



HAL
open science

Logiciel de decomposition de signaux en "ondelettes": Documentation du Programme 'ONDEL'

Ginette Saracco

► **To cite this version:**

Ginette Saracco. Logiciel de decomposition de signaux en "ondelettes": Documentation du Programme 'ONDEL'. Note-Laboratoire de Mecanique & d'Acoustique, CNRS-UPR 7051, 1987, 5/87, pp.1-50. hal-00436546v1

HAL Id: hal-00436546

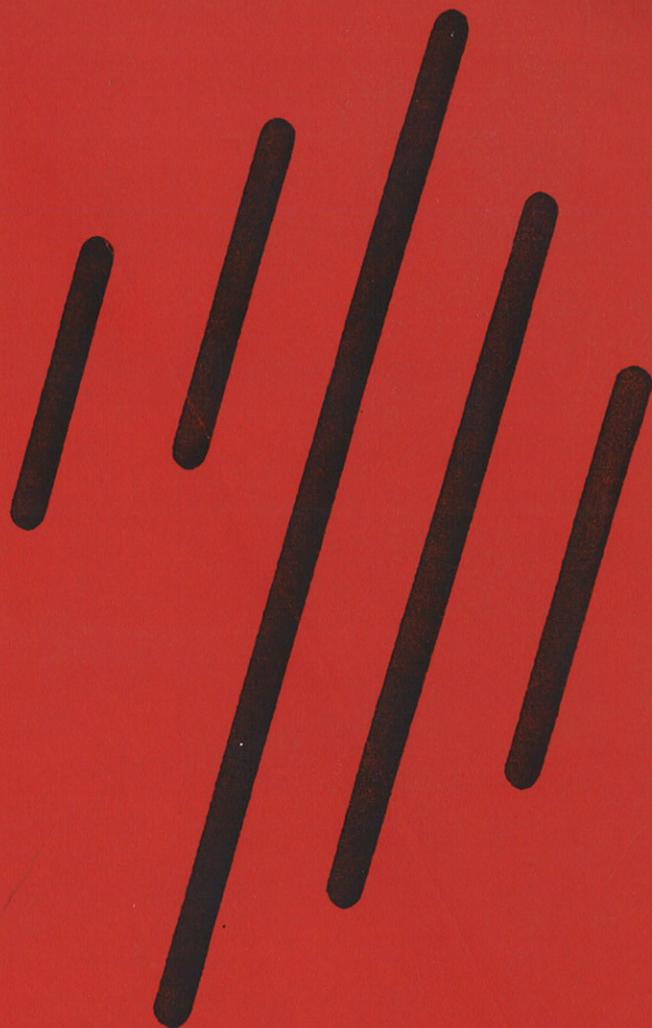
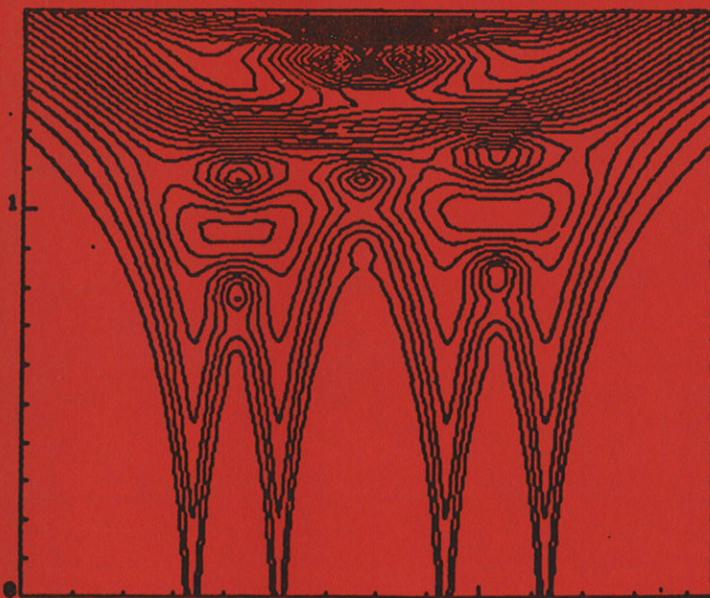
<https://hal.science/hal-00436546v1>

Submitted on 27 Nov 2009 (v1), last revised 28 Feb 2011 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE



DOCUMENTATION DU PROGRAMME 'ONDEL'.
LOGICIEL DE DECOMPOSITION DE SIGNAUX EN "ONDELETTES".

Ginette SARACCO

Note technique n° 5/87

25 JUILLET 1987



DOCUMENTATION DU PROGRAMME 'ONDEL'
LOGICIEL DE DECOMPOSITION DE SIGNAUX EN
ONDELETTES

par Ginette Saracco

25 Juillet 1987

DOCUMENTATION DU PROGRAMME ONDEL. LOGICIEL DE DECOMPOSITION DE SIGNAUX EN ONDELETTES.

SOMMAIRE

1. La transformée en ondelette
 - 1.1 Introduction générale
 - 1.2 Propriétés de l'ondelette analysante
 - 1.3 La transformée en ondelette
 2. Description du logiciel
 - 2.1 Caractéristiques générales
 - 2.2 Ondelette
 - 2.3 Grille
 - 2.4 Organigramme
 - 2.4.1 Présentation générale
 - 2.4.2 Organigramme
 - 2.4.3 Présentation des différents modules
 - a. Initialisation
 - i) Signal
 - ii) Ondelette
 - iii) Grille
 - b. Chargement du signal
 - c. Tests d'erreur
 - d. Transformée
 - e. Stockage des résultats de l'analyse
 3. Génération de signaux tests
 4. Exemple d'analyse sur les fonctions tests
 5. Programmes sources
- Annexe

DOCUMENTATION DU PROGRAMME ONDEL. LOGICIEL DE DECOMPOSITION DE SIGNAUX EN ONDELETTES.

1- La Transformée en Ondelettes.

1.1-Introduction générale.

La Transformée en Ondelettes est une méthode qui permet d'analyser et de resynthétiser un signal quelconque $s(p)$ en fonction de contributions élémentaires appelées ondelettes.

Toutes les ondelettes ont même forme et sont obtenues à partir de translations et dilatations (ou compressions) d'une fonction "mère" $g(p)$ (ondelette analysante). Elles constituent ainsi une famille à deux paramètres.

Chaque ondelette est limitée aussi bien dans le domaine fréquentiel que temporel. Cette transformation permet d'analyser un signal en conservant les caractéristiques de temps et de fréquence. L'énergie du signal est elle-même conservée.

Nous allons définir la notion d'ondelette dans le cas de signaux unidimensionnels, étant donné que tout pourra être étendu au cas de signaux multidimensionnels (p pouvant être le quadrivecteur espace-temps).

1.2-Propriétés de l'ondelette analysante.

Nous avons de vastes possibilités dans le choix de l'ondelette analysante $g(p)$. Cependant elle doit vérifier certaines conditions qui se résument ainsi :

- (i) $g(p)$ doit être régulière, et d'énergie finie.
- (ii) $g(p)$ est localisée à la fois en temps et en fréquence.
- (iii) g est à valeur moyenne nulle : $g^{\wedge}(0) = 0$ ou $\int g(p)dp = 0$

(g^{\wedge} est la transformée de Fourier de g)

La représentation graphique d'un exemple d'ondelette est donnée en annexe.

1.3-La transformée en Ondelettes.

On choisit une ondelette analysante $g(p)$. A partir de cette ondelette "mère", on construit une famille d'ondelettes élémentaires par dilatactions et translations :

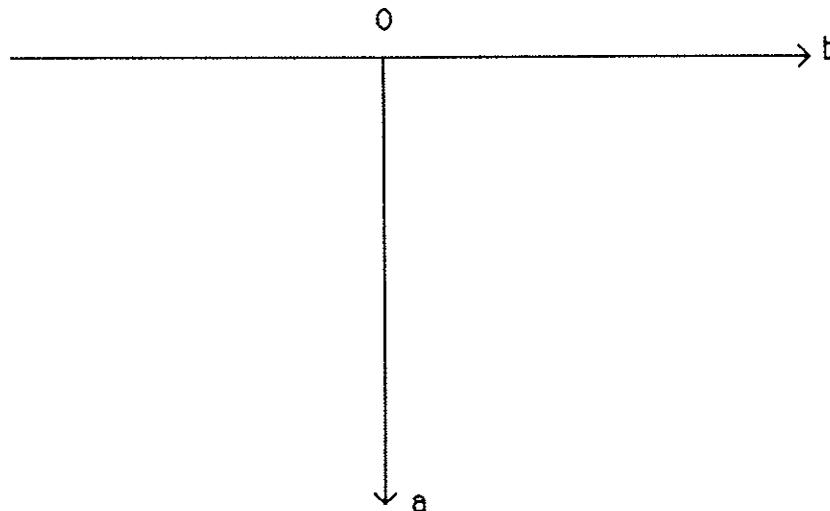
$$g^{(b,a)}(p) = g((p-b)/a) \quad ,$$

$a > 0$ est le paramètre de dilatation ($a < 1$ correspond à une compression),
 b quelconque est le paramètre de translation.

La transformée en Ondelette d'un signal $s(p)$ est obtenue en effectuant les produits scalaires du signal avec les ondelettes élémentaires :

$$S(b,a) = a^{-1/2} \int g^*((p-b)/a) s(p) dp \quad , \text{ où } g^* \text{ représente le complexe conjugué de } g.$$

$S(b,a)$ est une fonction définie sur le demi-plan ouvert :



Une propriété cruciale est la possibilité de reconstruire le signal à partir de sa transformée, par la formule:

$$s(p) = c^{ste} \iint S(b,a) g^{(b,a)}(p) da db / a^2$$

(La c^{ste} ne dépend que de g)

Tout signal apparait ainsi comme la superposition d'ondelettes élémentaires.

Sous certaines conditions peu exigeantes, il existe une formule discrète de reconstitution du signal, où n'est employée que la famille des ondelettes :

$$g(k2^{-j}, 2^{-j}), \quad j \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

2-Description du logiciel.

2.1-Caractéristiques générales.

- Le programme effectue la transformée en ondelettes d'un signal arbitraire réel ou entier stocké sur un fichier dont la longueur de l'enregistrement est paramétrée.
- La transformée est calculée pour 512 points du signal et stockée dans un fichier sous forme matricielle de N voies par 512 points ($N \leq 512$).
- Nous avons en sortie de la transformée deux cartes correspondant à l'analyse du signal donnant la répartition énergétique (module) et la phase instantanée (phase).
- Toutes les dimensions sont paramétrées de façon à ce que l'on puisse augmenter la taille des tableaux (signal, ondelette, transformée).

2.2-Ondelette.

- L'ondelette implémentée est une ondelette type Morlet. C'est une gaussienne modulée de la forme:

$$g(t) = G(t) e^{i\omega_0 t}, \quad \text{avec} \quad G(t) = e^{-t^2/2\sigma^2}$$

La transformée de Fourier étant : $g^{\wedge}(\omega) = G(\omega) \delta(\omega - \omega_0)$

où ω_0 représente la pulsation, σ l'écart type, nous avons donc une gaussienne décalée de $\omega_0/2\pi$ dans l'espace des fréquences.

Son support temporel est $t_{\max} - t_{\min}$ pour une valeur ϵ que nous nous fixons, valeur pour laquelle l'enveloppe de $G(t)$ est numériquement nulle.

- En résumé cette ondelette vérifie les conditions citées en 1.b. En outre la condition 1.b (iii) impose que ω_0 soit suffisamment grand de façon à approcher au mieux $\int g(t)dt = 0$. En pratique on prendra $\omega_0 \geq 5$.

- L'ondelette est discrétisée en NP points. Le nombre NP choisi correspond au paramètre de dilatation $a = 1$. Il nous permet de déduire la valeur du support de l'ondelette en fonction de la valeur ε . L'ondelette ainsi créée est échantillonnée à la fréquence d'échantillonnage f_e du signal.

- En annexe, nous pouvons voir la représentation graphique de cette ondelette pour les paramètres $a = 10$, $\omega_0 = 5$, $NP_{(a=1)} = 101$, $\varepsilon = 10^{-2}$.

2.3-Grille.

La transformée définie par : $S(a,b) = a^{-1/2} \int g((t-b)/a) S(t) dt$

(où a,b représentent respectivement les paramètres de dilatation et translation), est calculée en discret sur une grille.

Le choix de cette grille détermine la nature des procédures de reconstitution du signal (formules d'interpolation), non implémentées ici, ainsi que l'aspect réduction de données (exemple grille dyadique).

Ici le choix de la grille est celui dite de la grille fine. C'est à dire que les paramètres seront définis par :

$$a = a_0 2^{k/NVO}$$

$$b = 1$$

(k numéro de la voie, NVO nombre de voies par octave)

2.4-Organigramme.

2.4.1 Présentation générale.

La procédure est initialisée à partir de la donnée de paramètres définissant la grille et l'ondelette. Nous avons ainsi une grande liberté dans le choix des caractéristiques de l'ondelette, du nombre de voies et de leur répartition. Ceci nous permet d'analyser le signal à la précision que l'on souhaite, dans les limites du principes d'incertitude d'Heisenberg.

Des messages (test d'erreurs) peuvent intervenir, à savoir :

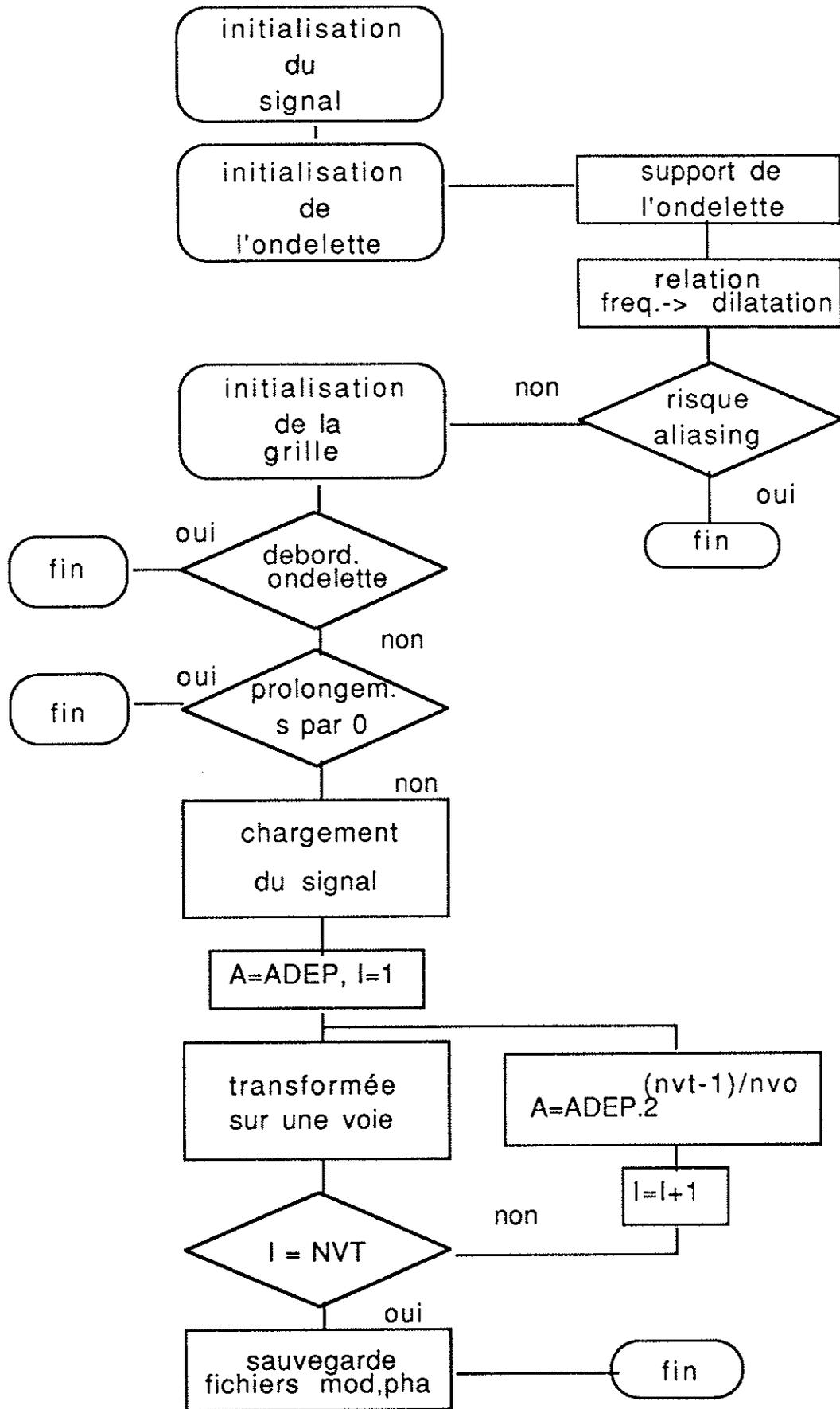
- Risque d'aliasing (nombre de points de l'ondelette insuffisant pour le nombre de cycle de celle-ci, voir en annexe);

- Ondelette trop grande pour le paramètre de dilatation maximum demandé;

- Temps de départ de l'analyse trop petit. Dans ce cas nous avons la possibilité de continuer l'analyse en prolongeant le signal par des zéros. L'erreur en aval du signal se traduit par la présence d'une discontinuité localisée au début du fichier (voir §4. fig 4).

Cette présentation étant faite, nous allons décrire l'organigramme du programme.

2.4.2 Organigramme.



2.4.3 Présentation des différents modules.

a. INITIALISATION.

i) Signal.

Le programme demande le nom du fichier où se trouve enregistré le signal ainsi que les caractéristiques de celui-ci. C'est à dire est-il composé de valeurs réelles ou entières (par exemple signal échantillonné en sortie d'un convertisseur)? fréquence d'échantillonnage?

Les données indépendamment du nombre de bits du convertisseur (exemple pour un 12 bits ie: 11 bits + signe) seront converties en "réel" pour effectuer la transformée. Il est inutile de recadrer le signal car la transformée en ondelette n'analyse pas la fréquence 0 (ie: ajouter dans ce cas 2048 aux données numériques).

ii) Ondelette.

* module :SUPOND

En fonction des valeurs de l'écart type σ , du cut-off de l'enveloppe ϵ , du nombre de points NP(a=1) de l'ondelette et de la valeur de la fréquence d'échantillonnage f_e du signal, on détermine par la subroutine SUPOND, la valeur du support temporel sur lequel existe l'ondelette. L'ondelette est échantillonnée à la même fréquence que le signal.

En sortie du sous-programme nous restituons par le common /support/ les valeurs extrémales du support de l'ondelette (tmin,tmax).

*module :FREQ.

En fonction des caractéristiques de l'ondelette (NP pour a=1, ω_0), de son support (tmin,tmax) et de la fréquence d'échantillonnage du signal transmise par le common /var/, le sous-programme FREQ calcule le nombre de cycles ANC contenu dans l'ondelette a=1 et la fréquence moyenne FREAN analysée par celle-ci.

$$FREAN = ANC.FE/[(NP.a)-1]$$

iii) Grille.

La transformée en ondelettes est calculée sur une grille fine. Connaissant les paramètres de dilatation de départ (dilatation la plus petite), le nombre de voies par octave ainsi que le nombre total

de voies, nous pouvons engendrer une grille dans le plan (b,a) telle que a varie sur [adep,amax], avec :

$$amax = adep.2^{(NVT-1)}/NVO$$

b. CHARGEMENT DU SIGNAL

Après lecture du fichier signal, la partie nécessaire aux calculs est stockée dans le tableau SI.

Le point milieu de l'ondelette pour $b=0$ étant calé sur le premier échantillon du signal, nous devons réserver la longueur d'une demi ondelette associée à la valeur maximum que peut prendre le paramètre a, de part et d'autre de la zone à analyser.

d'où $DIM(SI) = 512 + DIM(OND)$

c. TEST D'ERREURS

i) Aliasing

Le premier test se rapporte au problème d'aliasing. Ceci intervient lorsque le nombre de points NC par cycle de l'ondelette la moins dilatée ne vérifie pas les conditions de Shannon ($ANC \leq 2$).

Ce test est effectuée lors de l'initialisation de l'ondelette. Un message est imprimé lorsque ANC atteint la valeur 3. Il est néanmoins laissé à l'utilisateur la possibilité de continuer la procédure.

ii) Ondelette trop grande

Après initialisation de la grille, on vérifie la compatibilité de la zone mémoire réservée à l'ondelette avec la taille de l'ondelette la plus dilatée.

Si le test est positif, il y a alors arrêt automatique du programme.

Trois choix sont possibles pour effectuer l'analyse:

- soit réduire le nombre de points de l'ondelette pour $a=1$,
- soit réduire le nombre de voies total,
- soit redimensionner les tableaux, en agissant sur le parametre KONd.

iii) Temps de départ d'analyse trop court

Lorsque le temps de départ de l'analyse est trop petit (dû à ii), un message s'affiche à l'écran. L'utilisateur a alors la possibilité de prolonger le signal par des zéros.

L'analyse mettra en évidence une discontinuité (convergence des lignes de phase constantes, forme caractéristique de la répartition énergétique) en début de fichier.

d. TRANSFORMEE

* module : GENOND

Il permet d'engendrer l'ondelette pour un paramètre de dilatation donné.

De façon à pouvoir se caler sur les différentes voies, l'échantillonnage de l'ondelette est toujours réalisé à partir du point $t=0$ (de part et d'autre).

Il peut être intéressant dans certains cas de normaliser l'ondelette par sa norme L2, limitant ainsi la dynamique des ondelettes. Il suffit pour cela d'activer la séquence prévu à cet effet dans le module. La transformée devra dans ce cas être non plus normalisée par $a^{-1/2}$ (COEFF) mais par $a^{+1/2}$ (dans le module TRANSFON).

Les parties réelles et imaginaires de l'ondelette sont restituées par les COMMON /TABR/ et /TABI/.

* module : TRANSFOND

Ce module réalise le produit de convolution entre le signal et l'ondelette pour une dilatation fixée (une voie). La normalisation des voies est effectuée dans ce module (cf remarque sur COEFF ci dessus).

Les parties réelles et imaginaires de la transformée correspondant au paramètre de dilatation courant, sont restituées par les COMMON /FONCTR/ et /FONCTI/ sur 512 points.

* module : MODPHAS

Il permet de convertir les parties réelles et imaginaires de la transformée en module et phase. Il est préférable d'introduire un cut-off sur le module pour la phase. En effet, celle-ci n'est pas définie pour des valeurs du module trop petites.

Les modules et phases sont restitués par les COMMON /FONCTR/ et /FONCTI/.

e. STOCKAGE DES RESULTATS DE L'ANALYSE

Le choix est donné à l'utilisateur de stocker le module, la phase ou les deux.

La longueur de l'enregistrement est de 512. Le remplissage s'effectue par colonnes. Le premier enregistrement contient les données de l'analyse qui pourront être nécessaires à la représentation graphique: période d'échantillonnage, nombre de points par voie, temps de départ de l'analyse, nombre total de voies, paramètre de dilatation de départ, nombre de voies par octave, fréquence équivalente à $a=1$.

Les paramètres de l'analyse, ainsi que les correspondances entre voies et fréquence moyenne en Hz, sont stockés dans le fichier PARAM.DAT.

3. Génération de signaux tests

Le programme auxiliaire SIGNAL permet d'engendrer des signaux de tests. Un menu présente les 6 choix de signaux possibles:

- impulsion de Dirac
- signal composé de deux signaux carrés espacés de 100.Tech
- sinusoïde
- transition entre deux sinusoïdes de 100Hz et 200Hz.
- somme de deux sinusoïdes de fréquences 100 et 200Hz
- transition entre un Dirac et une sinusoïde de fréquence 150Hz

La fréquence d'échantillonnage est modifiable. Le programme restitue le temps de début d'analyse à utiliser dans ONDEL.

4. Exemple d'analyse sur les fonctions tests

Les figures qui suivent présentent les modules et phases des transformées en ondelettes des signaux tests. Chaque figure est accompagné du listing du fichier PARAM contenant les paramètres de l'analyse.

La sinusoïde est représentée à deux instants d'analyse différents, le second débutant au temps $t=0$. On met en évidence la discontinuité due au prolongement par zéro du signal.

- fig 1.a: module de la transformée d'un Dirac
- fig 1.b: phase de la transformée d'un Dirac
- fig 2.a: module de la transformée de 2 signaux carrés
- fig 2.b: phase de la transformée de 2 signaux carrés
- fig 3.a: module de la transformée d'une sinusoïde
- fig 3.b: phase de la transformée d'une sinusoïde
- fig 4.a: module de la transformée d'une sinusoïde à $t=0$
- fig 4.b: phase de la transformée d'une sinusoïde à $t=0$
- fig 5.a: module de la transformée d'une transition entre 2 sinusoïdes
- fig 5.b: phase de la transformée d'une transition entre 2 sinusoïdes
- fig 6.a: module de la transformée de la somme de 2 sinusoïdes
- fig 6.b: phase de la transformée de la somme de 2 sinusoïdes
- fig 7.a: module de la transformée de la transition entre un Dirac et une sinusoïde
- fig 7.b: phase de la transformée de la transition entre un Dirac et une sinusoïde

```

NCM DU FICHIER SIGNAL:
SIGNAL.DAT
SIGNAL REEL (1) OU ENTIER (0) :
  1
----- PARAMETRES DE L'ONDELETTE
VALEUR DE L'ECART TYPE DE LA GAUSSIENNE ?
  1.000000
PULSATION PROPRE DE L'ONDELETTE ?
  5.000000
VALEUR MINIMUM POUR LAQUELLE L'ENVELOPPE EST NULLE ?
  9.9999998E-03
NOMBRE DE POINTS DE L'ONDELETTE POUR A=1 ?
  101
FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE DU SIGNAL (EN HZ) ?
  3000.000
---- FREQUENCE MOY. D'ANALYSE POUR A=1:      144.9180      HZ
PARAMETRE DE DILATATION DE DEPART ?
  0.2500000
NOMBRE DE VOIES PAR OCTAVE ?
  8
NOMBRE TOTAL DE VOIES ?
  40
TEMPS DE DEPART DE L'ANALYSE (EN SECONDES) ?
  0.4100000
SAUVEGARDE FICHIER DU MODULE (1) OU DE LA PHASE (2) OU DES DEUX (3) ?
  1
----- VOIE NUMERO:      1
DILATATION:  0.2500000      FREQ.MOYENNE:      603.8250
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      2
DILATATION:  0.2726269      FREQ.MOYENNE:      536.7333
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      3
DILATATION:  0.2973018      FREQ.MOYENNE:      499.7172
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      4
DILATATION:  0.3242099      FREQ.MOYENNE:      452.8687
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      5
DILATATION:  0.3535534      FREQ.MOYENNE:      414.0514
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      6
DILATATION:  0.3855527      FREQ.MOYENNE:      381.3632
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      7
DILATATION:  0.4204482      FREQ.MOYENNE:      353.4585
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      8
DILATATION:  0.4585020      FREQ.MOYENNE:      322.0400
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:      9
DILATATION:  0.5000000      FREQ.MOYENNE:      289.8360
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:     10
DILATATION:  0.5452539      FREQ.MOYENNE:      266.3667
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:     11
DILATATION:  0.5946035      FREQ.MOYENNE:      245.6237
MCD= ,PHAS=  0.0000000E+00  0.0000000E+00
----- VOIE NUMERO:     12

```

fig: 1.a. Module de la transformée d'un Dirac.

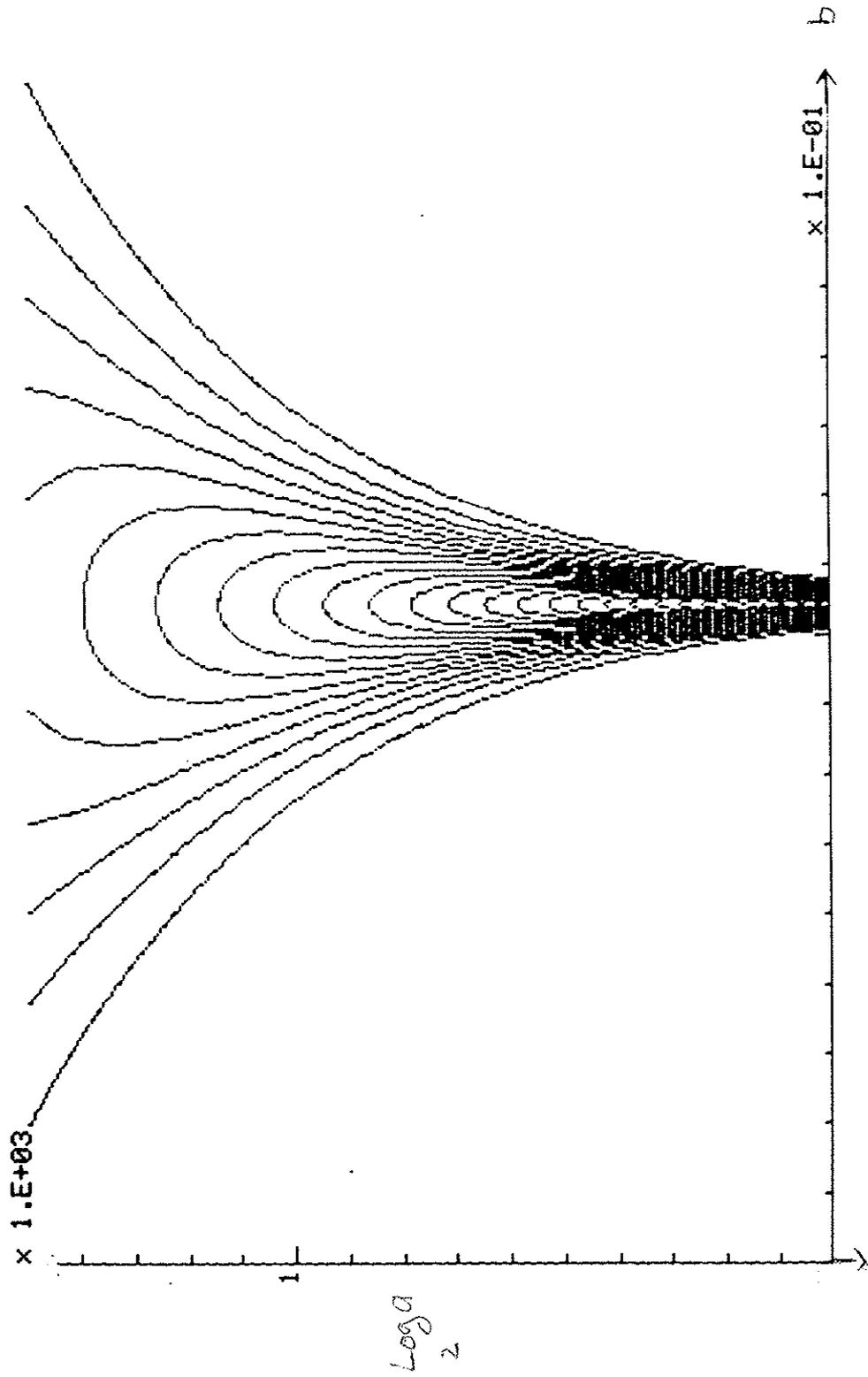


fig 1.b. Phase de la transformée d'un Dirac

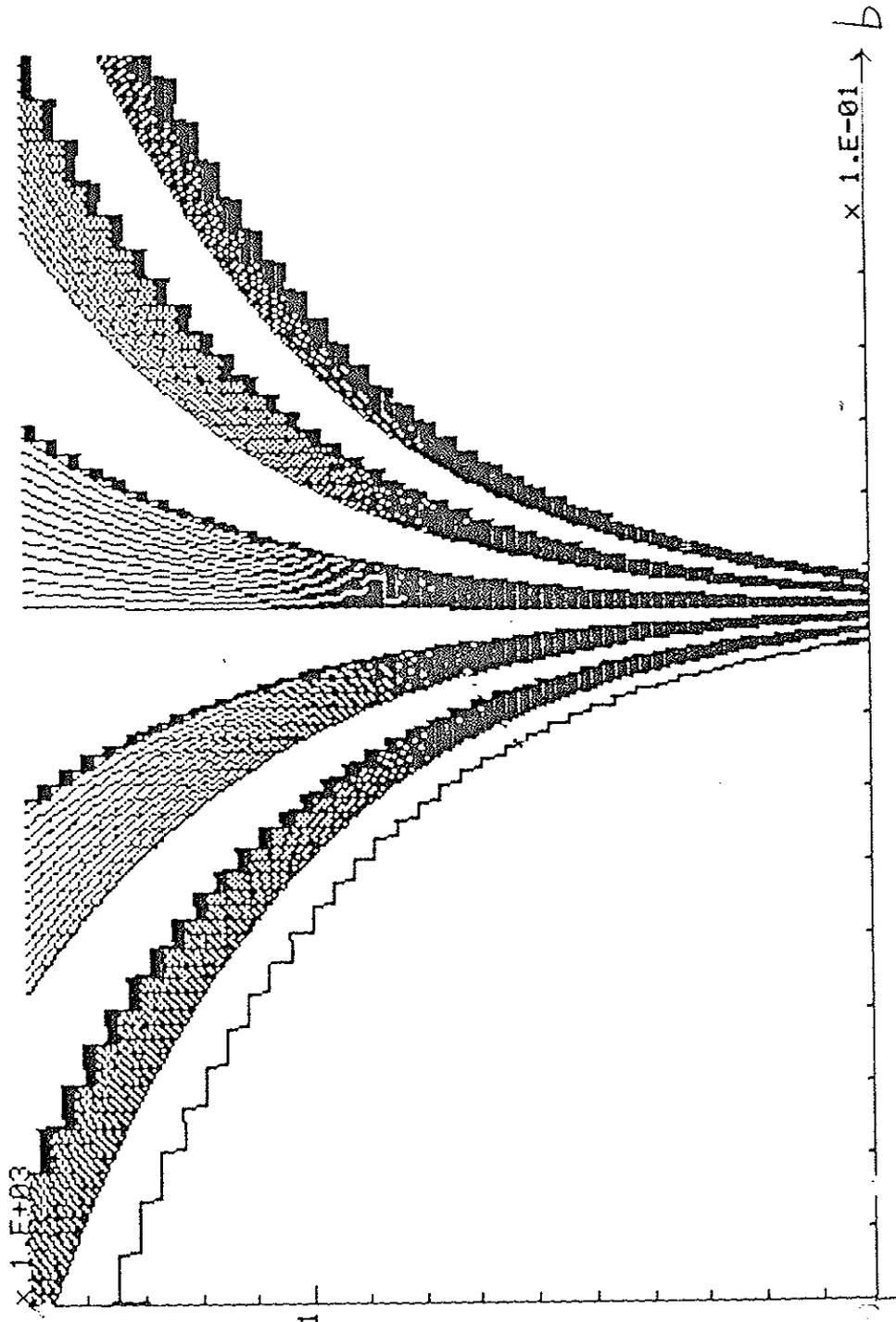


fig: 2.a. Module de la transformée de 2 signaux carrés

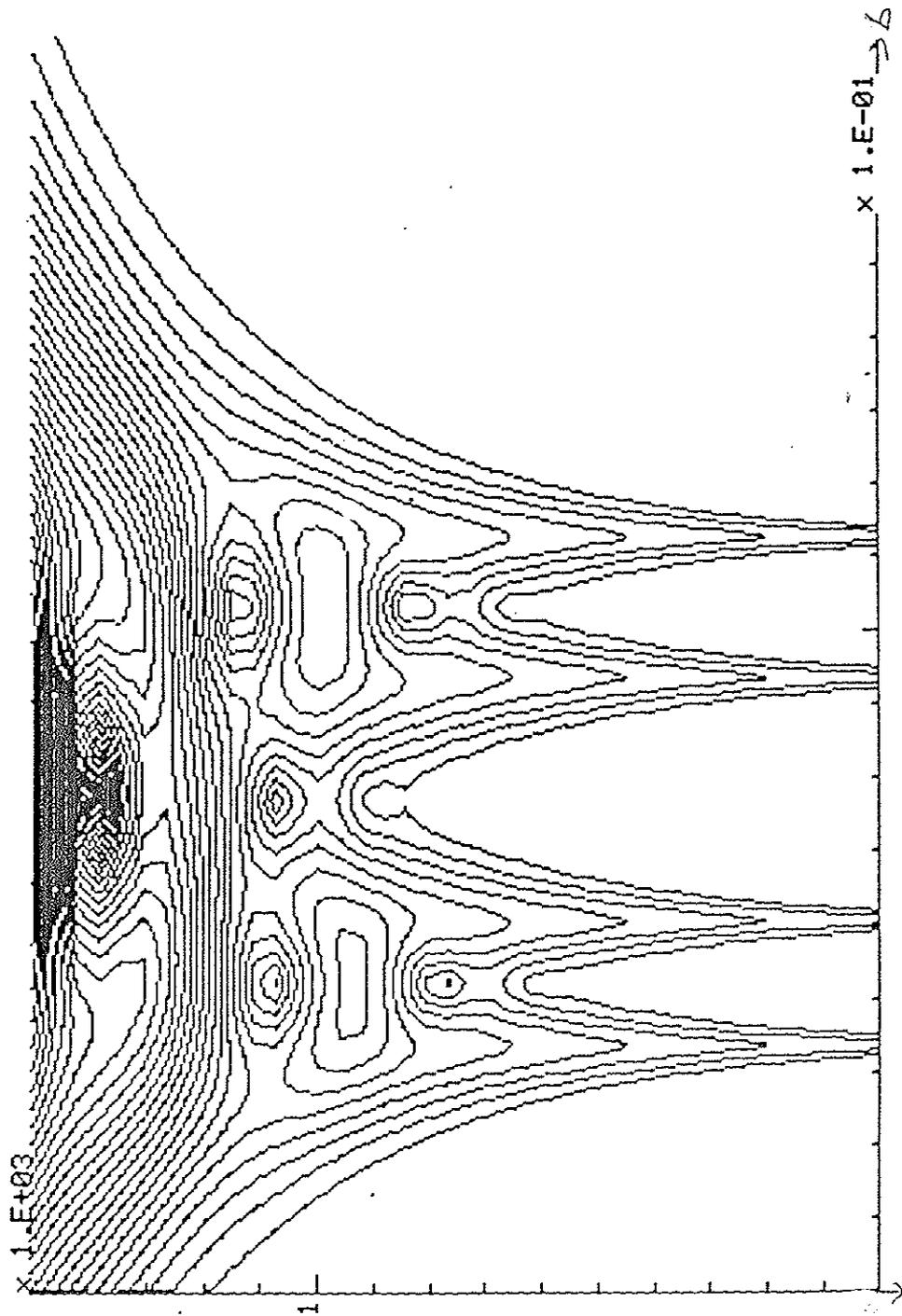


fig: 2. b . Phase de la transformée de 2 signaux curvés .

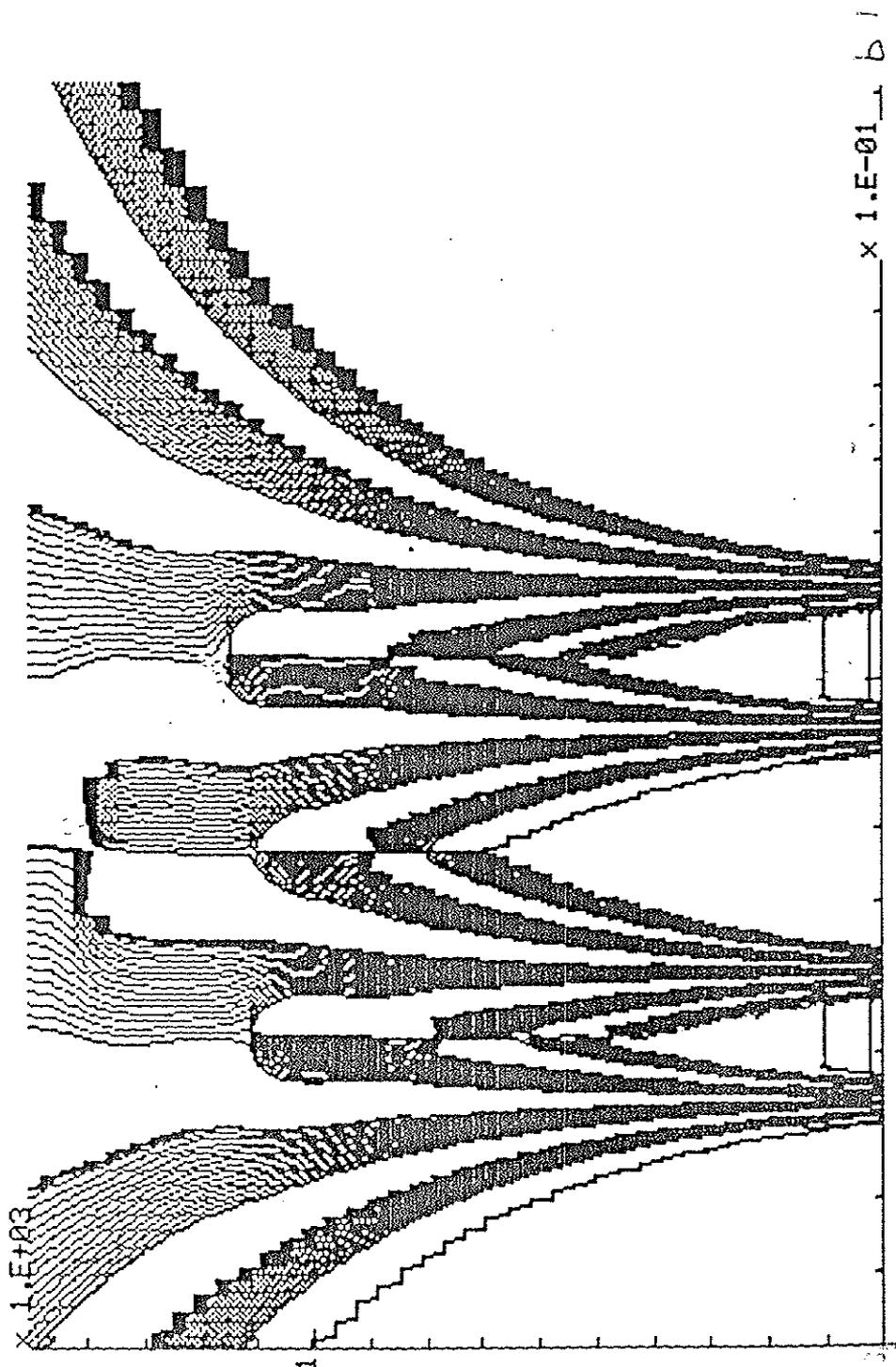


fig: 5.a . Module de la transformée de la transition entre 2 sinusoides .

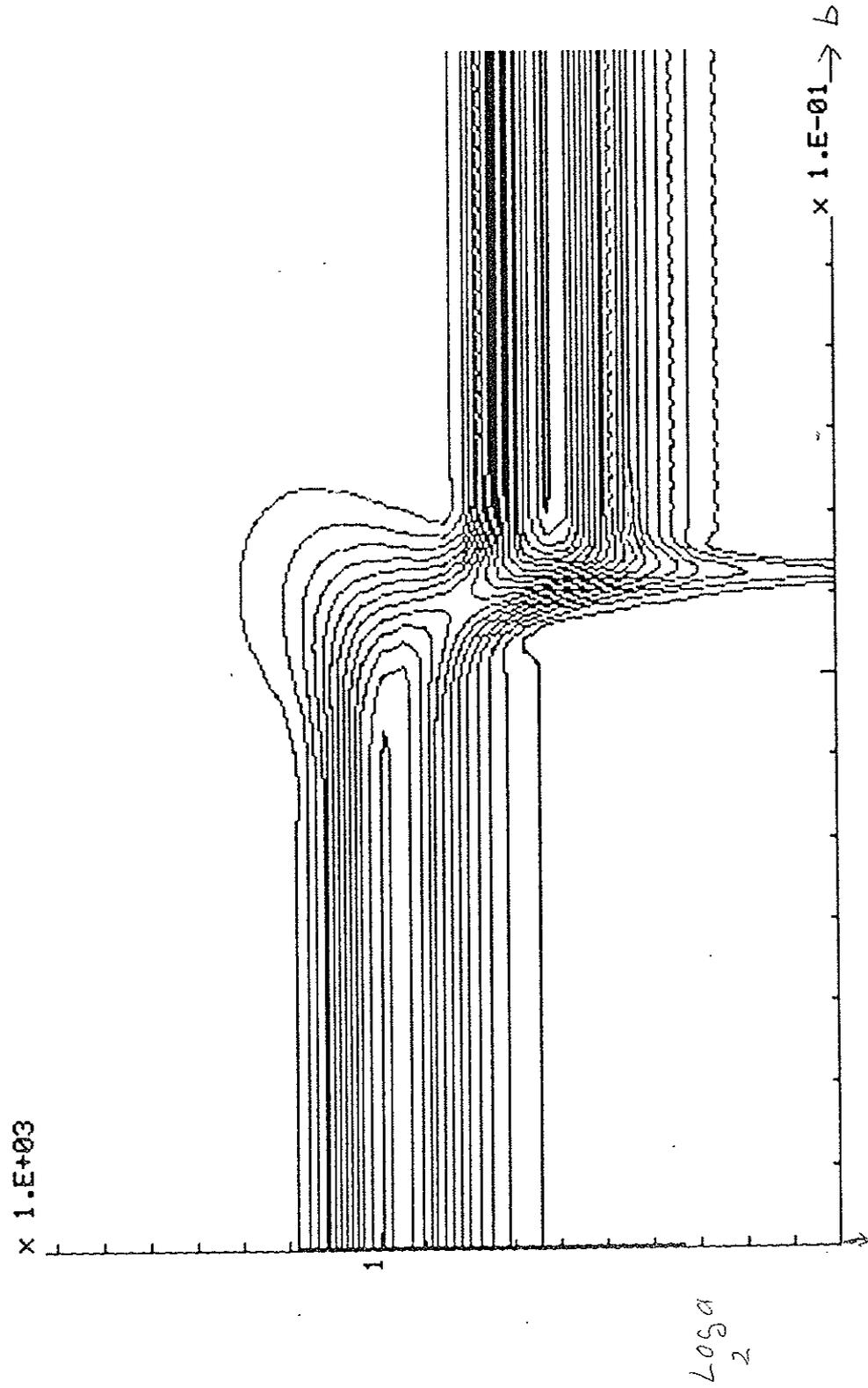


fig: 5. b : Phase de la transition entre 2 sinusoides

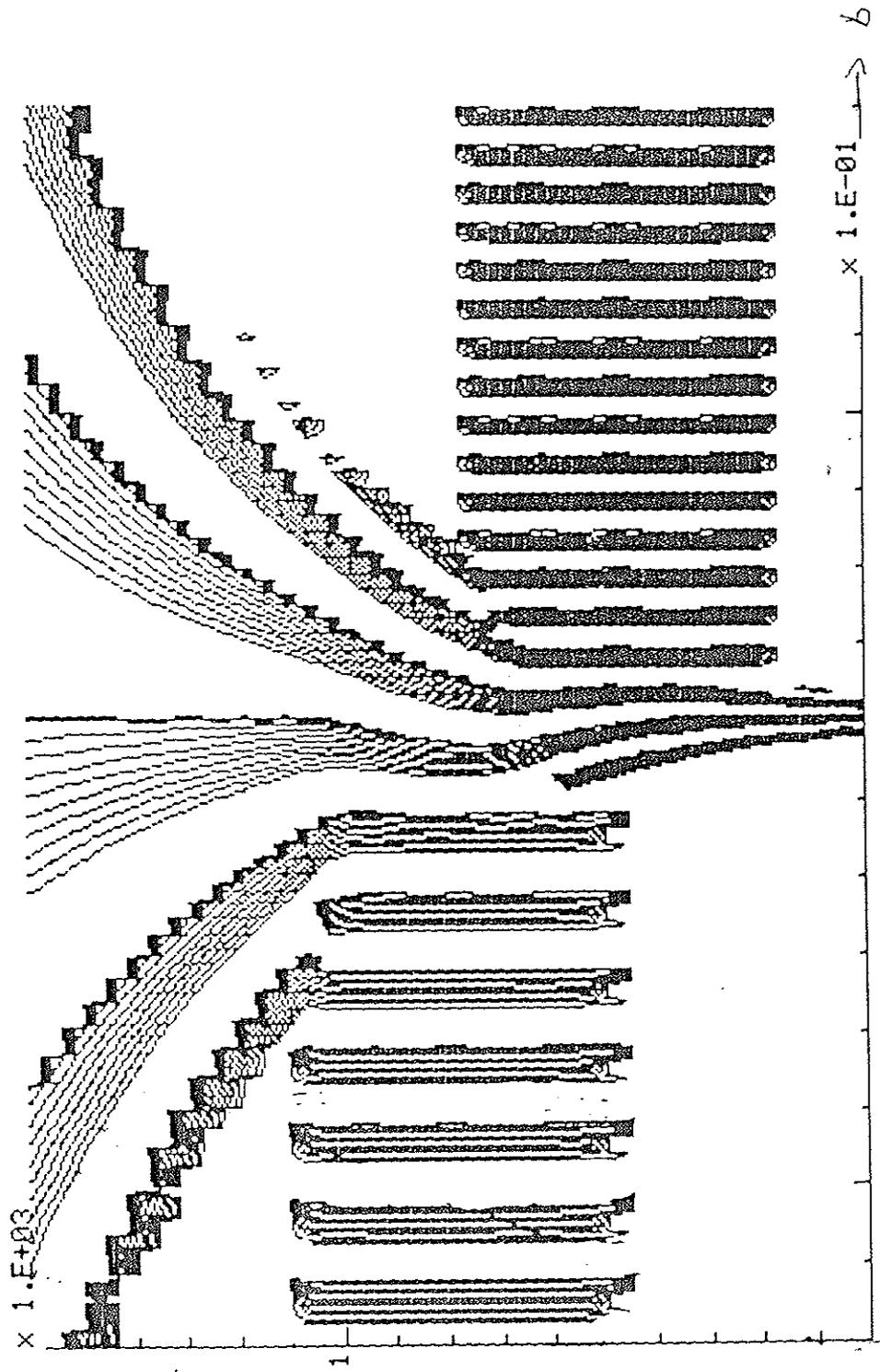


Fig. 6. a. Module de la transformée de la somme de 2 sinusoides.

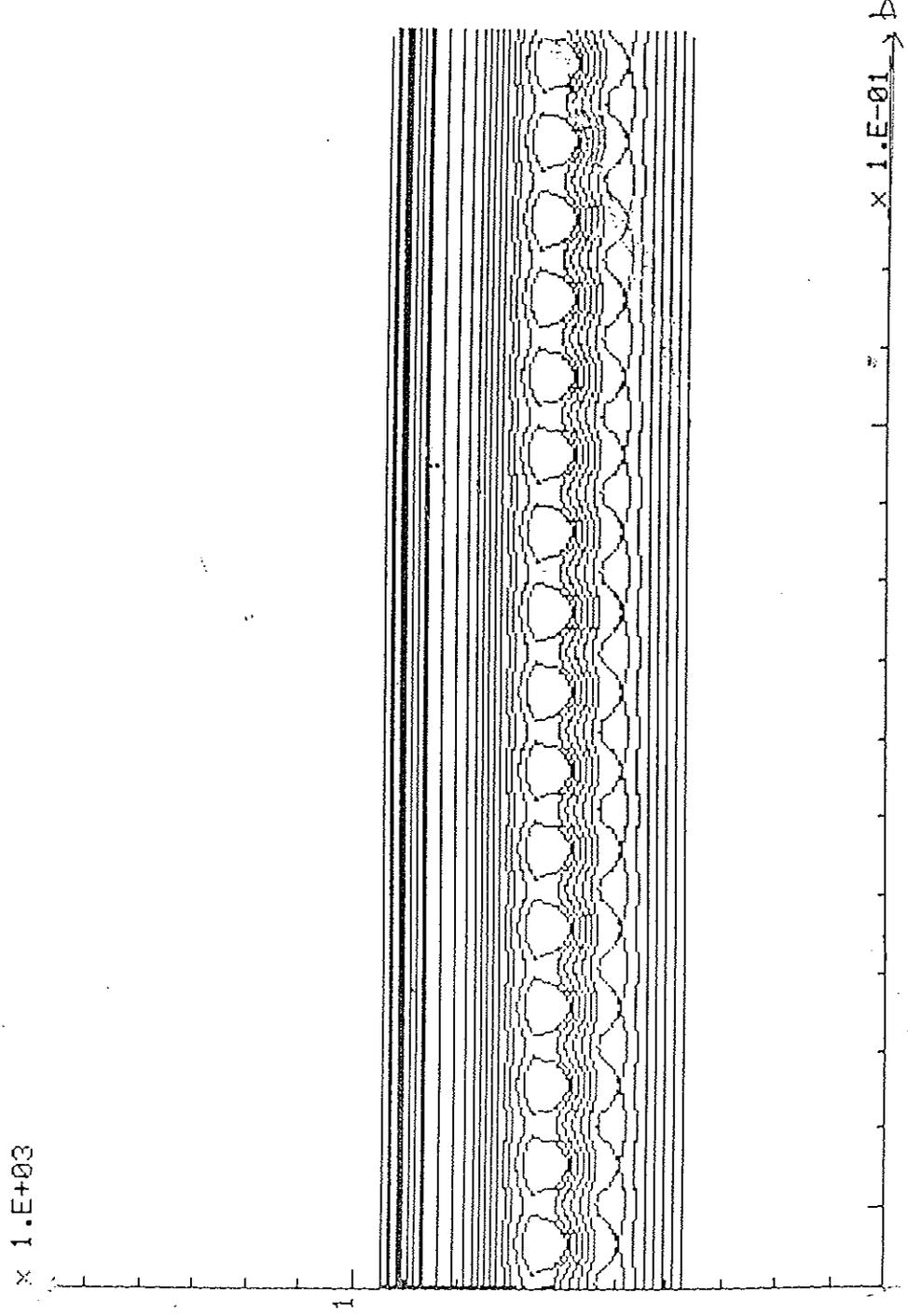


fig: 6.6 : phase de la transformée de la somme de 2 sinusoides

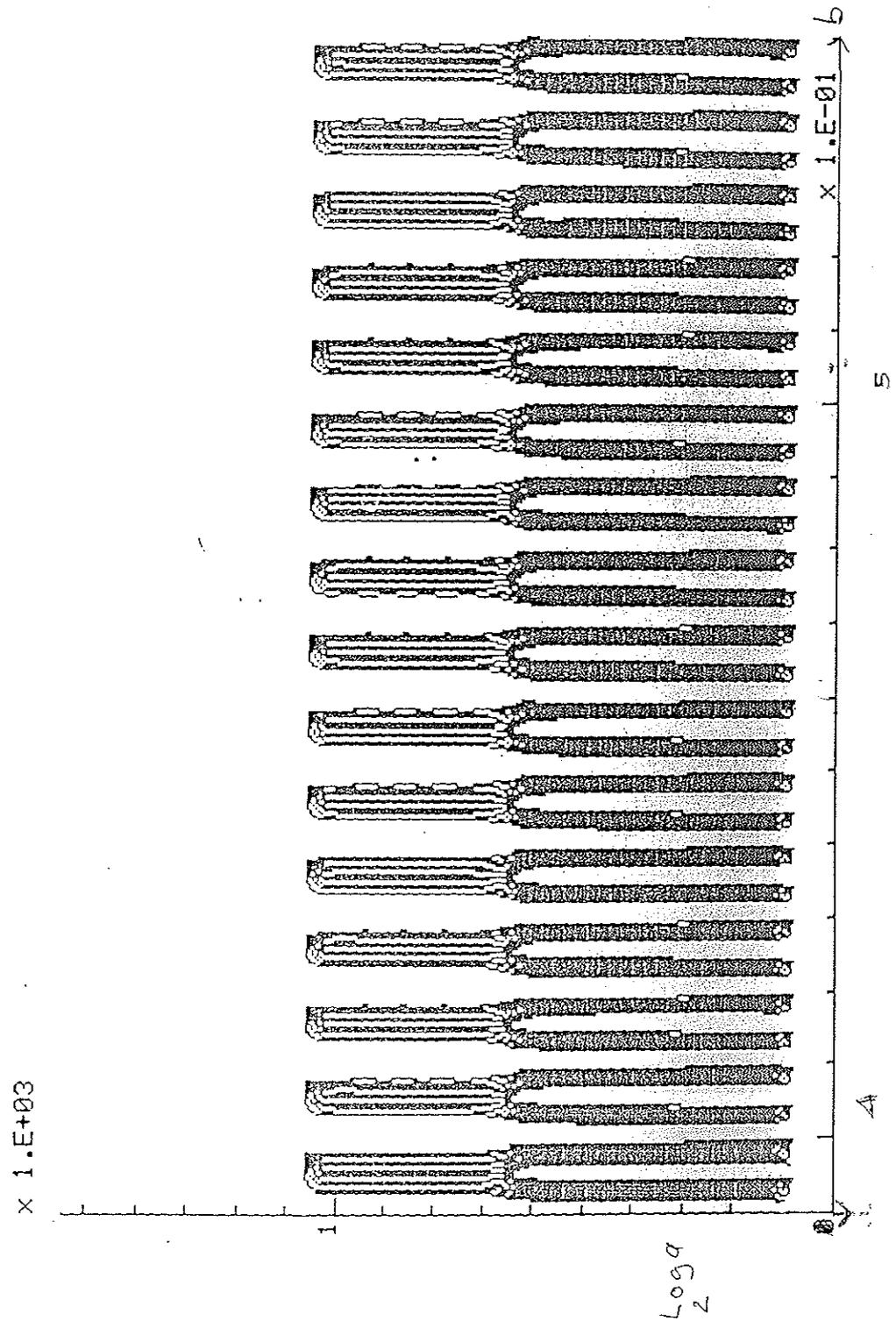


fig 7. a. Module de la transformée de la transition entre un Dirac et une sinusoïde.

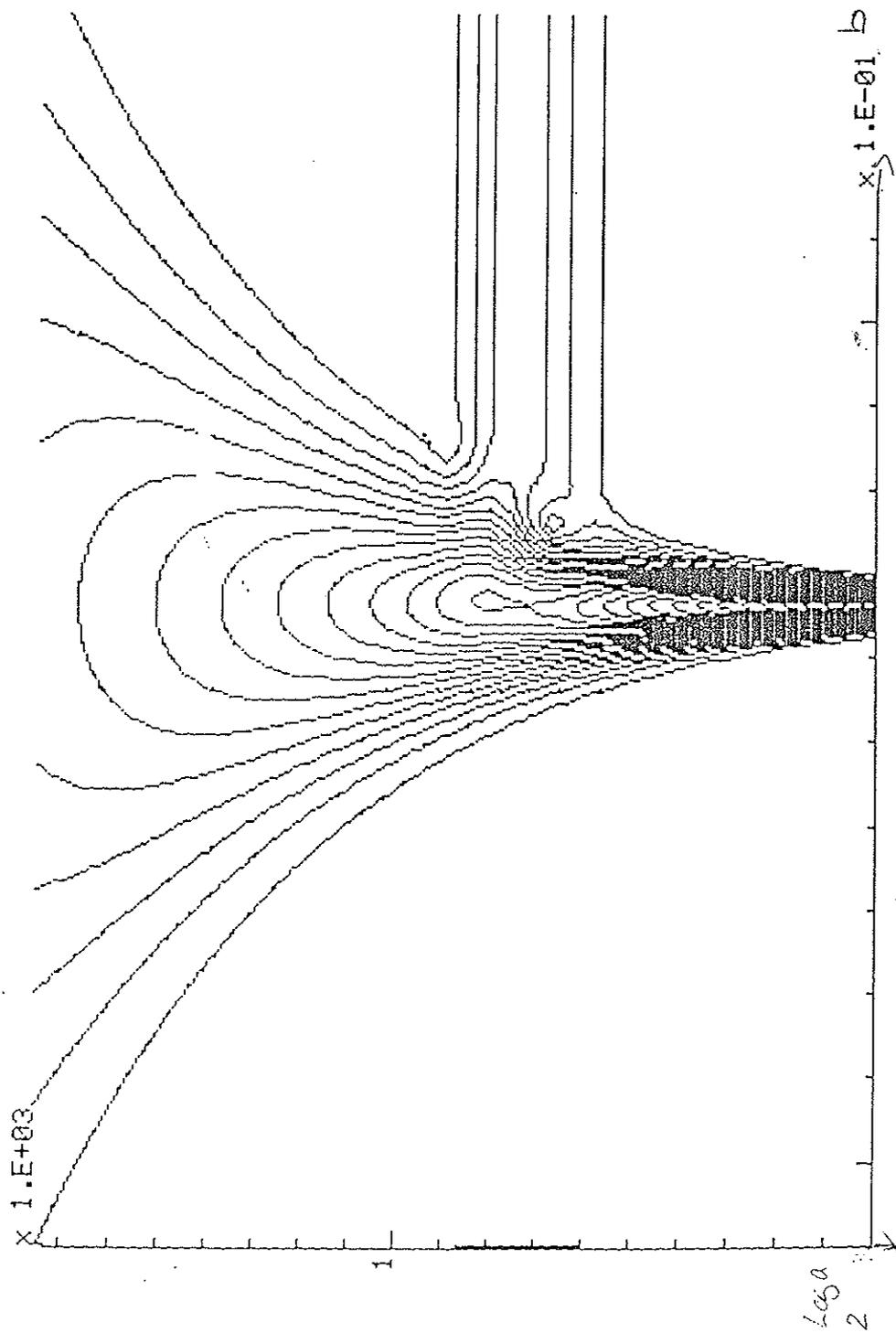
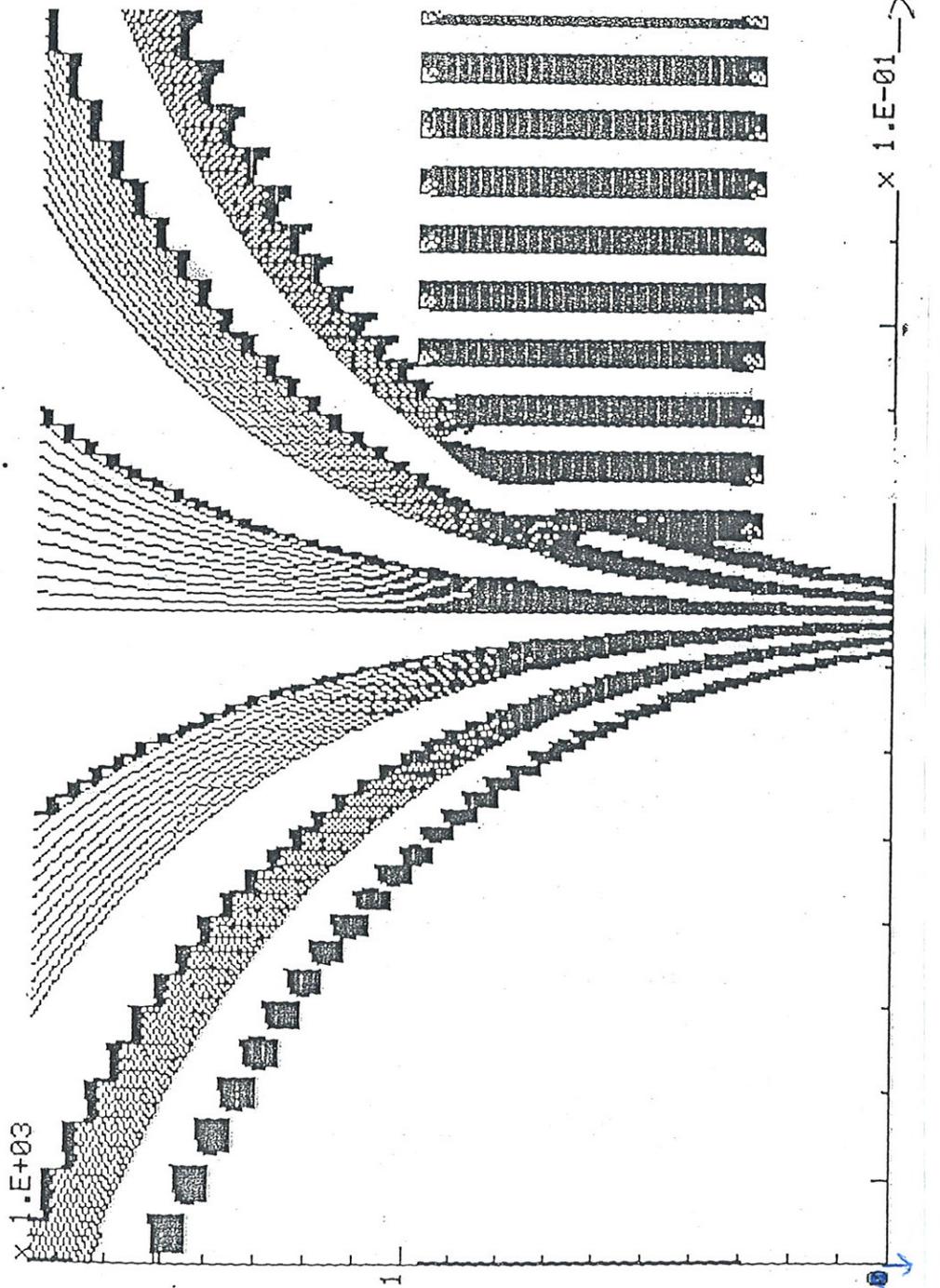
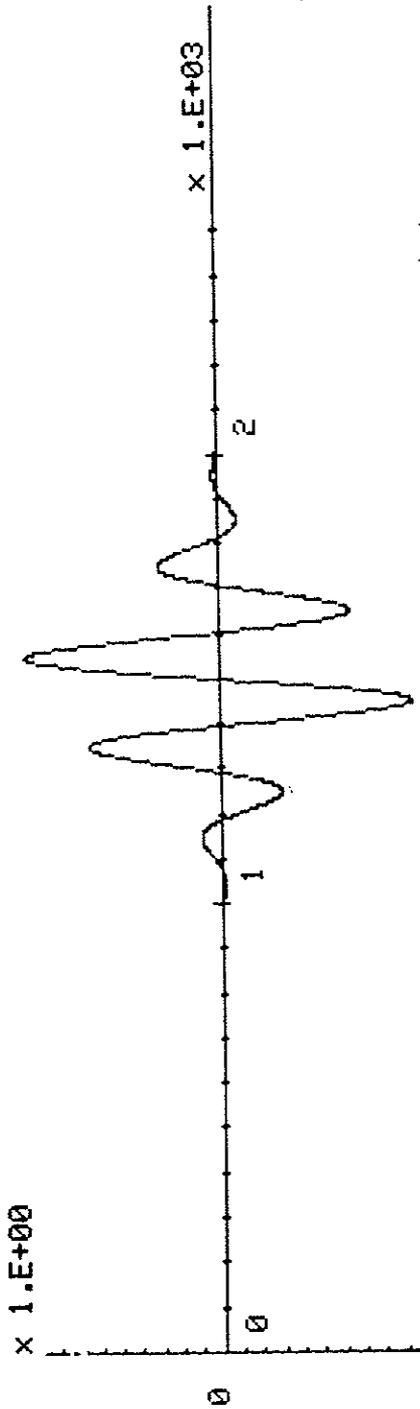


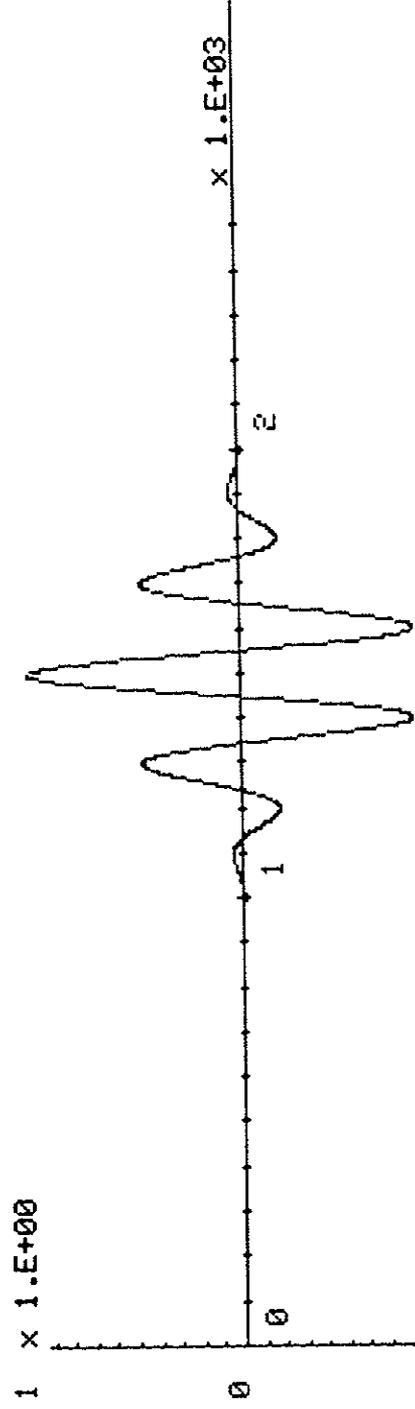
fig: 7.6. Phase de la transformée de la transition entre un Dirac et une sinusoïde.



ANNEXE



Partie imaginaire de l'ondelette de Morlet.



Partie réelle de l'ondelette de Morlet.

Parties réelles et imaginaire de l'ondelette Morlet pour $NP=101$, $\epsilon=10^{-2}$, $a=10$, $\omega_0=5$

5. Programmes sources des logiciels:

- ONDEL.FOR

- SIGNAL.FOR

KRONLAND-MARTINET R., MORLET J., GROSSMANN A.
Analysis of sound patterns through wavelet transforms.
Int. J. Pattern Recognition and Artificial Intelligence.

LEMARIE P.G.
Ondelettes à localisation exponentielle.
A paraître au Journal de Mathématiques Pures et Appliquées.

LEMARIE P.G., MEYER Y.
Ondelettes et bases hilbertiennes.
Revista Matematica Ibero Americana, vol. 2, 1 (1986).

MALLAT S.
A theory for multiscale signal decomposition : the scale change representation.
(GRAS Laboratory, Dept. of Computer and Information Science, Univ. of Pennsylvania,
Philadelphia, PA 19104-6389).

MEYER Y.
Wavelets and operator theory.
Cahiers des mathématiques de la décision.

MEYER Y.
Ondelettes, fonctions splines et analyses graduées.
Cahiers des mathématiques de la décision.

PAUL T.
Affine coherent states and the radial Schrödinger equation. I. Radial harmonic oscillator
and hydrogen atom.
Soumis aux Annales de l'I.H.P.

PAUL T.
Affine coherent states and the radial Schrödinger equation. II. Large N expansions.
Soumis aux Annales de l'I.H.P.

PAUL T.
Affine coherent states and the radial Schrödinger equation. III. Affine Wigner functions.
Soumis aux Annales de l'I.H.P.

PAUL T.
Ondelettes et mécanique quantique.
Thèse d'Etat - 19.12.1985 - Université d'Aix-Marseille II.

PAUL T.
A characterization of dilation analytic operators.
in "Schrödinger Operators, Aarhus 1985".
Lecture Notes in Maths. 1218 - Springer-Verlag.

TCHAMITCHIAN Ph.
Calcul symbolique sur les opérateurs de Calderon-Zygmund et bases inconditionnelles de
 $L^2(\mathbb{R})$.
C.R. Acad. Sc. Paris 303, Série 1, 215 (1986).

TCHAMITCHIAN Ph.
Bi-orthogonalité et théorie des opérateurs.
Soumis à Revista Ibero Americana.

LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE
31.Ch.Joseph-Aiguier (9e arr.) B.P.71 - 13277 Marseille Cedex 9
TEL 91224000. TELEX CNRSMAR 430225F

Handwritten initials and lines