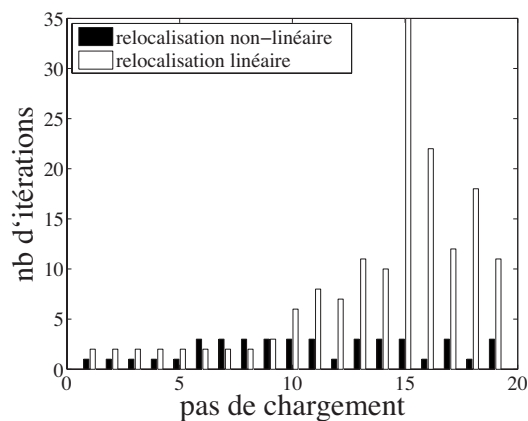


Figure 4 – Nombre d'itération globales

au niveau global, donc une petite non-linéarité locale conduit à une nouvelle itération Newton-Raphson globale. Dans le cas avec relocalisation non-linéaire une grande partie de la non-linéarité est traitée au niveau des sous structures, permettant de minimiser le nombre de résolutions de systèmes globaux.

## Références

- [1] D. Guedra Degeorges and P. Ladevèze. *Course on Emerging Techniques for Damage Prediction and Failure Analysis of Laminated Composite Structures*. Cépaduès, 2007.
- [2] G. Lubineau and P. Ladevèze. Construction of a micromechanics-based intralaminar mesomodel, and illustrations in abaqus/standard. *Computational Materials Science*, 43(1) :137–145, 2008.
- [3] J. Mandel. Balancing domain decomposition. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 9 :233–241, 1993.
- [4] G. Kasypis and N. Takeda. A fast and high quality multilevel scheme for partitioning irregular graphs. *Journal on Scientific Computing*, 20 :359–392, 1998.
- [5] J. Pebre, C. Rey, and P. Gosselet. A nonlinear dual domain decomposition method : application to structural problems with damage. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 6(3) :251–262, 2008.