



HAL
open science

Etude de la transmission acoustique à travers le dioptre air-eau

Ginette Saracco

► **To cite this version:**

Ginette Saracco. Etude de la transmission acoustique à travers le dioptre air-eau. Note-laboratoire de Mécanique & d'Acoustique- CNRS-Marseille, ISSN 0750-7356, 1986, 101, pp.1-51. <hal-00424469>

HAL Id: hal-00424469

<https://hal.science/hal-00424469v1>

Submitted on 16 Oct 2009

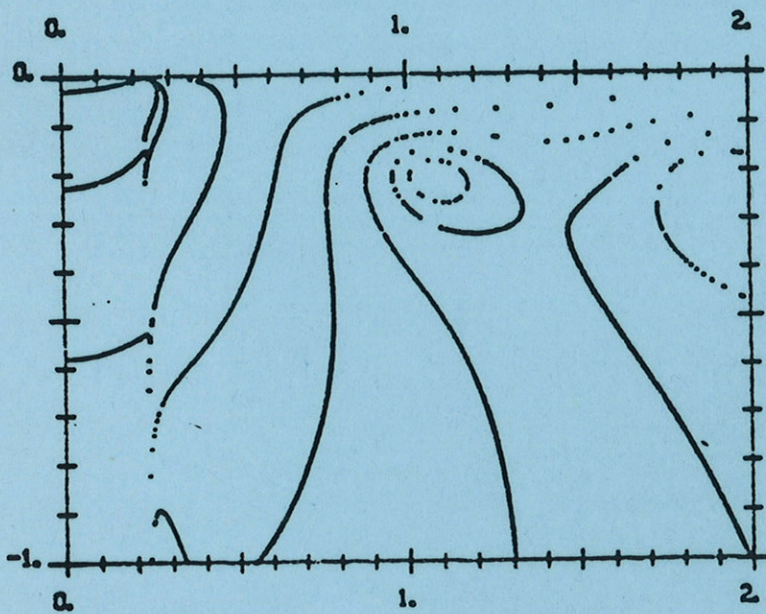
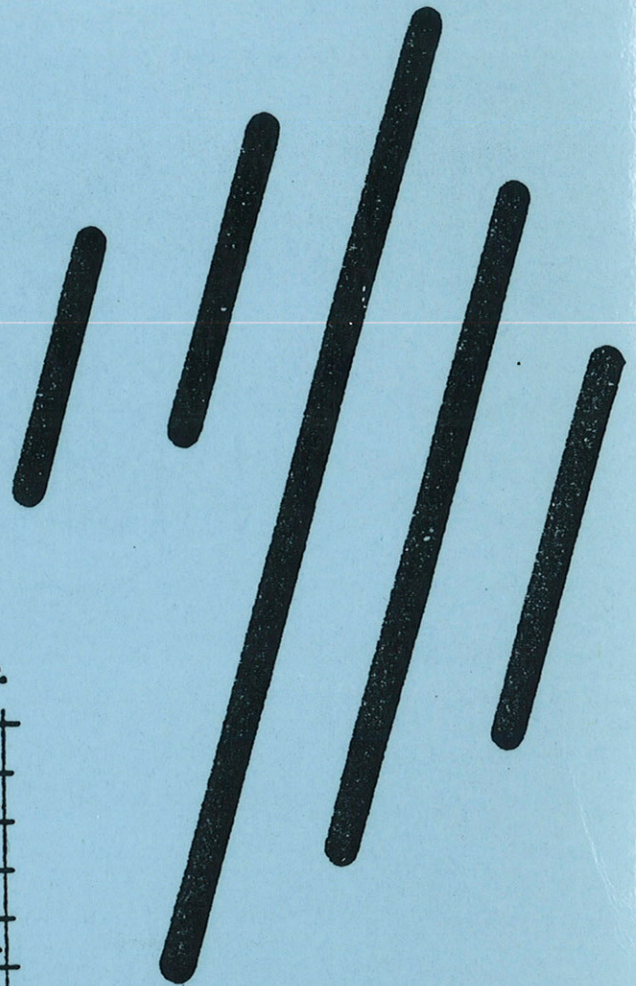
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE

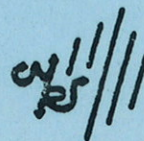


ETUDE DE LA TRANSMISSION ACOUSTIQUE
A TRAVERS LE DIOPTRE AIR-EAU

Ginette SARACCO

NOTE-LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE N° 101

DECEMBRE 1986



**Etude de la Transmission Acoustique à travers le
dioptre Air-Eau.**

SARACCO Ginette

décembre 1986

Note-Laboratoire de Mécanique et d'acoustique n° 101
C.N.R.S. - Marseille.

SOMMAIRE.

I - Introduction.

II - Transmission acoustique à travers une interface plane séparant deux milieux fluides.

II - 1. Position du problème.

II - 2. Champ réfracté direct. (cas de l'acoustique géométrique).

2.1 - Coefficient de divergence géométrique.

2.1.1 - Cas des milieux non homogènes.

2.1.2 - Cas de milieux fluides homogènes.

2.1.2.a - Coefficient référencé par rapport au déplacement de la source virtuelle.

2.1.2.b - Caustique virtuelle.

2.1.3 - Coefficient référencé par rapport à la source ponctuelle réelle.

2.2 - Coefficient de transmission.

2.3 - Expression de l'onde réfractée au point d'observation P.

2.3.1.a - Amplitude.

2.3.1.b - Phase.

2.4 - Application en vue d'une expérience.

2.5 - Simulations.

2.5.1 - Mise en forme des expressions pour le calcul numérique.

2.5.2 - Résolution numérique.

2.5.3 - Représentations graphiques.

II - 3. Expression analytique du champ réfracté à partir de la solution exacte de l'équation des ondes. (Correction à l'optique géométrique).

3.1 - Analyse du problème.

3.2 - Résolution du problème par transformation de Fourier.

3.2.1 - Symétrie axiale.

3.2.2 - Symétrie sphérique.

Décomposition de l'onde sphérique en termes d'ondes planes à l'interface.

3.3 - Expression analytique de l'onde géométrique réfractée.
Correction à l'optique géométrique.

3.4 - Etude du chemin au point de branchement. Correction du champ géométrique réfracté par les ondes inhomogènes.

3.5 - Expression du champ total réfracté en termes d'amplitude et de phase.

3.6 - Simulations.

3.6.1 - Transformation des expressions pour le calcul numérique.

3.6.2. a - Résolution numérique pour l'onde géométrique.

3.6.2. b - Représentations graphiques.

3.6.3. a - Résolution numérique de l'onde latérale réfractée.

3.6.3. b - Représentations graphiques.

3.6.4 - Représentation du champ réfracté total.

III - Conclusion et perspectives.

IV - Annexe.

Etude de la Transmission Acoustique à travers le dioptré Air-Eau.

I- Introduction.

Le traitement et la reconnaissance de signaux acoustiques correspondant à des sources se déplaçant dans un milieu fluide, l'air, et enregistrés à partir de récepteurs se trouvant dans l'eau (hydrophones), passent d'abord par une détection optimum de ces signaux.

Une étude de la propagation acoustique à travers le dioptré air-eau est donc nécessaire. Nombreux sont les travaux se rapportant à ce sujet. Nous nous intéresserons dans un premier temps, plus particulièrement aux travaux d'Urick [1], Gerjuoy [2], Hudimac [3], Young [4] Weinstein et Henney [5], Candel [6], Horton [7] et Brekhovskikh [8], en considérant l'interface entre les deux milieux, comme plane (mer faiblement agitée).

A l'appui de ces travaux, nous déterminerons le champ réfracté total en un point quelconque d'observation et nous examinerons la faisabilité d'une expérimentation de la transmission air-eau en laboratoire.

- Premièrement, en se plaçant dans le cadre de l'Acoustique Géométrique, nous déterminerons par la Théorie des Rayons et suivant les lois de Snell- Descartes, le champ réfracté direct.

- Deuxièmement, par une transformation de Fourier bidimensionnelle sur les variables d'espace en considérant, soit la symétrie axiale du problème [9], [6]; soit la symétrie sphérique de l'onde à l'interface plane (Développement de l'onde sphérique en termes d'ondes planes), puis en prolongeant le champ à tout l'espace [2], [8], nous définirons l'expression analytique du champ réfracté sous forme d'intégrale dans le plan complexe. Cette intégrale calculée par la méthode de 'steepest descent', le long d'un contour Γ judicieusement choisi, nous permettra de retrouver, au premier ordre, l'onde géométrique réfractée et de mettre en évidence, pour des incidences supérieures à l'angle critique, un nouveau type d'onde appelée onde latérale.

- Troisièmement, nous déterminerons l'expression analytique de ces deux types d'ondes constituant le champ réfracté total, que nous décomposerons en termes de phase et d'amplitude. A partir de simulations numériques, nous donnerons une représentation graphique de ce champ, mettant alors en évidence des phénomènes d'interférences et l'importance que peut jouer, dans certains cas, la contribution de l'onde latérale.

Des simulations numériques de ces ondes prises isolément, seront également mises en oeuvre. Nous utiliserons pour cela les variables réduites r/H , d/H et λ/H , où r et d représentent les coordonnées du récepteur, λ et H les caractéristiques de la source.

II - Transmission acoustique à travers une interface plane séparant deux milieux fluides.

II.1- Position du problème.

L'étude théorique de la réfraction d'une onde sphérique à travers une interface séparant deux fluides homogènes et isotropes, montre que le champ obtenu en un point du second milieu, provient de la superposition de différents types d'ondes dont les contributions diffèrent en fonction de la position du point d'observation et suivant la fréquence émise par la source.

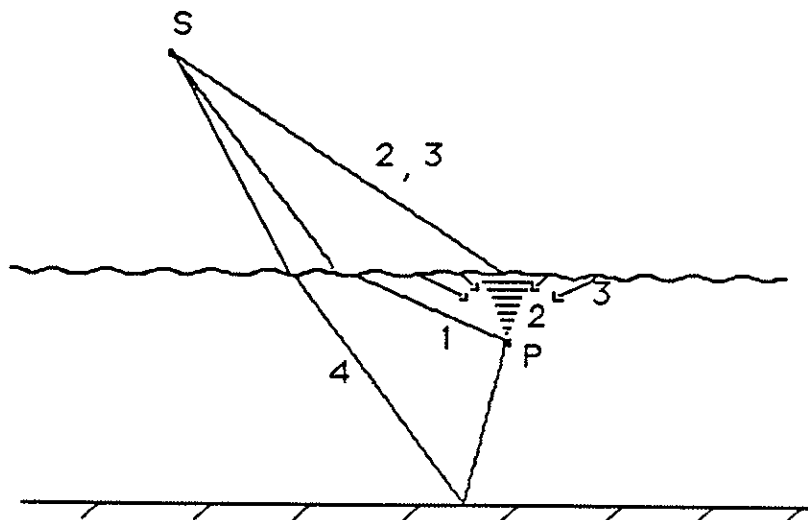
Pour une source ponctuelle S se trouvant dans un milieu 1: l'air, à une hauteur H donnée et pour un point d'observation P se trouvant dans un milieu 2: l'eau, nous pouvons décrire schématiquement, en fonction de quatre trajets, les principales contributions des ondes parvenant à l'hydrophone (cf. fig. 1) :

_ La contribution de l'onde géométrique, qui permet de retrouver la géométrie de la source, d'après les lois de Snell-Descartes;

_ La contribution de l'onde latérale, intervenant pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle critique et que la simple Théorie des Rayons (Approximation haute fréquence) ne permet pas de mettre en évidence;

_ La contribution des ondes ayant subies des réflexions multiples (fond marin, surface..);

_ Et celle de l'onde diffusée par la surface de la mer (diffusion d'autant plus importante que la surface de la mer est agitée).



- 1 - Trajet de l'onde réfractée direct (ou géométrique).
- 2 - Trajet de l'onde latérale.
- 3 - Trajet de l'onde diffusée.
- 4 - Trajet après réflexions multiples.

figure 1 : Contributions des différents trajets de l'onde au point d'observation P (hydrophone).

En se plaçant dans un premier temps dans les conditions d'une mer assez calme et de grande profondeur, nous pouvons négliger les deux dernières contributions.

On s'intéressera donc à la contribution des ondes directe et latérale. Nous verrons que l'intervention de cette dernière augmente l'amplitude du champ réfracté pour de faibles profondeurs du récepteur, et ce, d'autant plus que la fréquence du signal émise est basse.

L'étude du champ total réfracté à partir de la solution exacte de l'équation des ondes est donc d'un grand intérêt. Celle-ci sera paramétrée par les coordonnées du point d'observation (hydrophone) et suivant les caractéristiques de la source (longueur d'onde du signal émis, hauteur par rapport à l'interface).

II.2 - Champ réfracté direct. (cas de l'Acoustique Géométrique)

L'Acoustique géométrique consiste à considérer l'onde comme localement plane, ne faisant intervenir que des propriétés locales du milieu. On suppose que les variations des caractéristiques de l'onde (amplitude et direction) sont faibles sur des distances comparables à la longueur d'onde. Nous avons alors $\lambda \ll 1$ ou $kR \gg 1$; R étant la distance de la source au point d'observation.

Nous sommes dans le cadre de l'approximation haute fréquence. Le champ acoustique peut être représenté à l'aide de rayons direct et réfracté qui sont des droites dans le cas de milieux homogènes, et vérifient la loi de Snell-Descartes qui est:

$$(2.1) \quad \sin(\theta) / c_1 = \sin(\varphi) / c_2$$

En utilisant le principe de conservation de l'énergie, contenue dans un faisceau de rayons proches et en écrivant les conditions de continuité de la pression et de la vitesse normale à l'interface Σ , nous pouvons déterminer le rapport de l'intensité réfractée sur l'intensité incidente. L'intensité incidente étant définie à une distance unité de la source, nous pouvons écrire le rapport suivant:

$$(2.2) \quad I_t / I_i = A(\theta) B(\theta)$$

$A(\theta)$ coefficient de divergence géométrique;

$B(\theta)$ coefficient de transmission.

Nous allons étudier successivement ces deux coefficients.

2.1- Coefficient de divergence géométrique.

L'invariance du flux d'énergie F contenu dans un tube de volume Ω , de section σ_1 et σ_2 (cf. fig. 2), conformément au principe de la conservation de l'énergie, nous fournit une relation sur la variation de l'amplitude de l'onde à l'intérieur de celui-ci. Cette variation n'est autre que le coefficient de divergence géométrique.

Soit :

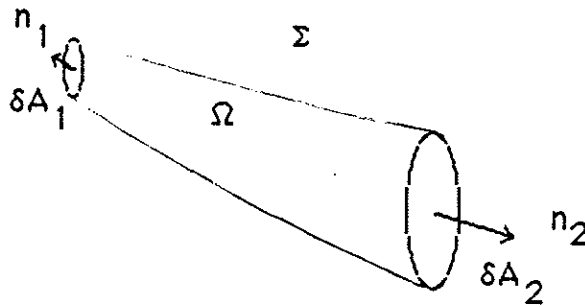


figure 2 : Représentation schématique du flux contenu dans une portion de faisceau.

Nous avons :

$$(2.3) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0 \quad (\text{équation de conservation du flux}),$$

$$\text{où} \quad |\vec{F}_\perp| = |\vec{P}^2|/2\rho c \quad (\text{pour une onde plane})$$

En appliquant le théorème de Green-Ostrogradsky au volume Ω , délimité par la surface fermée $\delta A_1, \delta A_2, \Sigma$ avec n_i normales extérieures à la surface, nous avons:

$$(2.4) \quad \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_\perp d\Omega = \iint_{\delta A_1 + \delta A_2 + \Sigma} \vec{F}_\perp \cdot \vec{n} dA$$

De ces relations nous pouvons déduire le rapport des aires des sections σ_1 et σ_2 :

$$(2.5) \quad \delta A_1 / \delta A_2 = |\vec{P}_2|^2 / |\vec{P}_1|^2 \quad \text{où} \quad P = \rho \partial \psi / \partial t$$

Soit le coefficient :

$$(2.6) \quad A(\theta) = \delta A_1 / \delta A_2 = |\psi_2|^2 / |\psi_1|^2 \quad \text{et} \quad \psi = |\psi| e^{i\Phi}$$

Il existe différentes façons de déterminer le coefficient de divergence, selon que l'on se réfère au déplacement de la source virtuelle S' [1], [6], [7] ou à la source réelle S [2], ..., [5], [8]; que l'on considère les aires des sections suivant un même milieu ou de part et d'autre du dioptre. On peut facilement montrer le passage d'une formule à l'autre. L'avantage des méthodes du type 1 (référence / S'), est de présenter le facteur de divergence, et par conséquent le rapport des intensités, uniquement en fonction du rayon réfracté (distance L' : source virtuelle-récepteur) et de l'angle correspondant. Nous avons alors un lien direct entre le problème physique et la théorie mathématique utilisée. Cette méthode permet en outre, de déterminer l'intensité réfractée dans les conditions de champ proche aussi bien que dans celles du champ lointain. En revanche il ne nous est pas possible de connaître l'expression de la phase et l'amplitude de l'onde en un point quelconque d'observation. Seule une étude fondamentale du champ, en utilisant l'expression du potentiel acoustique [2], permet l'accès à cette information. De l'amplitude découle l'expression du facteur de divergence, des conditions de raccordement du champ à la frontière résulte l'expression du facteur de transmission, sans restriction comme dans [1], au cas des ondes planes.

Avant de nous intéresser à une méthode de type 1, nous allons traiter le problème du facteur de divergence dans le cas de milieux non homogènes [7]. Deuxièmement, en se plaçant sous certaines conditions, nous montrerons le lien entre cette méthode et celle utilisée en [1], puis nous décrirons brièvement une méthode du type 2 qu'utilise Gerjuoy et Brekhovskikh.

2.1.1 - Cas de milieux non homogènes.

Dans le cas de milieux non homogènes, les rayons ne sont pas rectilignes. En se plaçant à une distance unité de la source S, nous avons (cf. fig 3.1) :

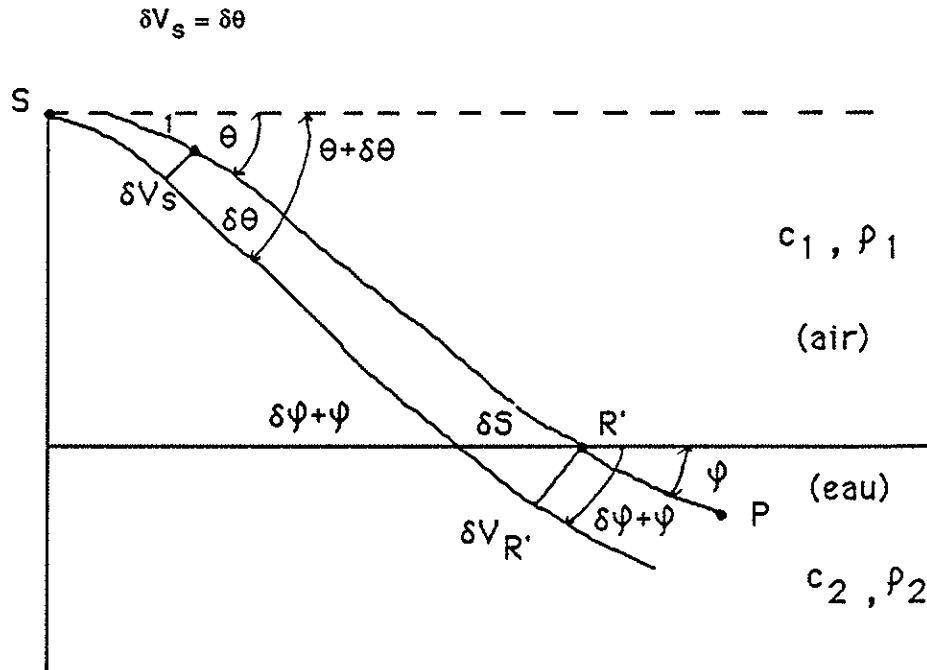


fig. 3.1 : Réfraction d'un faisceau acoustique dans le cas d'un milieu non homogène.

Une rotation $\delta\alpha$ du faisceau de rayons proches issus de S, donnerait une distance par rapport à l'horizontale :

$$\delta x_S = \cos(\theta)\delta\alpha$$

Considérons le point R', un accroissement de l'angle de réfraction ϕ , entrainerait une diminution de δr , mais une augmentation de $\delta V_{R'}$, nous avons donc :

$$\sin(\phi) = \delta V_{R'} / -\delta r \quad \Rightarrow \quad \delta V_{R'} = -\sin(\phi) \delta r$$

En considérant les distances par rapport à l'axe horizontal, nous avons pour une rotation $\delta\phi$, un déplacement du point R' tel que :

$$\delta x_{R'} = r \delta\phi \quad \text{où } r \text{ est la distance } SR' \text{ projetée sur l'axe horizontal.}$$

En utilisant le principe de conservation de l'énergie (2.4), nous avons d'après la relation décrite en (2.6), le rapport de l'intensité acoustique pris d'une part à une distance unité en S et d'autre part au point R' tel que :

$$(2.7) \quad I_{R'}/I_S = A(\theta) = (\delta V_S/\delta V_{R'}) (\delta x_{R'}/\delta x_S) = - (\cos(\theta)/r \sin(\varphi)) (\delta\theta/\delta r)$$

Pour de petites variations d'angle, on assimile le rapport $\delta r/\delta\theta$ à la dérivée $dr/d\theta$, d'où l'expression du coefficient de divergence :

$$(2.8) \quad A(\theta) = - (\cos(\theta)/r \sin(\varphi)) (d\theta/dr)$$

2.1.2. - Cas de milieux fluides homogènes.

a - Coefficient référencé par rapport au déplacement de la source virtuelle.

Si l'on considère le déplacement de la source virtuelle S', nous voyons que l'aire dA_2 pris au point d'observation P, est engendrée par le faisceau réfracté d'angle $d\varphi$, issu de S'. Le centre de rotation de cette aire n'est autre que le point S'' (intersection du prolongement de S' avec la verticale issue de la source réelle S), (cf.fig 3.2).

En considérant l'aire dA_1 pris à une distance unité de S à l'intérieur du faisceau incident, limité par les deux rayons adjacents d'angle $d\theta$, le coefficient de divergence n'est autre que le rapport de ces aires dû à la variation de l'angle solide $d\Omega$. L'originalité de cette méthode est de déterminer un coefficient de divergence dépendant de la distance de la source virtuelle au point d'observation, soit $S'P = L_1$, et de la distance centre de rotation-récepteur, soit $S''P = L_2$.

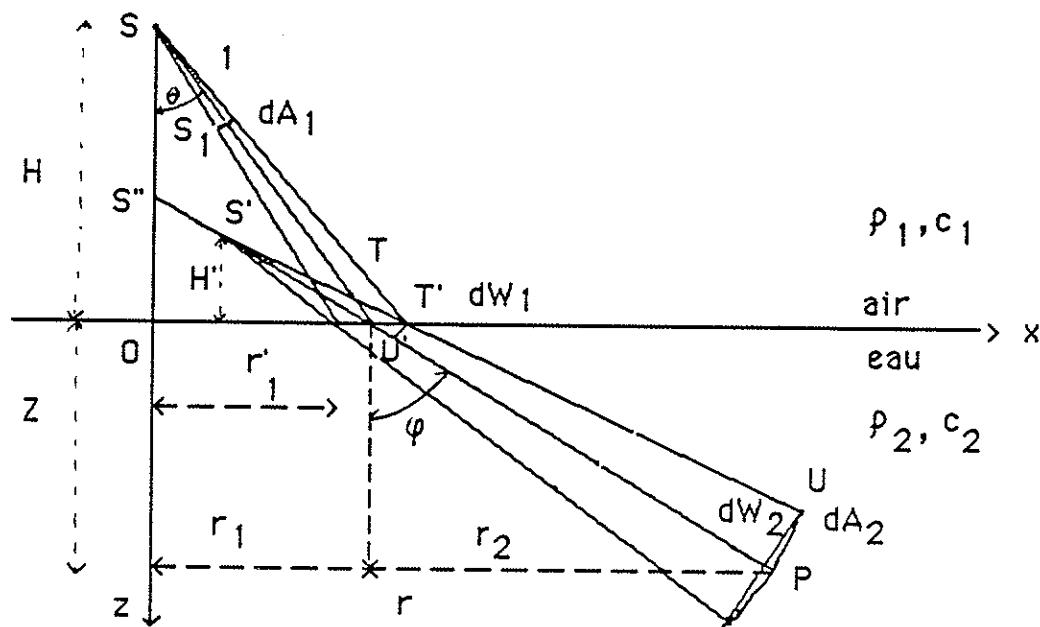


fig: 3.2 Représentation graphique de la réfraction d'un faisceau acoustique sur le dioptre air-eau.

Nous avons donc :

$$(2.9) \quad A(\theta) = dA_1(S_1)/dA_2(P)$$

dA_1 étant calculée à une distance unité de S et Ω étant l'angle solide :

$$(2.10) \quad \begin{aligned} \Omega = 2\pi(1 - \cos(\theta)) &\Rightarrow d\Omega = 2\pi \sin(\theta) d\theta \\ &\Rightarrow dA_1(S_1) = r_0^2 d\Omega \\ &\Rightarrow dA_1(S_1) = d\Omega \quad |_{r_0=1} \end{aligned}$$

$$(2.11) \quad dA_2(P) = 2\pi L_1 \sin(\varphi) L_2 d\varphi$$

Soit n le rapport des célérités des milieux, $n = c_1/c_2$, l'expression du coefficient de divergence géométrique est donc, en utilisant la loi de Snell-Descartes (2.1) :

$$(2.12) \quad A(\varphi) = n^2 \cos(\varphi)/\cos(\theta) L_1 L_2$$

2.1.2.-b - Caustique virtuelle.

Nous avons les relations suivantes (cf. fig 3.2) :

$$(2.13) \quad \begin{aligned} L_1 &= (H' + Z)/\cos(\varphi) & r &= H \operatorname{tg}(\theta) + Z \operatorname{tg}(\varphi) \\ L_2 &= r/\sin(\varphi) & r_1 &= H \operatorname{tg}(\theta) \quad , \quad r_2 = H' \operatorname{tg}(\varphi) \end{aligned}$$

Une variation d'angle $\delta\theta$ de r_1 , soit δr_1 , entraîne une variation de même grandeur pour r_2 , soit $\delta r_2 = \delta r_1$, d'où :

$$dr_1/d\theta = (dr_2/d\varphi) (d\varphi/d\theta)$$

La source virtuelle S' se trouve à une distance H' variable, telle que :

$$(2.14) \quad H' = H n \cos^3(\varphi)/\cos^3(\theta)$$

Le passage de l'expression (2.8) à l'expression (2.12) est évident en utilisant les relations (2.13) et (2.14). Le coefficient diffère uniquement par la comptabilisation des angles par rapport à l'horizontale (analogie avec l'optique géométrique des rayons optiques) et non par rapport à la verticale.

2.1.3 - Coefficient référencé par rapport à la source ponctuelle réelle.

Pour cela, on considère le faisceau engendré par deux rayons adjacents proches (cf. fig. 3.2), ST et ST' se réfractant, selon le principe de l'optique géométrique, respectivement en T et T'

pour donner les rayons TP et TU suivant les angles θ , $\theta+d\theta$ (incidence) et φ , $\varphi+d\varphi$ (réfraction). Nous avons d'après (2.3) et (2.4) conservation de l'énergie à l'intérieur du faisceau réfracté, au passage du dioptre.

Le rapport des aires des anneaux engendrées par la rotation des segments U'T' et UP, orthogonaux au rayon réfracté TP, respectivement en U' et P, est égal d'après (2.6), au carré de l'inverse du rapport des amplitudes de l'onde. Il détermine ainsi le coefficient $A(\theta)$ de la divergence géométrique du faisceau dans l'eau, où θ représente l'angle d'incidence.

Soit T' le point d'observation proche de T, mais dans le milieu 2 :

$$(2.15) \quad dW_1(T')/dW_2(P) = 2\pi r'_1 U'T' / 2\pi r UP \quad , \quad \text{où} \quad r'_1 = OT' \quad , \quad r = OP$$

or

$$r'_1 \approx r_1 \quad \text{où} \quad r_1 = OT = H \operatorname{tg}(\theta) \quad \text{avec} \quad TT' = [d(OT)/d\theta]d\theta$$

Nous avons les relations géométriques suivantes :

$$(2.16) \quad U'T' = TT' \cos(\varphi)$$

$$PU = U'T' + TP d\varphi \quad \text{où} \quad TP d\varphi \text{ est l'arc de cercle de rayon TP et d'angle } d\varphi$$

$$TP = Z / \cos(\varphi)$$

Soit :

$$(2.17) \quad dW_1(T')/dW_2(P) = H \operatorname{tg}(\theta) / r(1 + TP d\varphi / U'T')$$

L'expression du coefficient est donc dans ce cas :

$$(2.18) \quad A(\theta) = H^2 \operatorname{tg}(\theta) \cos^3(\varphi) / r [H \cos^3(\varphi) + z \cos^3(\theta) / n]$$

avec $n \cos(\varphi) = (n^2 - \sin^2(\theta))^{1/2}$, d'après (2.1)

La différence entre les expressions (2.12) et (2.18) vient de ce qu'on considère les aires des sections d'une part dans le même milieu, à une distance source-interface, $ST = H/\cos(\theta)$ pour dW_1 , et d'autre part à une distance unité SS_1 de la source, soit des aires prises de part et d'autre du dioptre. Nous avons :

$$(2.19) \quad A^{(1)}(\theta) = dA_1(S_1) / dA_2(P)$$

$$(2.20) \quad A^{(2)}(\theta) = dW_1(T') / dW_2(P)$$

Or dans le second cas , nous avons à la frontière, un changement d'intensité accompagnant un changement de l'aire engendrée par le faisceau. Soient les relations :

$$(2.21) \quad \delta W_i = \delta W \cos(\theta) \quad (\text{faisceau incident})$$

$$\delta W_t = \delta W \cos(\varphi) \quad (\text{faisceau transmis})$$

Les coefficients sont donc reliés par l'expression :

$$(2.22) \quad A^{(1)} = A^{(2)} \cos(\theta) / (ST)^2 \cos(\varphi)$$

Suivant le type de raisonnement adopté et les hypothèses faites pour calculer le coefficient de divergence, on exprimera différemment le coefficient de transmission. La méthode utilisée en 2.1.3 est par contre, plus fondamentale que celle de 2.1.1, 2.1.2, car elle ne restreint pas le développement du coefficient de transmission à celui fait pour des ondes planes.

2.2 - Coefficient de transmission.

Le coefficient de transmission n'est autre que le rapport de l'intensité de l'onde réfractée sur l'intensité de l'onde incidente à l'interface Σ . On le déduit des conditions de continuité de la pression et de la vitesse normale à la frontière. En considérant un faisceau arrivant sous incidence oblique, dans le cas d'une onde plane, nous pouvons déterminer l'expression de $B(\theta)$ (cf (2.2)). Nous étudierons dans un second temps, le champ créé par une source ponctuelle, en utilisant le potentiel acoustique de l'onde sphérique en termes d'amplitude et de phase. Ceci nous permettra d'écrire l'expression du potentiel réfracté en fonction du potentiel incident. Ceci nous permettra de retrouver d'une part le coefficient de divergence en accord avec celui défini en 2.1.3, et celui de la transmission. Cette formulation, tout en restant dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique (limite de la loi de Snell-descartes), permet l'étude générale de la transmission de l'onde sphérique à travers un dioptre pour un point quelconque d'observation.

Coefficient de transmission (onde plane).

Les conditions aux limites s'écrivent, en considérant l'interface Σ dans le plan $z = 0$, avec $z > 0$ dans le milieu 1, et $z < 0$ pour le milieu 2 :

$$(2.23) \quad [(P_i + P_r)_1 = (P_t)_2]_{\Sigma}$$

$$[\rho_2 dP_1/dz = \rho_1 dP_2/dz]_{\Sigma}$$

$$(2.24) \quad \text{En posant :} \quad m = \rho_2/\rho_1 \quad , \quad n = c_1/c_2$$

m rapport des masses volumiques des milieux respectivement de l'eau et de l'air, nous déduisons le rapport de la pression transmise P_t sur la pression incidente P_i :

$$P_t/P_i = 2 m \cos(\theta) / (m \cos(\theta) + n \cos(\varphi))$$

Le coefficient de transmission $B(\theta)$ étant le rapport des intensités, nous avons suivant la relation (2.4)

$$B(\theta) = n P_t^2 / m P_i^2$$

Or dans le cas d'un faisceau de rayons infiniment proches issu de S, faisant un angle d'incidence θ par rapport à la verticale et traversant une frontière plane en faisant un angle de réfraction φ , nous avons à la frontière un changement d'intensité accompagnant une réduction de la puissance énergétique (une partie étant réfléchié l'autre transmise), soit d'après la relation (2.21), un coefficient de transmission :

$$(2.25) \quad \begin{aligned} B(\theta) &= I_t \cos(\varphi) / I_i \cos(\theta) \\ &= 4 n m \cos(\theta) \cos(\varphi) / (m \cos(\theta) + n \cos(\varphi))^2 \end{aligned}$$

Nous pouvons écrire à l'aide de (2.25) et (2.12) l'intensité de l'onde réfractée en fonction de l'intensité de l'onde incidente mesurée à une distance unité, soit :

$$(2.26) \quad I_t = [4n^3 m \cos^2(\varphi) / L_1 L_2 (m \cos(\theta) + n \cos(\varphi))^2] I_i$$

2.3 - Expression de l'onde réfractée au point d'observation P.

2.3.1 - a - Amplitude.

Dans la représentation de l'onde en terme d'amplitude et de phase (2.6), nous avons au point d'observation T se trouvant sur l'interface Σ , les conditions de raccordement suivantes :

Posons : T^+ le point d'observation proche de T dans le milieu 1
 T^- le point d'observation proche de T dans le milieu 2

ψ_1 le potentiel acoustique de l'onde dans le milieu 1

ψ_2 le potentiel acoustique de l'onde réfractée, milieu 2

$$(2.27) \quad \begin{aligned} \psi_2(T^-) &= \psi_1(T^+) / m \\ \psi_1(T^+) &= \psi_i(T^+) + \psi_r(T^+) \end{aligned}$$

or nous avons :

$$(2.28) \quad \psi_1(T^+) = \psi_i(T^+) [1 + D(\theta)], \text{ où } D(\theta) \text{ représente le coefficient de réflexion.}$$

La source étant ponctuelle, nous avons des ondes incidentes sphériques soit l'expression :

$$(2.29) \quad \psi_i = |\psi_i| e^{i\phi} \quad \text{et} \quad |\psi_i| = \mathcal{A} / R \quad \text{avec} \quad R = ST = h / \cos(\theta)$$

Si on pose $\mathcal{A} = 1$, nous avons :

$$(2.30) \quad \psi_1(T^+) = |1 + D(\theta)| / R$$

Soit d'après (2.28) , (2.29) , (2.30) :

$$\begin{aligned}\psi_2(T^-) &= \psi_1(T^+) / m \\ &= \psi_1(T^+) [1 + D(\theta)] / m \\ &= |1 + D(\theta)| |\psi_1(T^+)| e^{i\phi(T^-)} / m\end{aligned}$$

Soit :

$$(2.31) \quad \begin{aligned}\psi_2(T^-) &= |1 + D(\theta)| e^{i\phi(T^-)} / mR , \\ |\psi_2(T^-)| &= |1 + D(\theta)| / mR\end{aligned}$$

et $T(\theta) = |1 + D(\theta)|/m = 2\cos(\theta)/(m\cos(\theta)+n\cos(\varphi))$, taux de transmission pour une onde plane en incidence quelconque.

Nous avons donc dans le milieu 2, les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned}\psi_2(T^-) &= |\psi_2(T^-)| e^{i\phi(T^-)} \\ \psi_2(P) &= |\psi_2(P)| e^{i\phi(P)}\end{aligned}$$

or d'après (2.6) et (2.16) nous pouvons écrire la relation :

$$(2.32) \quad \begin{aligned}|\psi_2(T^-)|/|\psi_2(P)| &= [dW_2(P)/dW_1(T^-)]^{1/2} \\ &= [A(\theta)]^{-1/2}\end{aligned}$$

L'expression finale du champ réfracté au point d'observation P est donc :

$$(2.33.a) \quad \begin{aligned}\psi_2(P) &= |\psi_2(T^-)| [A(\theta)]^{1/2} e^{i\phi(P)} \\ \psi_2(P) &= |1 + D(\theta)| [A(\theta)]^{1/2} e^{i\phi(P)} / mR\end{aligned}$$

avec $|\psi_2(P)| = |1 + D(\theta)| [A(\theta)]^{1/2} / mR$

$$(2.33.b) \quad = 2[\sin(\theta)]^{1/2}/(m\cos(\theta)+n\cos(\varphi))(r[H\cos^3(\varphi)+z\cos^3(\theta)/n])^{1/2}$$

2.3.1 - b - Phase

La phase au point d'observation P, est déterminée par le trajet optique du rayon SP qui se réfracte à l'interface au point T selon la loi (2.1) :

$$(2.34) \quad n = c_1/c_2 = k_2/k_1 , \quad k_i \text{ représente le nombre d'onde dans le milieu } i. \text{ Soit un terme de phase :}$$

$$\phi_P = k_1 (ST + TP) \quad \text{or d'après (2.1) , (2.16), (2.34) nous pouvons écrire :}$$

$$(2.35) \quad \phi_p = k_1 (H/\cos(\theta) + n^2 Z / [n^2 - \sin^2(\theta)]^{1/2})$$

et

$$r = Z \operatorname{tg}(\varphi) + H \operatorname{tg}(\theta) \quad (\text{d'après 2.13})$$

r distance horizontale entre le récepteur et l'axe vertical issu de la source S.

2.4 - Application en vue d'une expérience.

En remarquant que dans le cas du dioptre air-eau, le rapport des masses volumiques :

$$(2.36) \quad m = \rho_2/\rho_1 \gg 1 \quad \text{soit} \quad \rho_1 c_1 \ll \rho_2 c_2 ,$$

avec $n < 1$, et un angle critique faible de l'ordre de 13° . Nous pouvons déduire d'après (2.25), (2.26), (2.33) que :

$$(2.37) \quad I_r/I_i \ll 1 \quad \text{et} \quad P_r/P_i \approx 2$$

Nous voyons que la forte différence d'impédance entre les deux milieux, contribue dans ce cas à une faible puissance énergétique réfractée. Ce qui permet de dire que l'énergie est en majeure partie réfléchi par la surface de la mer. Or, nous avons une pression transmise au passage du dioptre non négligeable et donc mesurable. L'importance du choix des récepteurs intervient de ce fait, ceux-ci devront être sensibles à la variation de pression.

II.2.5 - Simulations

Par des simulations numériques, nous pouvons représenter le champ de pression réfracté correspondant à une situation expérimentale donnée, sous forme de cartes d'amplitude et de phase.

Nous voulons déterminer la correction qu'il faut apporter à la pression mesurée par l'hydrophone, en fonction de la position de celui-ci, pour retrouver la pression incidente dont les caractéristiques; hauteur et fréquence de la source, nous sont inconnues.

Nous allons pour cela déterminer numériquement les courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique réfractée suivant les variables réduites r/H et d/H , coordonnées du point d'observation (position sur l'horizontale et immersion de l'hydrophone). H représente la hauteur de la source par rapport à l'interface.

2.5.1-Mise en forme des expressions pour le calcul numérique.

Compte tenu de la relation (2.36) caractérisant le dioptre, nous pouvons simplifier les expressions (2.26), (2.33) se rapportant à l'intensité géométrique réfractée :

Posons : $X = r/H$ et $Y = z/H$

$$(2.38) \quad [I_2/I_1]/H^2 = 4n^3 \cos^2(\varphi)/m(L_1/H)(L_2/H)\cos^2(\theta)$$

ou

$$[|\psi_2(P)|^2/|\psi_1(P)|^2]/H^2 = 4n\sin(\theta)/m^2 X(n\cos^{-3}(\theta) + Y\cos^{-3}(\varphi))\cos^2(\theta)$$

En prenant pour unité de l'intensité dans l'eau (resp. air), l'intensité d'une onde plane de pression unité dans l'eau (resp. air), pour se conformer à une réalisation expérimentale (hydrophone et microphone), nous pouvons éliminer le terme n/m des expressions précédentes.

$$(2.39) \quad \tilde{I}_i = [I/\tilde{P}_i^2] \rho_i c_i \quad , \quad \tilde{P}_i \text{ Pression unité dans le milieu } i$$

En se référant à des courbes d'isoatténuation exprimées en décibels, nous pouvons de plus éliminer le terme en $\cos^2(\theta)$, car pour une incidence critique de l'ordre de 13° dans le cas du dioptre air-eau, l'erreur engendrée est inférieure à 0,2 décibels.

les expressions précédentes se simplifient de la façon suivante :

$$(2.40) \quad \begin{aligned} & [\tilde{I}_2/\tilde{I}_1]/H^2 = 4n^2 \cos^2(\varphi)/(L_1/H)(L_2/H) \\ \text{ou} & [|\tilde{\Psi}_2(P)|^2/|\tilde{\Psi}_1(P)|^2]/H^2 = 4n \sin(\theta)/X(n \cos^{-3}(\theta) + Y \cos^{-3}(\varphi)) \end{aligned}$$

avec :

$$(2.41) \quad \begin{aligned} X &= \text{tg}(\theta) + Y \text{tg}(\varphi) & \tilde{I}_i &= (I/\tilde{P}_i^2) \rho_i c_i \\ X &= L_2/H \sin(\varphi) & \text{et} & \\ Y &= L_1/H \cos(\varphi) - H' & \tilde{P}_i & \text{pression unité dans le milieu } i \end{aligned}$$

Nous obtenons une perte par divergence et réfraction de la pression acoustique de $10 \log([\tilde{I}_2/\tilde{I}_1]/H^2)$.

Nous remarquons, d'après la relation (2.40), que dans les conditions de champ lointain ($L_1 \gg H$), nous avons $L_1 \approx L_2$ soit :

$I_2 = 4n^2 \cos^2(\varphi) I_1 / L_1^2$, ce qui correspond à une source dipolaire située à l'interface dont l'intensité est $4n^2$ fois supérieure à celle de la source réelle [1].

2.5.2 - Résolution numérique

Pour une atténuation W en décibel, nous avons le produit :

$$(2.42) \quad L_1 L_2 = 4n^2 \cos^2(\varphi) 10^{-W/10}$$

Pour une valeur donnée de l'angle de réfraction φ , $\varphi \in]0, \pi/2[$, nous pouvons déduire les valeurs de L_1/H , L_2/H , X et Y par les étapes successives suivantes :

(i) - Premièrement, connaissant une valeur de φ , nous pouvons obtenir l'angle d'incidence θ correspondant, d'après la relation (2.1)

- Connaissant l'angle d'incidence θ nous pouvons déduire la valeur r_1 , telle que :

$$r_1 = H \text{tg}(\theta)$$

- soit à partir du couple de données (r_1, φ)

$$H' = r_1 \operatorname{tg}(\varphi)$$

- connaissant le couple (r_1, H') , nous pouvons obtenir l'équation de la droite sur laquelle se trouve le point S' (source virtuelle) et S'' (centre de rotation). Soit $y = a_1 x + b_1$ l'équation de la cette droite, ces coefficients vérifient :

$$(2.43) \quad \begin{aligned} y &= H'(-x/r_1 + 1) \\ y &= -1/\operatorname{tg}(\varphi)x + r_1/\operatorname{tg}(\varphi) , \\ a_1 &= -1/\operatorname{tg}(\varphi) \quad b_1 = \operatorname{tg}(\theta)H'/\operatorname{tg}(\varphi) \end{aligned}$$

(ii) - Deuxièmement, on réitère le processus pour un angle $\varphi - d\varphi$, correspondant au deuxième rayon issu de S et créant le faisceau incident.

- Au triplet (φ, a_1, b_1) , nous pouvons ajouter le triplet $(\varphi - d\varphi, a_2, b_2)$

(iii) - Troisièmement, S' appartenant à l'intersection des deux droites correspondant aux rayons acoustiques réfractés, nous pouvons déterminer ses coordonnées.

$$(2.44) \quad \begin{aligned} S'_x &= (b_2 - b_1)/(a_1 - a_2) \\ S'_y &= (a_1 b_2 - a_2 b_1)/(a_1 - a_2) \end{aligned}$$

- Les coordonnées de S'' étant connues, nous avons d'après la relation (2.44), en posant $S''S' = t$:

$$(2.45) \quad L_2 = t + L_1 = [S'_x{}^2 + (S'_y - H')^2]^{1/2} + L_1$$

(iv) - Quatrièmement, Déduction de L_1/H , L_2/H , X , Y .

A partir de l'expression (2.45), nous pouvons écrire :

$$L_1 L_2 = L_1 (L_1 + t) \quad , \quad \text{posons } V = L_1 L_2$$

De la relation (2.42) et (2.45) nous obtenons un trinôme du second degré en L_1 , dont une racine est :

$$(2.46) \quad L_1 = (-t + (t^2 + 4V)^{1/2})/2$$

L'autre valeur n'est pas acceptable physiquement, car elle correspond à des solutions se trouvant dans l'air. Des relations (2.46) et (2.45) et suivant le triplet $(\varphi, \varphi - d\varphi, W)$, nous obtenons les valeurs de X , Y vérifiant les équations (2.41).

2.5.3 Représentations graphiques.

Les courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique sont représentées sur la figure 4, en accord avec les formules (2.40) et (2.41), pour une discrétisation de l'atténuation d'un pas de 5 décibels.

Les courbes convergent en un même point correspondant à la tangente de l'angle d'incidence, c'est à dire à la valeur r/H . L'atténuation augmente pour des valeurs de $r \gg H$ ou $Z \gg H$. Ce qui signifie que la pression mesurée diminue lorsque l'on se trouve à de grandes profondeurs ou bien, loin de la verticale issue de la source (même pour de faibles profondeurs de l'hydrophone). A la verticale, au niveau de l'interface, nous trouvons non pas une valeur nulle, mais +6 décibels, ceci est dû aux conditions de continuité du champ à l'interface, qui a pour effet de doubler la pression.

Les courbes d'isoatténuation trouvées sont en accord avec la géométrie de la source. Nous en déduisons la correction qu'il faut apporter à la pression mesurée par l'hydrophone, pour obtenir la pression incidente. Ces courbes sont indépendantes de la fréquence du signal émis.

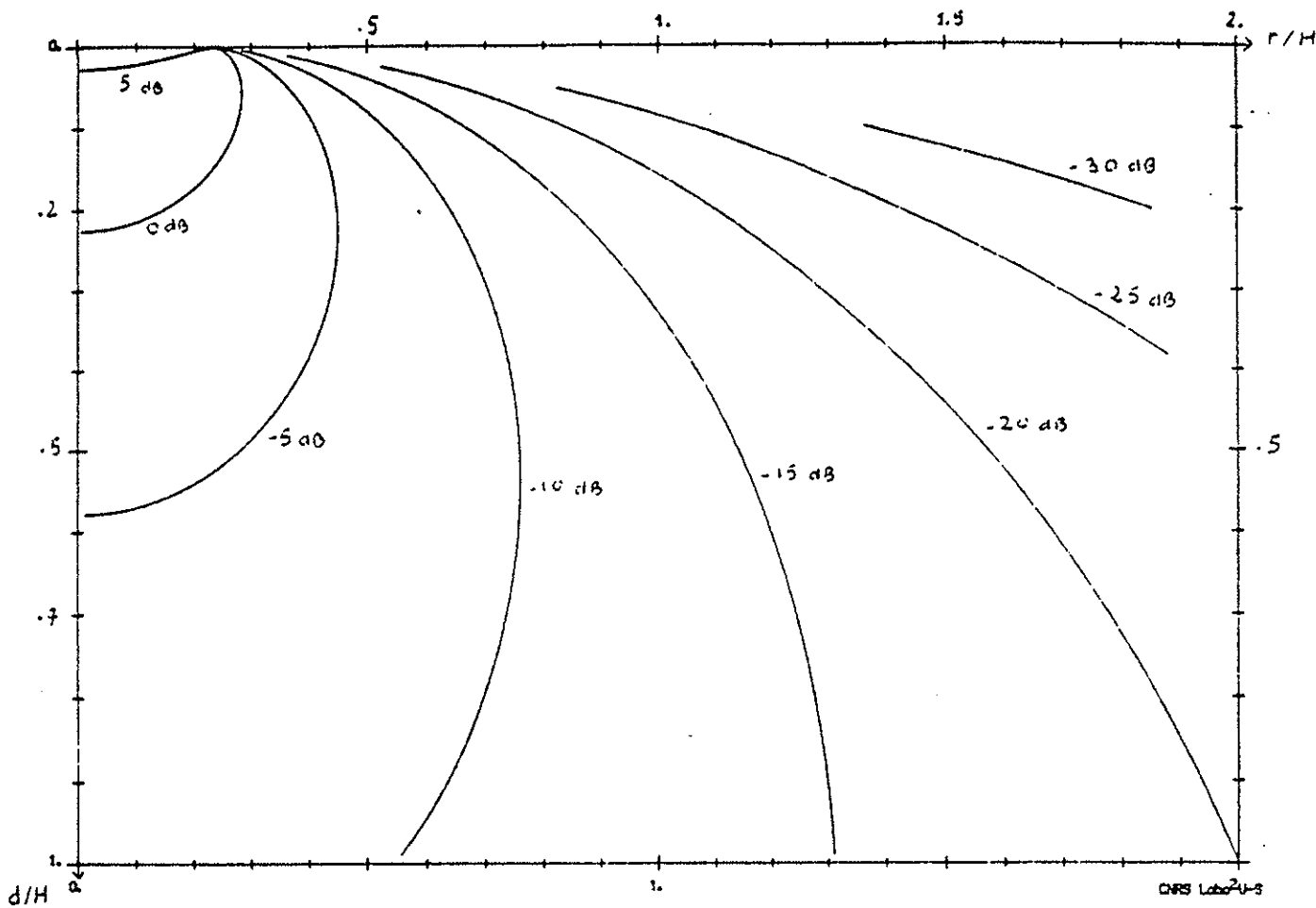


Figure 4 : Courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique réfractée (2.40,41) en décibels, par rapport aux variables réduites : r/H et d/H (r et d position de l'hydrophone). Discrétisation d'un pas de 5dB. (Théorie de l'Acoustique géométrique)

$$r/H = L_1/H \sin(\varphi)$$

$$d/H = L_1/H \cos(\varphi) - H'/H$$

$$H' = H n \cos^3(\theta) / \cos^3(\varphi)$$

$$n = c_1/c_2$$

$$m = \rho_1/\rho_2$$

Pour $\theta = \varphi = 0$, nous avons d'après (2.1), $H' = H d\theta/d\varphi = nH$
 $L_2 = L_1 = H + H'$

II.3. Expression analytique du champ réfracté à partir de la solution exacte de l'équation des ondes. (Correction à l'optique géométrique).

II.3.1 Analyse du problème.

Nous sommes toujours dans les conditions décrites précédemment. Nous allons simplement situer le problème suivant un système d'axes o, x, y, z .

Nous sommes donc en présence d'une source ponctuelle se trouvant dans un milieu 1 (demi-espace $z > 0$), de célérité c_1 et d'un milieu 2 (demi-espace $z < 0$) de célérité c_2 supérieure à c_1 . Ces milieux fluides, considérés comme homogènes et non absorbants, sont séparés par une limite plane infinie.

La source située à une distance h finie de l'interface, en un point $S(0,0,h)$, crée un champ acoustique solution de l'équation d'onde.

Posons P_j et v_j la pression et la vitesse acoustique dans les milieux j . Nous avons d'après les relations classiques de conservation de masse, d'énergie et d'impulsion pour un fluide parfait, homogène et compressible où ψ représente le potentiel des vitesses, les expressions :

$$P_j = \rho_j \partial \psi_j / \partial t \quad \text{et} \quad v_j = -\text{grad}(\psi_j)$$

$(\rho_j \text{ représente la masse volumique}).$

En nous plaçant en régime harmonique, nous avons un terme de source et le potentiel acoustique de la forme $\psi = \psi e^{-i\omega t}$. Soit $P_j = -i\omega \rho_j \psi_j e^{-i\omega t}$ avec le nombre d'onde $k_j = \omega/c_j$. Nous avons pour le dioptré le système d'équations:

$$(2.47) \quad \begin{aligned} (\Delta + k_1^2) \psi_1 &= -4\pi \delta(R - R_S) \quad , \quad z > 0 \quad \text{où} \quad R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \\ (\Delta + k_2^2) \psi_2 &= 0 \quad , \quad z < 0 \end{aligned}$$

Auquel s'ajoutent d'une part les conditions de raccordement du champ à l'interface en $z = 0$, et d'autre part la condition de rayonnement de Sommerfeld à l'infini.

$$(2.48) \quad \begin{aligned} [\rho_1 \psi_1 &= \rho_2 \psi_2]_{\Sigma} \\ [\partial \psi_1 / \partial z &= \partial \psi_2 / \partial z]_{\Sigma} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} (\partial \psi_j / \partial r - ik_j \psi_j) &= \mathcal{O}(r^{-1}) \end{aligned}$$

Ce problème présentant une symétrie particulière peut être résolu par une transformation de Fourier bidimensionnelle sur les variables d'espace x, y . Nous pouvons envisager deux méthodes :

- La première, qui semble évidente étant donnée la nature géométrique différente entre l'onde (à symétrie sphérique) et l'interface (plane), est de décomposer cette onde en une somme infinie d'ondes planes à la frontière. Par un prolongement du champ à tout l'espace, nous reconstituons l'expression du champ réfracté en un point quelconque du second milieu.

- La seconde, consiste à considérer la symétrie axiale du problème autour de l'axe z .

Nous aboutissons dans les deux cas à une intégrale du type :

$$(2.49) \quad \psi(\beta) = \int_{\Gamma} F(\mu) e^{i\beta g(\mu)} d\mu, \quad |\beta| \gg 1$$

où F et g sont des fonctions analytiques de la variable complexes μ , β un paramètre réel ou complexe, Γ un contour dans le plan complexe. Cette intégrale sera calculée par la méthode de Debye ou 'steepest descent'. Lorsque nous pourrons par un changement de la variable d'intégration transformer le contour en un contour Γ' dans le plan réel, où F et g seront des fonctions d'une nouvelle variable u réel, nous utiliserons la méthode de phase stationnaire (voir en annexe).

3.2 - Résolution du problème par transformation de Fourier.

3.2.1 - Symétrie axiale. [6],[11],..., [14].

En tenant compte de la symétrie cylindrique du problème, (symétrie de révolution autour de l'axe z), nous pouvons effectuer une transformation de Fourier sur la variable r , coordonnée cylindrique.

Notons $\hat{\psi}(\vec{\mu}, z)$ la transformée de Fourier de $\psi(\vec{r}, z)$, où le vecteur $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2)$ représente la variable duale du vecteur $\vec{r} = (x, y)$:

$$\hat{\psi}(\vec{\mu}, z) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \psi(\vec{r}, z) e^{-i\vec{\mu}\vec{r}} d\vec{r} \quad \text{et} \quad \psi(\vec{r}, z) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \hat{\psi}(\vec{\mu}, z) e^{i\vec{\mu}\vec{r}} d\vec{\mu}$$

Le potentiel acoustique étant alors une fonction radiale, nous avons suivant les variables (r, θ) :

$$\hat{\psi}(\mu, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \psi(r, z) e^{-i\mu r \cos(\theta)} r d\theta dr$$

avec

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad \mu = (\mu_1^2 + \mu_2^2)^{1/2}$$

L'intégration en θ nous fournit l'expression de la fonction de Bessel J_0 . Notons $F[\psi]$ la transformée de $\psi(r, z)$ et $F^{-1}[\psi]$ sa transformée inverse :

$$\widehat{\psi}(\mu, z) = 1/2\pi \int_0^{\infty} \psi(r, z) J_0(\mu r) r dr = F[\psi(r, z)]$$

(2.50)

$$\psi(r, z) = \pi \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\psi}(\mu, z) H_0(\mu r) \mu d\mu = F^{-1}[\widehat{\psi}(\mu, z)] \quad (1)$$

(j)

H_0 sont les fonctions de Hankel d'ordre zéro de première et deuxième espèce, vérifiant :

$$(2.51) \quad \begin{aligned} H_0^{(2)}(e^{-\pi i} u) &= -H_0^{(1)}(u) \\ J_0(u) &= [H_0^{(2)}(u) + H_0^{(1)}(u)]/2 \end{aligned}$$

L'application de cette transformation au système d'équations (2.47) suivant les coordonnées (r, θ, z) à cause de la symétrie cylindrique, nous fournit le système :

$$(2.52) \quad \begin{aligned} (\partial^2/\partial z^2 + K_1^2) \psi_1(\mu, z) &= -\delta(z-h)/\pi & z > 0 \\ (\partial^2/\partial z^2 + K_2^2) \psi_2(\mu, z) &= 0 & z < 0 \end{aligned}$$

$$(2.53.a) \quad \rho_1 \psi_1(\mu, z) = \rho_2 \psi_2(\mu, z), \quad \partial \psi_1(\mu, z)/\partial z = \partial \psi_2(\mu, z)/\partial z \quad z=0$$

Nous avons $K_j = (k_j^2 - \mu^2)^{1/2}$. Cette fonction présente deux points de branchement ($\pm k_j$) dans le plan complexe μ . Nous avons une onde progressive dont la dépendance en temps est du type $e^{-i\omega t}$. Nous choisissons K_j correspondant au feuillet de Riemann supérieur et tel que $\text{Im}[K_j] > 0$.

Si on s'affranchit de la fonction $\delta(z-h)$, en imposant au potentiel acoustique $\psi_1^0(\mu, z)$ (solution de l'équation homogène), des conditions aux limites en $z = h$, nous obtenons :

$$(2.53.b) \quad \begin{aligned} \psi_1^0(\mu, h^+) &= \psi_1^0(\mu, h^-) \\ \partial \psi_1(\mu, h^+)/\partial z &= \partial \psi_1(\mu, h^-)/\partial z - 1/\pi \end{aligned}$$

Une solution vérifiant le système (2.52) ainsi que la condition de Sommerfeld à l'infini s'écrit :

$$\begin{aligned} \psi_1(\mu, z) &= A(\mu) e^{iK_1 z} - e^{iK_1 |z-h|}/2\pi i K_1 \\ \psi_2(\mu, z) &= B(\mu) e^{-iK_2 z} \end{aligned}$$

Les conditions aux limites (2.53.a,b) nous fournissent les expressions des coefficients :

$$\begin{aligned} A(\mu) &= e^{iK_1 h} (\rho_1 K_2 - \rho_2 K_1 / \rho_1 K_2 + \rho_2 K_1) / 2\pi i K_1 \\ B(\mu) &= i \rho_1 e^{iK_1 h} (\rho_1 K_2 + \rho_2 K_1) / \pi \end{aligned}$$

Soient d'après (2.50) et (2.36)

$$(2.54) \quad \psi_2(r,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(K_1 h - K_2 z)} / (K_2 + mK_1) H_0(\mu r) \mu d\mu \quad (1)$$

3.2.2 - Symétrie sphérique. [2],[8],[15]

Décomposition de l'onde sphérique en termes d'ondes planes à l'interface.

Les hypothèses étant les mêmes, les relations (2.47) et (2.48) sont toujours vérifiées. Posons $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ la distance de la source, (située arbitrairement à l'origine), à un point d'observation du milieu 1.

Nous savons que l'onde sphérique s'exprime, après élimination du terme $e^{-i\omega t}$, suivant une expression de la forme $\psi_0(R) = \phi_0(e^{ik_1 R})/R$.

En considérant la symétrie circulaire de l'onde à l'interface, l'expression de la transformée de Fourier bidimensionnelle dans le plan (x,y) de $\psi_0(r)$ est :

$$\begin{aligned} \psi_0(k_x, k_y) &= i/2\pi (k_1^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2} \\ \psi_0(r) &= i/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k_x x + k_y y)} / (k_1^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2} dk_x dk_y \end{aligned}$$

Nous pouvons prolonger ce champ à tout l'espace. Il suffit d'ajouter le terme $\pm ik_z z$ dans l'exponentielle.

Posons $k_z = (k_1^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}$. L'extension de l'onde sphérique suivant les nouvelles variables θ et α caractérisant la direction de propagation de chaque onde plane dans le milieu 1, s'exprime par :

$$(2.55) \quad \begin{aligned} \psi_0(R) &= i/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y / k_z, \quad 0 \leq z \leq h \\ \psi_0(R) &= ik_1/2\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2-i\infty} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \sin(\theta) d\theta, \quad 0 \leq z \leq h \\ k_x &= k_1 \cos(\alpha) \sin(\theta), \quad k_y = k_1 \sin(\alpha) \sin(\theta), \quad k_z = k_1 \cos(\theta) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} -\infty < 0 < k_y < +\infty \\ -\infty < 0 < k_x < +\infty \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad k_1 < k_z < i\infty$$

Nous voyons (2.55) que la décomposition de l'onde sphérique en une somme d'ondes planes, montre l'existence d'ondes inhomogènes. Elles se propagent dans le plan x,y avec une décroissance exponentielle de l'amplitude, verticalement dans ce cas, suivant l'axe z. A l'interface il y a donc une superposition d'un nombre infini d'ondes, ayant même phase .

Le potentiel acoustique dans le milieu 2 est, en utilisant l'expression (2.31) du coefficient de transmission pour une onde plane :

$$\psi_2(R) = ik_1/2\pi \int_0^{\pi/2-i\infty} d\sigma [R(\theta) e^{-ik_2 z \cos(\varphi)} e^{ik_1 \sin(\theta) [x \cos(\sigma) + y \sin(\sigma)]}]_{\sin(\theta)} d\theta$$

où $R(\theta) = e^{ik_1 h \cos(\theta)} T(\theta)$, coefficient de transmission en $z = 0$

Posons $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$

$$(2.56) \quad \psi_2(r,z) = ik_1 \int_0^{\pi/2-i\infty} e^{ik_1 h \cos(\theta)} e^{-ik_2 z \cos(\varphi)} T(\theta) J_0(k_1 r \sin(\theta)) \sin(\theta) d\theta$$

où la variable φ caractérise les directions de propagation de chaque onde plane dans le milieu 2.

soit d'après (2.51)

$$(2.57) \quad \psi_2(r,z) = ik_1/2 \int_{-i\infty+\pi/2}^{\pi/2-i\infty} e^{ik_1 (h \cos(\theta) - nz \cos(\varphi))} T(\theta) H_0(k_1 r \sin(\theta)) \sin(\theta) d\theta \quad (1)$$

Posons $u = \sin(\theta)$, $du = \cos(\theta) d\theta$

$$(2.58) \quad \psi_2(r,z) = ik_1 \int_{-\infty}^{+\infty} du e^{ik_1 g(u)} H_0(k_1 r u) u / f(u) \quad (1)$$

$f(u) = m(1-u^2)^{1/2} + (n^2 - u^2)^{1/2}$
 $g(u) = h(1-u^2)^{1/2} + z(n^2 - u^2)^{1/2}$, en prenant $z > 0$ de façon à ce que $\psi_2(r,z)$ décroît quand $u > n$.

L'intégrale (2.57) a été ramenée à une intégrale sur l'axe des réels. En posant $\mu = k_1 u$, soit $d\mu = k_1 du$, les expressions (2.54) et (2.58) sont équivalentes et nous avons :

$$(2.59) \quad K_1^2 = k_1^2 (1 - u^2) \quad , \quad K_2^2 = k_1^2 (n^2 - u^2)$$

Le terme $k_1 r$ n'est autre que le terme de phase de l'onde d'incidence, faisant un angle θ avec l'axe z. Lorsque l'on considère la symétrie sphérique de l'onde à l'interface ($z = 0$), nous avons par projection sur ce plan, la phase $k_1 r \sin(\theta)$. Nous retrouvons donc, en fonction de la distance radiale r (cas de la symétrie axiale autour de l'axe z), le terme de phase μr tel que : $\mu r = k_1 r \sin(\theta) = k_1 r u$.

3.3 - Expression analytique de l'onde géométrique réfractée.
Correction à l'optique géométrique.

Nous devons intégrer l'expression (2.58) le long d'un contour réel. Une étude de la fonction f , doit être au préalable faite selon (2.49). Elle montre l'existence de pôles ($\pm[(n^2-m^2)/(1-m^2)]^{1/2}$) et de points de branchement ($\pm n$) et (± 1) dans le plan complexe. L'étude des pôles dans le cas $m > 1$ et $n < 1$ montre que les deux expressions $(n^2-m^2)^{1/2}$ et $(1-m^2)^{1/2}$ sont de même signe, avec u réel et $|u| > 1$. Pour ces valeurs de u , la fonction f ne s'annule pas. Les points de branchement ($\pm n$) correspondent aux valeurs $\theta_c = \pm \arcsin(n)$, qui est l'angle critique selon la loi de Snell-Descartes.

Nous devons faire un choix de coupures dans ce plan. En prenant $z > 0$ de façon à ce que $\psi_2(r,z)$ décroît quand $u > n$ (2.58), nous choisissons les points appartenant au feuillet de Riemann supérieur tels que les parties imaginaires de (n^2-u^2) et $(1-u^2)$ soient positives.

Pour des valeurs de $u < n$, l'intégrale sur ce nouveau chemin se résume à une intégrale du type (A.6) (voir en annexe). Nous pouvons appliquer la méthode de phase stationnaire. Nous choisissons un chemin Γ' passant par un point stationnaire u_0 et ne contenant pas de pôles (f ne s'annule jamais). En revanche lorsque u approche de la valeur n (point de branchement), ($u > n$), nous devons tenir compte selon (2.49), d'une intégrale supplémentaire autour ce point.

Posons d'après (A.6), en se plaçant dans le cas de valeurs de $u < n$:

$$(2.60) \quad \begin{aligned} g(u) &= h(1-u^2)^{1/2} + z(n^2-u^2)^{1/2} + ru \\ F(u) &= P_0(k_1 ru) u (2k_1/\pi r)^{1/2} e^{i\pi/4} f(u) \\ \beta &= k_1 \quad \text{et} \quad \beta \gg [(1-u^2)^{-3/2} h^{-1} + (n^2-u^2)^{-3/2} z^{-1}] \quad , \text{ soit } \beta \gg r^{-1} \\ (r &= hu(1-u^2)^{-1/2} + zu(n^2-u^2)^{-1/2}) \end{aligned}$$

Expressions dans lesquelles le développement asymptotique de la fonction de Hankel (pour de grandes valeurs de $k_1 r$) a été utilisé soit :

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(k_1 ru) &= P_0(k_1 ru) (2/\pi k_1 r)^{1/2} e^{i k_1 ru} e^{-i\pi/4} \\ &\quad n^{-1} \\ P_0(k_1 ru) &= u^{-1/2} (1 + \sum_{p=1}^{n-1} (-1)^p [(2p-1)!]^2 (i/8k_1 ru)^{p/p!}) + \omega ([kru]^{-n}) \end{aligned}$$

Nous avons un point stationnaire u_0 vérifiant $g'(u) = 0$, soit :

$$(2.61) \quad r_0 = hu_0 / (1-u_0^2)^{1/2} + zu_0 / (n^2-u_0^2)^{1/2}$$

avec u_0 réel et $u_0 < n$,

$$g(u_0) = h / (1-u_0^2)^{1/2} + zn^2 / (n^2-u_0^2)^{1/2}$$

or d'après (2.13) nous avons $r = h \operatorname{tg}(\theta) + z \operatorname{tg}(\varphi)$. L'expression (2.61) est toujours vérifiée, en accord avec la loi de Snell-Descartes (2.1), ($u_0 < n$). Les rayons dans ce cas suivent une trajectoire minimum, selon le principe de Fermat. On retrouve les lois propres à l'Acoustique Géométrique.

$$u = u_0 \Leftrightarrow \sin(\theta_0) = u_0 \text{ où } \theta_0 \text{ correspond à l'angle d'incidence d'une onde plane avec } u_0 < \theta_0$$

Chaque onde plane suit un trajet minimum à travers le dioptre, suivant la loi de Snell-Descartes.

L'expression du potentiel acoustique est donc celui de l'onde géométrique réfractée corrigée par les termes du développement asymptotique de $\zeta(0)$:

$$\psi_2(r,z) = e^{i[k_1 g(u_0)]} \sum_{n=0}^{\infty} \zeta(2n) \zeta[1/2+n] / (2n)! (ik_1)^{(1/2+n)}$$

ou

$$\psi_2(r,z) = 2(u_0/r)^{1/2} e^{i[k_1 g(u_0)]} / f(u_0) [g''(u_0)]^{-1/2} \{1 + h''(0)/4k_1 + \dots\}$$

$$g''(u_0) = -h(1-u_0^2)^{-3/2} - zn^2(n^2-u_0^2)^{-3/2}$$

$$g^{(3)}(u_0) = -3u[h(1-u_0^2)^{-5/2} + z(n^2-u_0^2)^{-5/2}]$$

$$h''(0) = \zeta''(0) / \zeta(0) \quad , \text{ d'après (A.7) et (A.4)}$$

avec

$$F' = W[P_0' u + P_0 - u P_0' f^{-1}] f^{-1}$$

$$F'' = W[P_0'' u + 2P_0' - 2u P_0' f^{-1} - 2P_0 f^{-1} - u P_0 f''^{-1} + 2u P_0 f'^2 f^{-2}] f^{-1}$$

où $W = (2k_1/\pi r)^{1/2}$. F et f sont des fonctions de la variable u , P_0 fonction de la variable au , $a = k_1 r$ (2.60), est au premier ordre égale à $u^{-1/2}$.

Le terme d'ordre deux fait apparaître une dépendance du potentiel par rapport à la longueur d'onde et à l'inverse du carré de la fonction f . Dans le cas du dioptre air-eau où la relation (2.36) est vérifiée ($m = 800$), ce terme devient négligeable, à fortiori ceux d'ordres supérieurs.

Pour le potentiel géométrique à l'ordre 1, nous retrouvons l'expression donnée par la théorie des Rayons (2.33) :

$$\psi_2(r,z) = 2(u_0/r)^{1/2} e^{i[k_1 g(u_0)]} [h(1-u_0^2)^{-3/2} + zn^2(n^2-u_0^2)^{-3/2}]^{-1/2} / f(u) \quad (2.62)$$

$$\text{avec un terme de phase } k_1 (h / (1-u_0^2)^{1/2} + zn^2 / (n^2 - u_0^2)^{1/2})$$

L'utilisation de ces méthodes asymptotiques, (Phase Stationnaire, Steepest Descent) montre que le choix du trajet d'intégration correspond à des ondes planes ayant même phase au point d'observation. Or d'après les propriétés des fonctions analytiques, le trajet sur lequel la phase est constante correspond à une décroissance rapide de l'intégrand suivant la distance au point de col. Les parties essentielles de l'intégrale sur ce nouveau contour, proviennent uniquement du voisinage du point de col. Soit dans notre cas : $r_0 = h \operatorname{tg}(\theta_0) + z \operatorname{tg}(\varphi_0)$ où θ_0 , φ_0 représentent les angles d'incidence et de réfraction selon (2.1). Nous avons donc au point d'observation un ensemble d'ondes planes créant un champ en accord avec les lois de l'optique géométrique lorsque $k_1 \gg 1$. Aux grandes valeurs de k_1 ou à des distances source-récepteur grandes devant λ_1 il apparaît des termes correctifs. Ces termes sont fonction de l'ordre du développement que l'on se fixe.

3.4 - Etude du trajet au point de branchement [15],[16],[18]
Correction du champ réfracté géométrique par les ondes inhomogènes.

L'étude de l'intégrale pour des valeurs de $u > n$, c'est à dire pour des valeurs supérieures à l'angle critique montre que le chemin d'intégration dans ce cas, intersecte la coupure issue du point de branchement n . Nous passons du feuillet de Riemann supérieur au feuillet de Riemann inférieur sans aucune relation avec le chemin d'intégration précédent (Γ'). Nous devons alors choisir un nouveau contour Γ'' . Ce nouveau chemin entourant une partie de la coupure peut longer le feuillet supérieur. Nous pouvons alors sur cette intégrale appliquer la méthode de steepest descent pour de grandes valeurs du paramètre k_1 . L'application de cette méthode nous impose le choix d'un chemin suivant les lignes de plus grandes pentes issues d'un nouveau point de col u_0' .

Nous avons dans ce cas ($u > n$), les relations :

$$(2.63) \quad \begin{aligned} f(u) &= m(1-u^2)^{1/2} + i(u^2 - n^2)^{1/2} \\ g(u) &= h(1-u^2)^{1/2} + iz(u^2 - n^2)^{1/2} + ru \\ F(u) &= P_0(k_1 ru) u (2k_1 / \pi r)^{1/2} e^{i\pi/4} / f(u) \\ \beta &= k_1 \quad \text{et} \quad \beta \gg 1/r \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned} \text{Re}[g(u)] &= h(1-u^2)^{1/2} + ru \\ \text{Im}[g(u)] &= iz(u^2 - n^2)^{1/2} \end{aligned}$$

Nous avons un point de selle u_0' vérifiant $g'(u) = 0$, soit :

$$\begin{aligned} d\text{Re}[g(u)]/du &= 0 \Big|_{u=u_0'} \\ \text{Im}[g(u)] &= \text{Im}[g(u_0')] \end{aligned}$$

Soit :

$$(2.64) \quad \begin{aligned} d\text{Re}[g(u)]/du &= -hu(1-u^2)^{-1/2} + r \\ r_0 &= hu_0' / (1 - u_0'^2)^{1/2} \Leftrightarrow u_0' = r_0 / (h^2 + r_0^2)^{1/2}, \quad u_0' \text{ réel} \\ u_0' &= \sin(\alpha) \quad \text{avec } \alpha > \theta \end{aligned}$$

La relation liant r , h , z quand $u < n$ est déterminée par $r = h \tan(\theta) + z \tan(\phi)$, lorsque $u > n$, nous avons $r = h \tan(\alpha)$. Cette deuxième relation est indépendante de la profondeur z . La première vérifiant les lois de Descartes (θ et ϕ représentant respectivement les angles d'incidence et de réfraction), nous pouvons pour de faibles profondeurs ($z \rightarrow 0$) nous ramener au deuxième cas ($u > n$), lorsque $\theta > \theta_c$. Soit α la valeur de cet angle :

$$(2.65) \quad \begin{aligned} \text{Re}[g(u_0')] &= (r^2 + h^2)^{1/2} \\ \text{Im}[g(u_0')] &= z[\sin^2(\alpha) - n^2]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(u_0') &= mh(r^2 + h^2)^{-1/2} + i([r^2 / (r^2 + h^2)] - n^2)^{1/2} \\ g''(u_0') &= -h(1-u_0'^2)^{-3/2} + izn^2(u_0'^2 - n^2)^{-3/2} \\ \text{Re}[g''(u_0')] &= -h^2(r^2 + h^2)^{3/2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\psi_1(r,z) = (2k_1/\pi r)^{1/2} e^{i\pi/4} e^{ik_1 g(u_0')} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik_1 S} \phi(S) dS$$

$$\phi(S) dS = F(u) du$$

D'après les relations (A.4), (2.64) et (2.65), nous avons à l'ordre 1 :

$$\psi_1(r,z) = (2/r)^{1/2} e^{ik_1 g(u_0')} \{ \phi(0) + 1/4 ik_1 \phi''(0) + \dots \} / (r^2 + h^2)^{1/4}$$

$$\phi(0) = (-2/\text{Re}[g''(u_0')])^{1/2} F(u_0')$$

Soit :

$$\psi_1(r,z) = 2he^{i\phi_1} / [mh(r^2+h^2)^{-1/2} + i([r^2/(r^2+h^2)] - n^2)^{1/2}](r^2+h^2)$$

(2.66.a) avec un terme de phase ϕ_1 :

$$\phi_1 = k_1 [(r^2 + h^2)^{1/2} + iz[\sin^2(\alpha) - n^2]^{1/2}]$$

ou encore :

$$\psi_1(r,z) = 2he^{ik_1 g(u_0')} / (m \cos(\alpha) + i(\sin^2(\alpha) - n^2)^{1/2})(r^2+h^2)$$

(2.66.b)

$$\cos(\alpha) = h(r^2+h^2)^{-1/2}$$

$$\sin(\alpha) = r/(r^2+h^2)^{1/2} > n, \quad \alpha > \theta_c$$

Nous voyons apparaître un nouveau type d'onde dans le milieu 2, (appelée onde latérale), pour des angles d'incidence supérieure à l'angle critique. L'amplitude de cette onde, contrairement aux ondes planes, n'est pas constante. Elle s'atténue exponentiellement suivant la profondeur (direction sur l'axe z) et en fonction de la fréquence de l'onde émise. Nous avons vu que ces ondes se propagent dans le plan x,y avec un vecteur d'onde réel (2.55). Dès réflexion totale, il y a création d'une onde dans le milieu 2, qui se propage le long du dioptre et rayonne de part et d'autre de celui-ci. Ce rayonnement s'atténue exponentiellement suivant une direction perpendiculaire à l'interface et d'autant plus que la fréquence du signal, est élevée.

Il apparaît alors, pour de faibles profondeurs du récepteur, des ondes provenant de deux trajets différents. L'un en accord avec la loi de Snell-Descartes correspondant au principe de Fermat ($r = \text{htg}(\theta) + z \text{tg}(\phi)$), et l'autre pour des angles α supérieurs à l'angle critique, quand $z \rightarrow r = \text{htg}(\alpha)$ où $u = \sin(\alpha)$. Au point d'observation, nous avons donc interférences entre ces ondes, dépendant des paramètres λ , h (caractéristiques de la source) et r , z (position de l'hydrophone).

3.5- Expression du champ réfracté total en termes d'amplitude et de phase.

Nous avons :

$$(2.67) \quad \psi_2^t = \psi_2_{\theta < \theta_c} + \psi_1_{\theta > \theta_c}$$

Posons:

$$\psi_2^t = |\psi_2^t| e^{i \arg[\psi_2^t]}$$

$$\psi_2^t = |\psi_2| e^{i \arg[\psi_2]} + |\psi_1| e^{i \arg[\psi_1]}$$

$$\arg[\psi_2] = w \quad \text{et} \quad \arg[\psi_1] = v$$

Nous avons les termes d'amplitude et de phase respectivement tels que :

$$|\psi_2^t| = (|\psi_2| \cos w + |\psi_1| \cos v) + i(|\psi_2| \sin w + |\psi_1| \sin v)$$

$$= (|\psi_2|^2 + |\psi_1|^2 + 2|\psi_2||\psi_1| \cos(w-v))^{1/2}$$

(2.68)

$$\phi = \arctg[(|\psi_2| \sin w + |\psi_1| \sin v) / (|\psi_2| \cos w + |\psi_1| \cos v)]$$

Le développement de ces expressions est donné à l'aide des expressions des potentiels acoustiques de l'onde géométrique ψ_2 (2.62) et latérale ψ_1 (2.66), calculées précédemment .

3.6 - Simulations.

Nous pouvons représenter séparément les courbes d'isoatténuation des ondes géométriques et latérales réfractées. Pour cela nous ferons les mêmes hypothèses que précédemment (§.2.5.1) et nous utiliserons les mêmes variables réduites correspondant au rapport des coordonnées de l'hydrophone (position sur l'horizontal et immersion) sur la hauteur de la source à l'interface. La dépendance des ondes latérales par rapport à la longueur d'onde λ du signal émis, nous fera introduire la variable réduite $\lambda_0 = \lambda/H$.

Les courbes obtenues représentent également les corrections qu'il faudrait apporter aux pressions mesurées par des hydrophones placés à différentes profondeurs et positions sur l'horizontal, pour retrouver la pression et les caractéristiques du signal incident. Expérimentalement, la séparation des deux types d'onde peut se faire par l'introduction d'un matériau absorbant placé dans l'air. Il devra recouvrir pour le premier cas la région au delà de l'angle critique (13°), et dans le second, la région sous incidence critique.

3.6.1- Transformation des expressions pour le calcul numérique.

Posons :

$$X = r/H \quad \text{et} \quad Y = z/H$$

(2.69)

$$X = \text{tg}(\theta) + Y \text{tg}(\varphi)$$

Nous pouvons écrire d'après (2.62) , (2.66.b) et (2.69):

$$|\psi_2|^2 / [|\psi_1|^2 / H^2] = 4uX[(1-u^2)^{-3/2} + Yn^2(n^2-u^2)^{-3/2}](m \cos(\theta) + n \cos(\varphi))^2$$

$$|\psi_1|^2 / [|\psi_1|^2 / H^2] = 4e^{-[4\pi Y [X/(X+1) - n]^2 / \lambda_0]}$$

$$\times (\cos(\alpha) / [m \cos(\alpha) + i(\sin^2(\alpha) - n^2)]^2 (X^2 + 1))$$

où $\lambda_0 = \lambda/H$

Soit d'après les relations (2.36), (2.38) :

$$(2.70.a) \quad |\tilde{\psi}_2|^2 / [|\tilde{\psi}_i|^2 / H^2] = 4u/X[(1-u^2)^{-3/2} + Yn^2(n^2 - u^2)^{-3/2}] \cos(\theta)$$

$$(2.70.b) \quad |\tilde{\psi}_i|^2 / [|\tilde{\psi}_i|^2 / H^2] = 4(e^{-[4\pi Y[X/(X+1) - n^2] / \lambda_0]} / (X^2 + 1))$$

3.6.2 - à Résolution numérique pour l'onde géométrique.

Nous avons vu que l'expression de l'onde géométrique réfractée dans le cas du dioptre air-eau, obtenue en utilisant la Théorie des rayons (2.33) ou un développement asymptotique de la solution intégrale de l'équation des ondes (2.62) était la même.

Pour une atténuation de g décibels, nous avons d'après (2.70.a) :

$$(2.71) \quad \begin{aligned} g_{dB} &= 10 \text{Log}(|\psi_2|^2 / [|\psi_i|^2 / H^2]) \\ W &= 10^{-g_{dB}/10} \end{aligned}$$

La résolution numérique se résume à la résolution d'un trinôme du 2nd degré en Y . Soit en utilisant (2.71) :

$$(2.72) \quad \begin{aligned} Y^2 A + B Y - C &= 0 \\ A &= n^2 \sin(\theta) / (n^2 - \sin^2(\theta))^2 \\ B &= \sin(\theta) (\cos^2(\theta) + n^2 / (n^2 - \sin^2(\theta))) / (\cos(\theta) (n^2 - \sin^2(\theta))^{1/2}) \\ C &= \sin(\theta) \cos^2(\theta) (4W - \cos^2(\theta)) \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \Delta = B^2 - 4AC \text{ et } C < 0$$

Nous déduisons :

$$(2.73) \quad Y^* = (-B + \Delta^{1/2}) / 2A, \quad X = \text{tg}(\theta) + Y^* \text{tg}(\varphi)$$

L'autre solution Y^* n'étant pas acceptable physiquement car elle fournit des solutions dans le milieu 1.

3.6.2 - b. Représentations graphiques (onde géométrique).

La figure 5.1, nous donne la représentation graphique des courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique réfractée (2.62), obtenue à partir de la solution de l'équation de Helmholtz. Les courbes figures 5.1 et 4 sont évidemment identiques, en accord avec les théories (Acoustique géométrique et développement asymptotique au premier ordre). Sur les figures 5.2, 5.3 nous avons représenté les courbes d'isoatténuation d'après les formules données par Brekhovskikh [8]. (La différence de définition spatiale entre ces représentations graphiques et 5.1, vient du fait que ces courbes ont été calculées et sorties directement sur imprimante par une 'hard-copy' d'écran sur apple

Brekhovskikh se place dans les conditions d'existence des ondes latérales, c'est à dire à des angles de réfraction φ proche de $\pi/2$.

Dans ce cas l'expression (2.13) devient pour $\pi/2 - \varphi \ll 1$

où
$$n \cos(\varphi) \approx n \sin(\pi/2 - \varphi) \approx n(\pi/2 - \varphi)$$

$$n \sin(\varphi) \approx n \cos(\pi/2 - \varphi) \approx n$$

(2.74)
$$X = \text{tg}(\theta) + Y \text{tg}(\varphi) \quad , \quad \text{d'après (2.13)}$$

$$= n \cos(\pi/2 - \varphi) / (1 - n^2 \cos^2(\pi/2 - \varphi))^{1/2} + Y / \text{tg}(\pi/2 - \varphi)$$

$$\approx n / (1 - n^2)^{1/2} + Y / (\pi/2 - \varphi)$$

Ceci justifie la seconde simplification des expressions qu'il donne dans [8,(23.23)], [8,(23.22)], (L'expression [8,(23.22)] se déduit de l'expression [8,(23.12)] par (2.73)), mais ne justifie en aucun cas l'expression qu'il fournit pour l'onde géométrique réfractée. Il obtient une expression indépendante de la profondeur. Quel que soit la position du récepteur perpendiculairement à l'interface, nous n'avons d'après sa formule [8,(23.12)] aucune atténuation de l'onde dans le second milieu. Dans les deux cas, ces expressions ne sont pas acceptables.

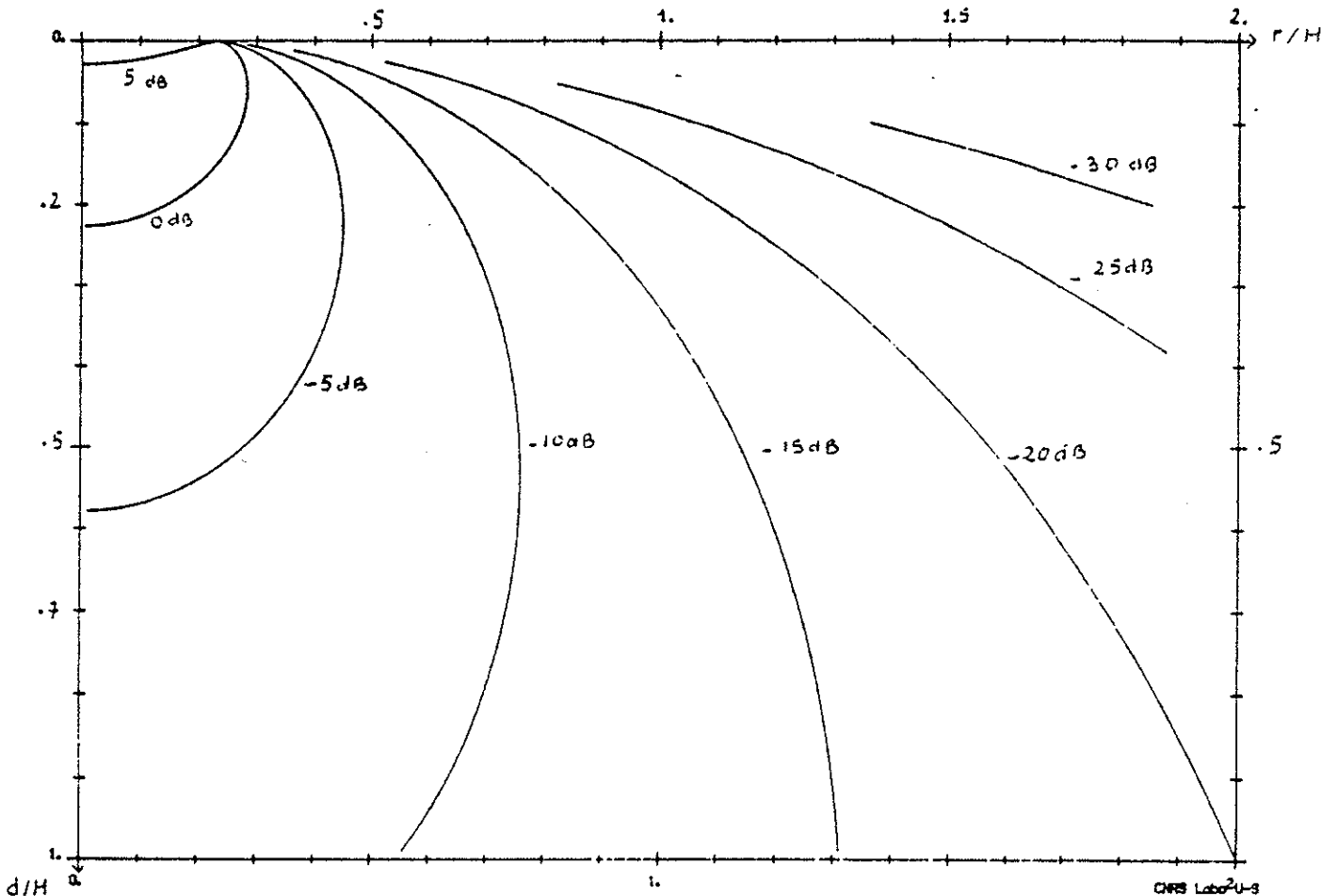


Figure 5.1 : Courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique réfractée selon (2.62), en fonction des variables réduites r/H , d/H (coordonnées de l'hydrophone). Discrétisation d'un pas de 5dB. (Méthode asymptotique).

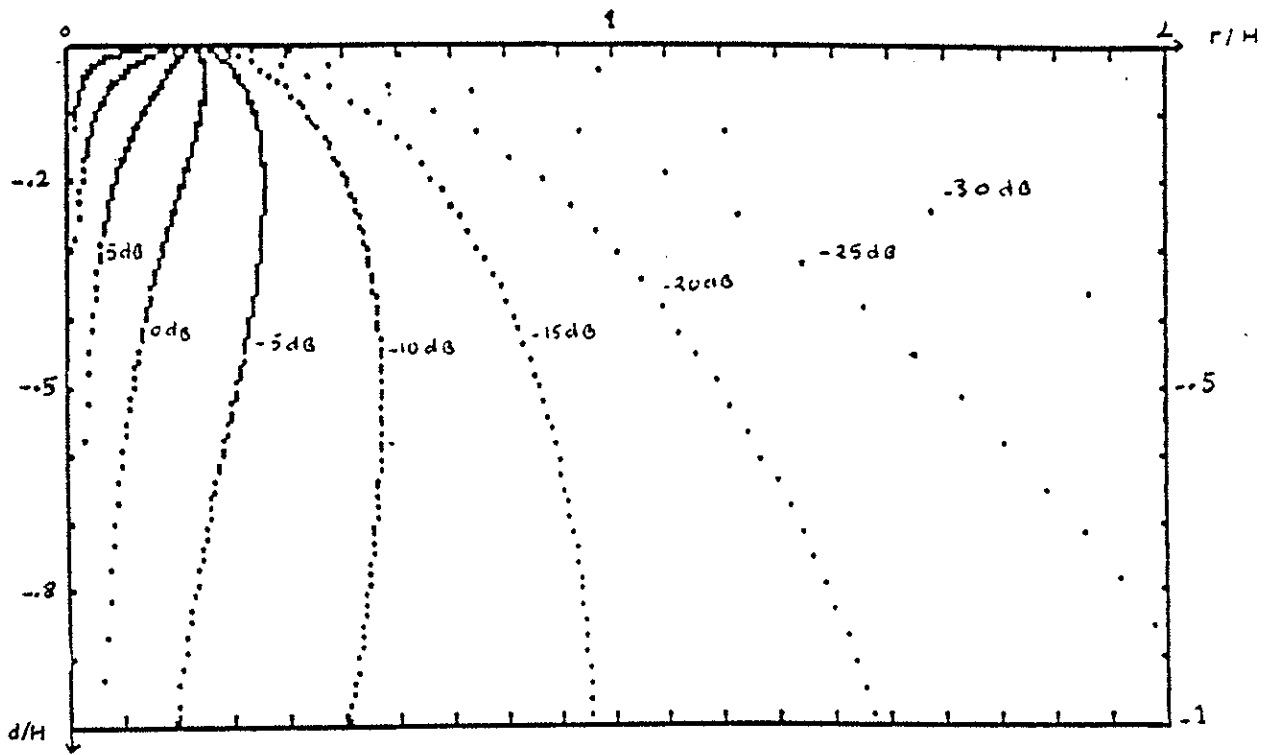


Figure 5.2 : (Brekhovskikh [8,2312]) $\pi/2 - \varphi \ll 1$, $\theta_c = 13^\circ$

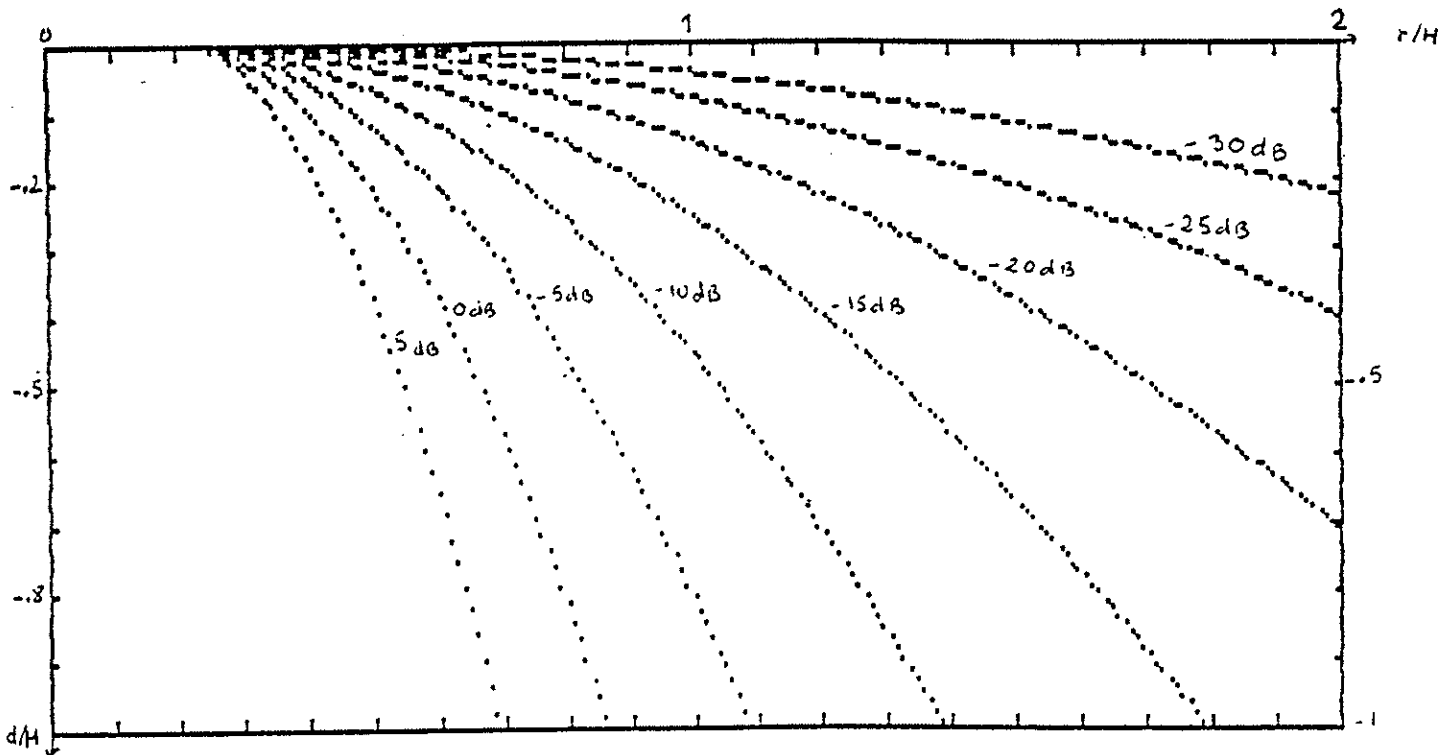


Figure 5.3 : (Brekhovskikh) $\pi/2 - \varphi \ll 1 \Rightarrow X = n(1 - n^2)^{1/2} + Y/(\pi/2 - \varphi)$

Figures 5.2 . 5.3 : Courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique réfractée en fonction des variables réduites r/H , d/H (coordonnées de l'hydrophone), selon Brekhovskikh, pour des incidences proches de l'angle critique ($\pi/2 - \varphi \ll 1$). Respectivement en accord avec l'équation [8,(23.12)] (1^{ère} approximation) et [8,(23.22)] (2^{ème} approximation). (M. asymptotique)

3.6.3 - a Résolution numérique de l'onde latérale réfractée.

Le raisonnement est le même que précédemment. Les hypothèses faites pour le dioptre air-eau étant également les mêmes (2.38), (2.39), les courbes d'isoatténuation se résolvent par le système d'équations suivant :

$$(2.75) \quad \begin{aligned} Y &= \lambda_0 \text{Log}[4W/(X^2+1)] / 4\pi(X^2/(X^2+1) - n^2)^{1/2} \\ X &\geq n/(1-n^2)^{1/2} \\ \lambda_0 &= \lambda/H \\ \text{avec} \quad \sin(\alpha) &= X/(X^2+1)^{1/2} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) > n \end{aligned}$$

3.6.3 - b Représentations graphiques.

Les courbes d'isoatténuation de l'onde latérale réfractée sont représentées pour différentes valeurs de la longueur d'onde ($0.2 < \lambda_0 < 0.5$). Pour une célérité c_1 de 340 m/s, nous avons une échelle de fréquences telle que : $680 \text{ Hz} < f_{|H=1} < 1700 \text{ Hz}$.

Nous retrouvons bien une pénétration des ondes plus importantes aux basses fréquences. (fig 9.1, 9.2). Pour des angles inférieurs à l'angle critique, soit sur le graphe $x < r/H$, où $r = \sin(\theta_c)$, on peut remarquer que les ondes latérales n'existent pas. Nous les retrouvons pour de faibles profondeurs $x > \text{tg}(\theta_c)$ en accord avec la théorie. A l'interface ($x > \text{tg}(\theta_c)$), nous avons augmentation de l'amplitude, contrairement aux ondes géométriques. Ceci peut facilement être expérimenté en laboratoire, dans une cuve acoustique.

Les courbes d'isoatténuation (fig 6.1) représentent l'onde latérale prise selon les approximations d'Urlick [1] à partir des conditions suivantes : $r \gg H$ et $r \gg z$. Selon Urlick, nous avons :

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad R &= (r^2 + H^2)^{1/2} \approx r, \quad \sin^2(\alpha) = r^2/(r^2+H^2) \approx 1 \\ \text{or} \quad \text{ii)} \quad \sin(\alpha) &\gg n, \quad \text{soit} \quad [\sin^2(\alpha) - n^2]^{1/2} \approx 1 \end{aligned}$$

Nous voyons dans ce cas, des courbes d'isoatténuation parallèles au plan de l'interface. Ce qui entraîne une dépendance uniquement par rapport à r_0 et à l'immersion du récepteur. Quel que soit la position de l'hydrophone par rapport à la verticale issue de la source, nous obtenons le même résultat, ce qui est tout à fait injustifié. Une approximation de R seul, ne fournit pas non plus une bonne représentation de l'onde latérale, car nous avons indépendamment de l'angle d'incidence, existence de ces ondes (fig 6.2). Les conditions qu'imposent Urlick ($r \gg H$ et $r \gg z$) sont correctes physiquement, mais les approximations qu'il fait ne permettent pas d'étudier globalement le champ.

Une étude intéressante est celle du rapport de l'intensité de l'onde latérale sur l'intensité de l'onde réfractée. Nous pouvons étudier ce rapport suivant les variables réduites r/d et d/λ , mais aussi suivant r/H et d/H . Les courbes d'isoatténuation sont représentées figures (7.1) et (7.2). Nous voyons l'importance que peut avoir l'amplitude de l'onde latérale par rapport à celle de l'onde géométrique pour de faibles profondeurs du récepteur. La contribution des ondes géométriques devient négligeable lorsqu'on se rapproche de l'interface. L'intervention des deux contributions en un même point d'observation entraîne un phénomène d'interférences et non pas comme le décrit McNicholas [17] une addition ou juxtaposition des deux contributions. La correction qu'il apporte aux courbes d'Urlick est

d'observation entraîne un phénomène d'interférences et non pas comme le décrit McNicholas [17] une addition ou juxtaposition des deux contributions. La correction qu'il apporte aux courbes d'Urick est encore plus erronée. Nous avons de plus, disjonction entre les points de raccordements entre onde géométrique et onde latérale. Ceci est dû à une trop grande simplification des expressions théoriques. ([17], figures 8.1, 8.2). Certains points de raccordement (points anguleux), sont inexplicables dans [17].

En effet en écrivant [17,(5)] :

$$\psi_2^t = \psi_2 [1 + X e^{i(v-w)}] , \quad X = |\psi_1|/|\psi_2|$$

et en utilisant le fait que pour de faibles profondeurs $X \gg 1$, McNicholas néglige le terme d'interférence $2|\psi_1||\psi_2|\cos(w-v)$ donné en (2.68). Nous obtenons selon son approximation :

$$|\psi_2^t|^2 + |\psi_1|^2 = (|\psi_2| + |\psi_1|)^2$$

ou encore $\psi_2^t = |\psi_1| e^{iv} , \quad z \rightarrow 0$

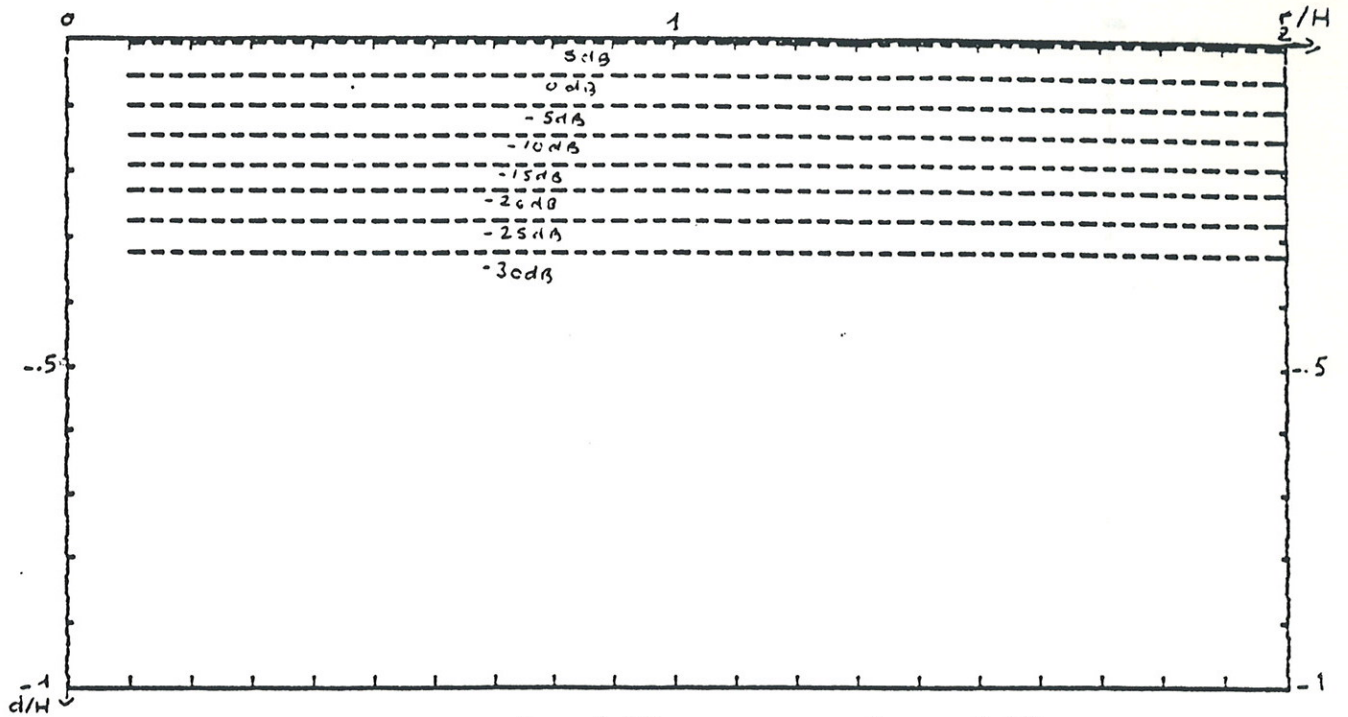


Figure 6.1 : $r \gg H \Rightarrow (r^2 + H^2)^{1/2} \approx r$, $(\sin^2(\alpha) - n^2)^{1/2} \approx 1$

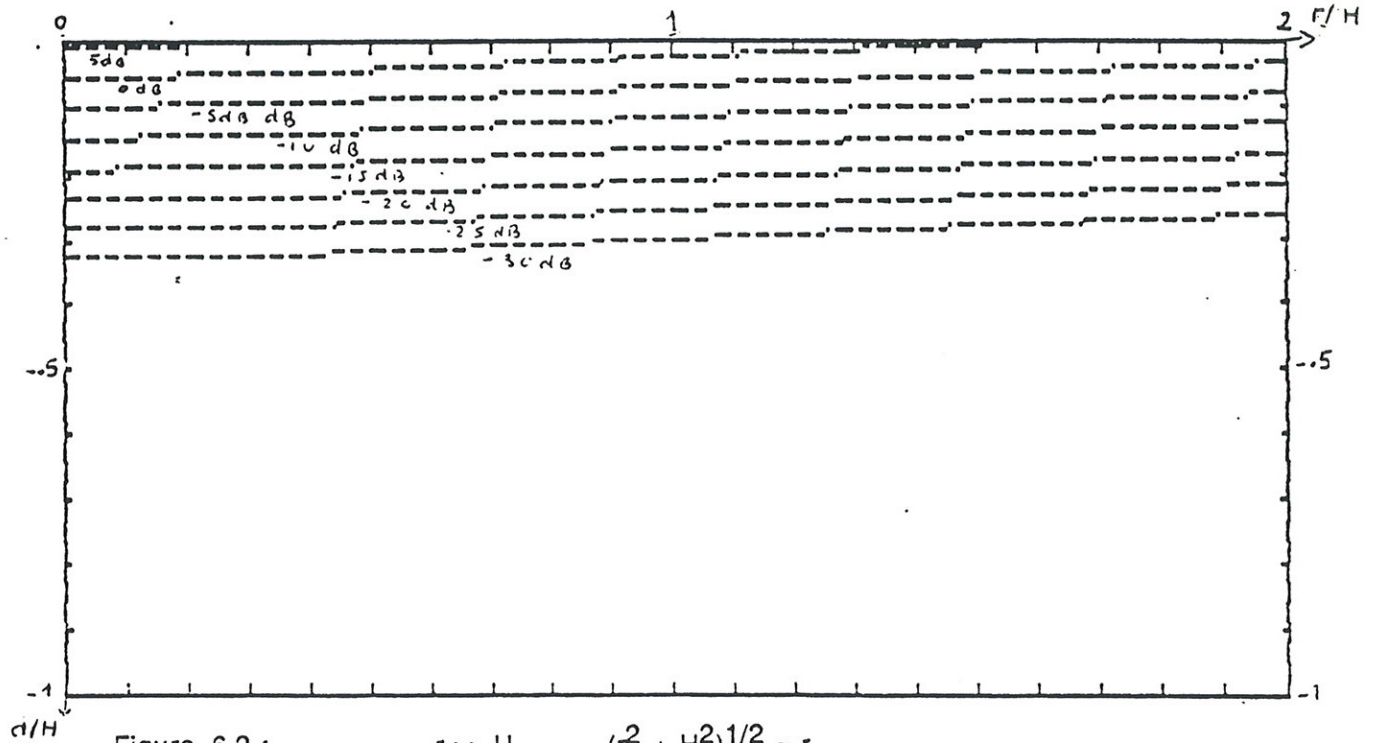


Figure 6.2 : $r \gg H$, $(r^2 + H^2)^{1/2} \approx r$

Figures 6.1. 6.2 : Courbes d'isoatténuation de l'onde latérale approchée selon [1], en fonction des variables réduites r/H et d/H (coordonnées de l'hydrophone), pour une longueur d'onde en variable réduite $\lambda_0 = 0.5$. Discrétisation d'un pas de 5dB. (Approximation $r \gg H$, $r \gg z$ d'après [1]).

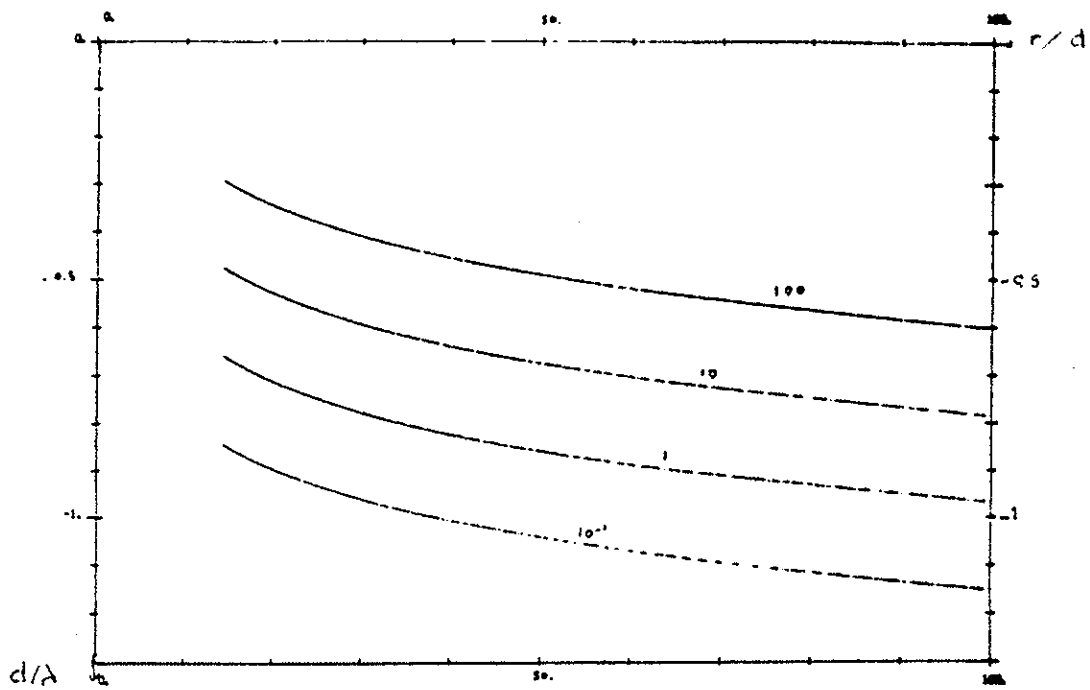


Figure 7.1 : Représentation en fonction des variables réduites r/d , d/λ

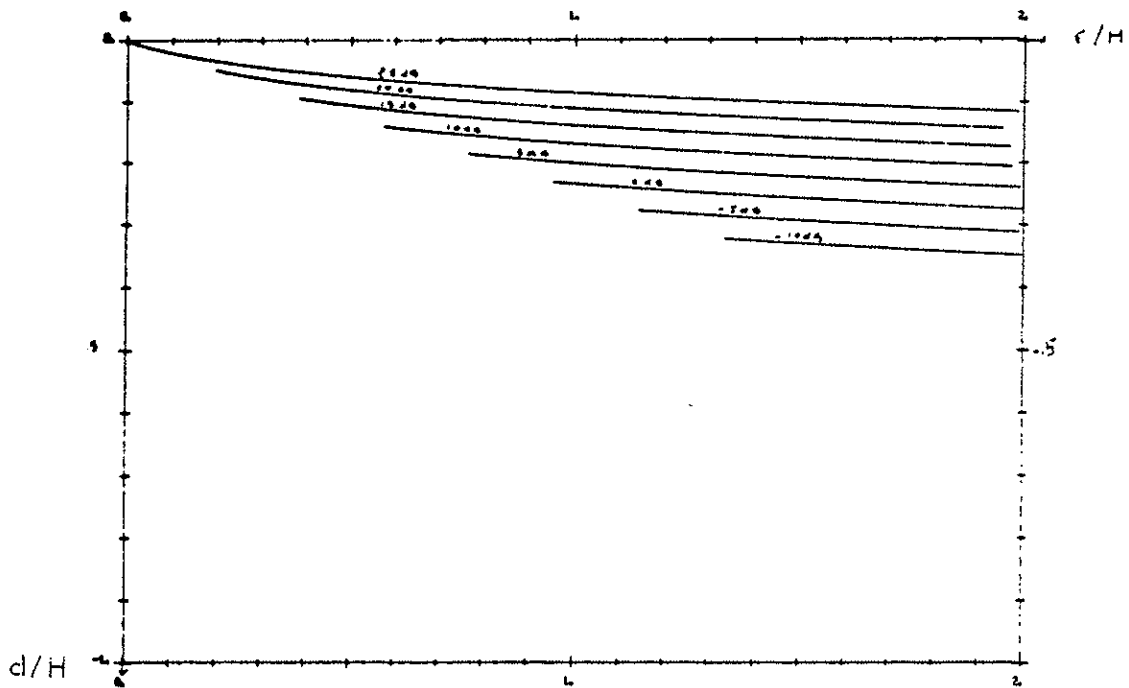


Figure 7.2 : Représentation en fonction des variables réduites r/H , d/H (position de l'hydrophone) avec $\lambda/H = \lambda_0 = 0.5$

Figures 7.1, 7.2 : Courbes d'isoatténuation du rapport de l'intensité de l'onde latérale sur l'intensité de l'onde géométrique. Ces intensités ont été ramenées à des unités de pression (2.39). Discrétisation d'un pas de 5dB.

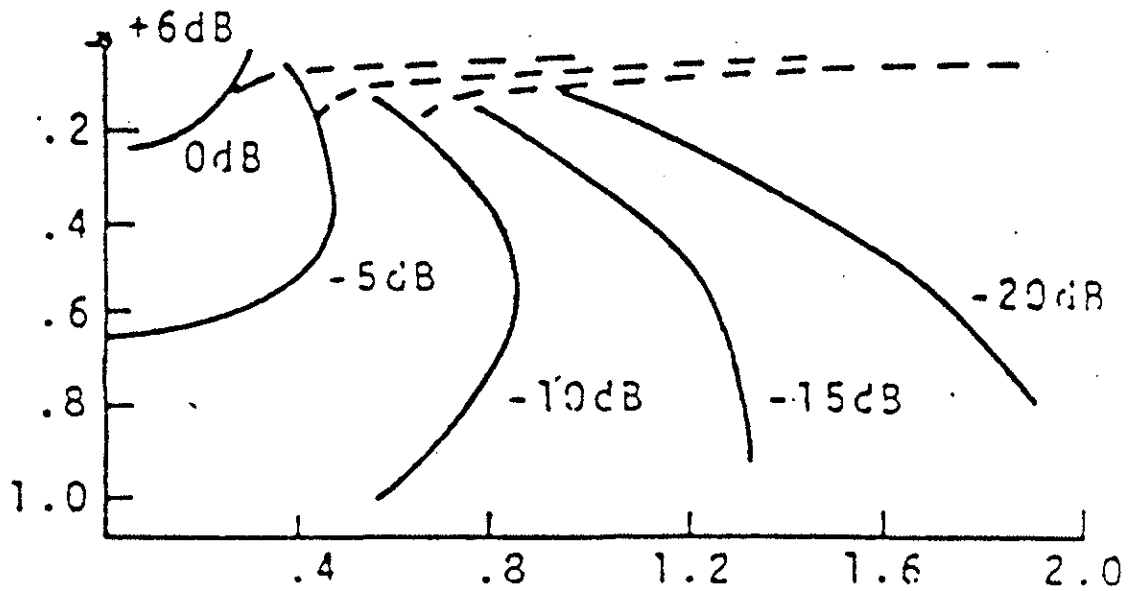


Figure ([17]8.1): $\lambda_0 = 0.2$

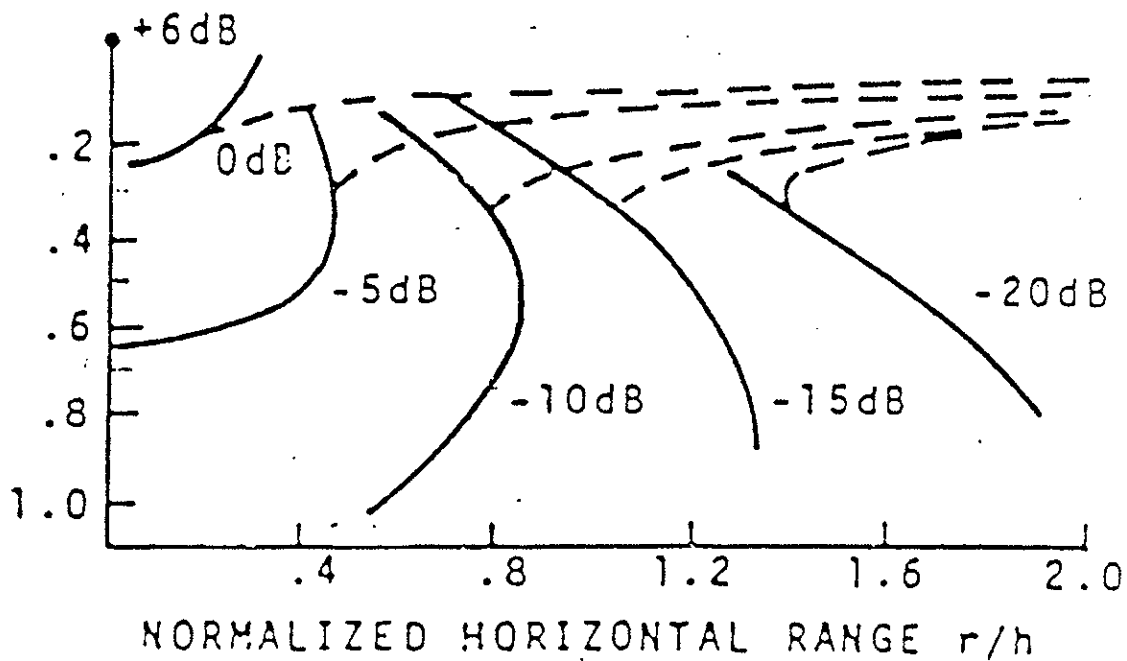


Figure ([17]8.2): $\lambda_0 = 0.5$

Figures([17]8.1, 82) : Courbes d'isoatténuation du champ acoustique selon [11], en fonction des variables réduites r/H et d/H (coordonnées de l'hydrophone). Correction des résultats d'Urick par McNicholas.

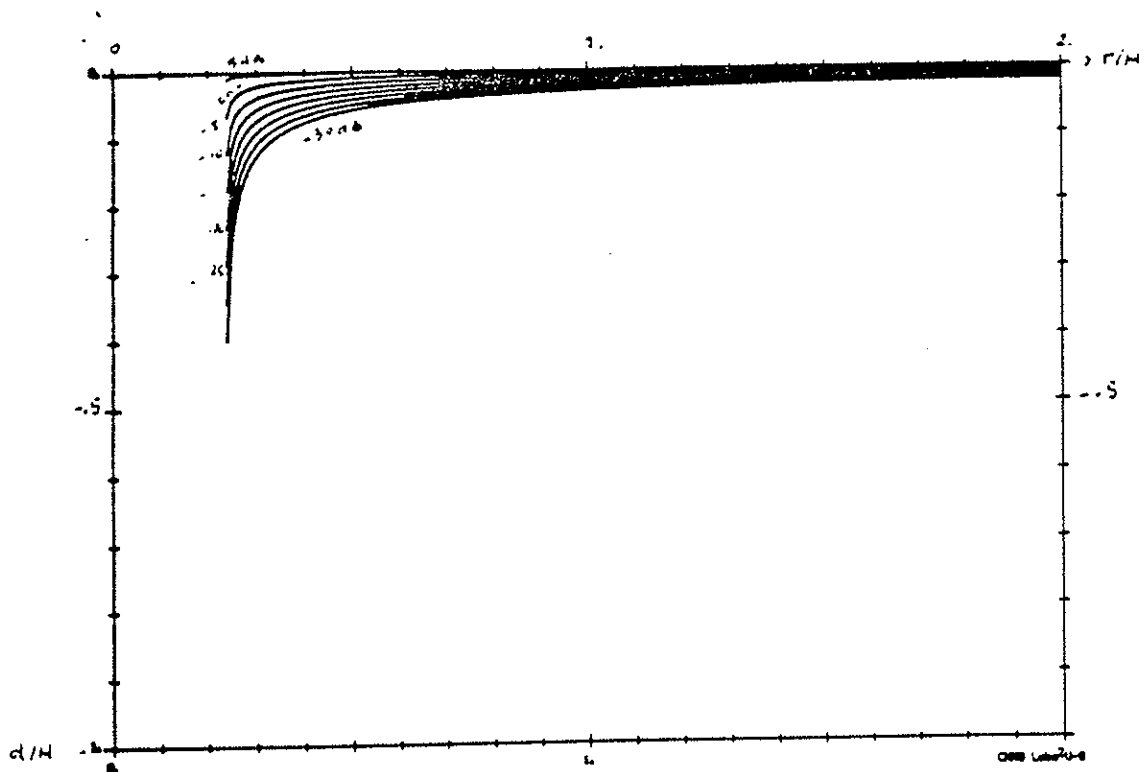


Figure 9.1 : $\lambda_0 = 0.2$

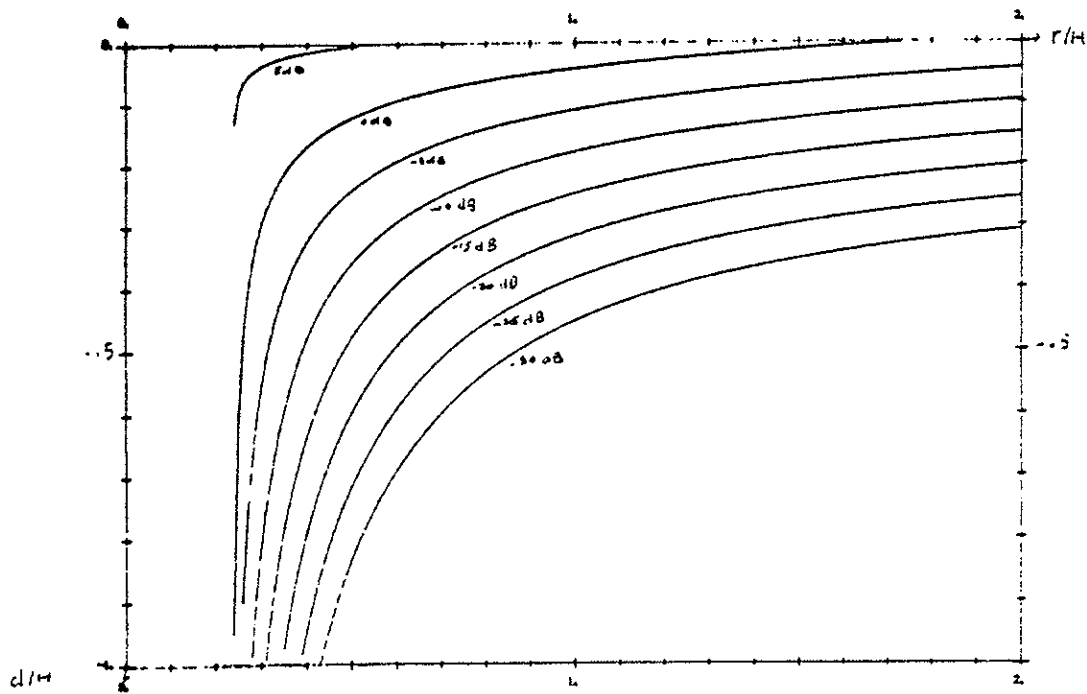


Figure 9.2 : $\lambda_0 = 0.5$

Figures 9.1, 9.2 : Courbes d'isoatténuation de l'onde latérale selon l'expression (2.72) en fonction des variables réduites r/H et d/H (coordonnées de l'hydrophone), pour une discrétisation d'un pas de 5dB. (Méthode asymptotique)

3.6.4 - Représentation du champ réfracté total.

A partir des expressions analytiques des potentiels réfractés correspondant à l'onde géométrique et latérale (2.62),(2.66.b) ainsi que des expressions du champ total réfracté (2.68), nous pouvons déterminer l'expression du rapport de l'intensité de l'onde réfractée totale sur l'intensité de l'onde incidente. Nous utilisons les mêmes hypothèses que précédemment (2.38), (2.39), et nous gardons les mêmes variables réduites $X = r/H$ et $Y = d/H$, $\lambda_0 = \lambda/H$. Suivant les caractéristiques de la source nous pouvons déterminer les courbes d'isoatténuation de l'onde réfractée totale.

Nous en déduisons les corrections qu'il faut apporter à la pression mesurée par les hydrophones, pour retrouver la pression correspondant au signal émis.

Les représentations graphiques (fig: 10.1, 10.2, 10.3), ont été déterminées pour différentes valeurs de λ_0 , avec un pas de 5 décibels. Nous obtenons conformément à la théorie asymptotique, un phénomène d'interférences. Aux hautes fréquences, la théorie des rayons donne une bonne représentation du champ, alors que le développement asymptotique à partir de la solution exacte de l'équation des ondes, convient également pour les basses fréquences.

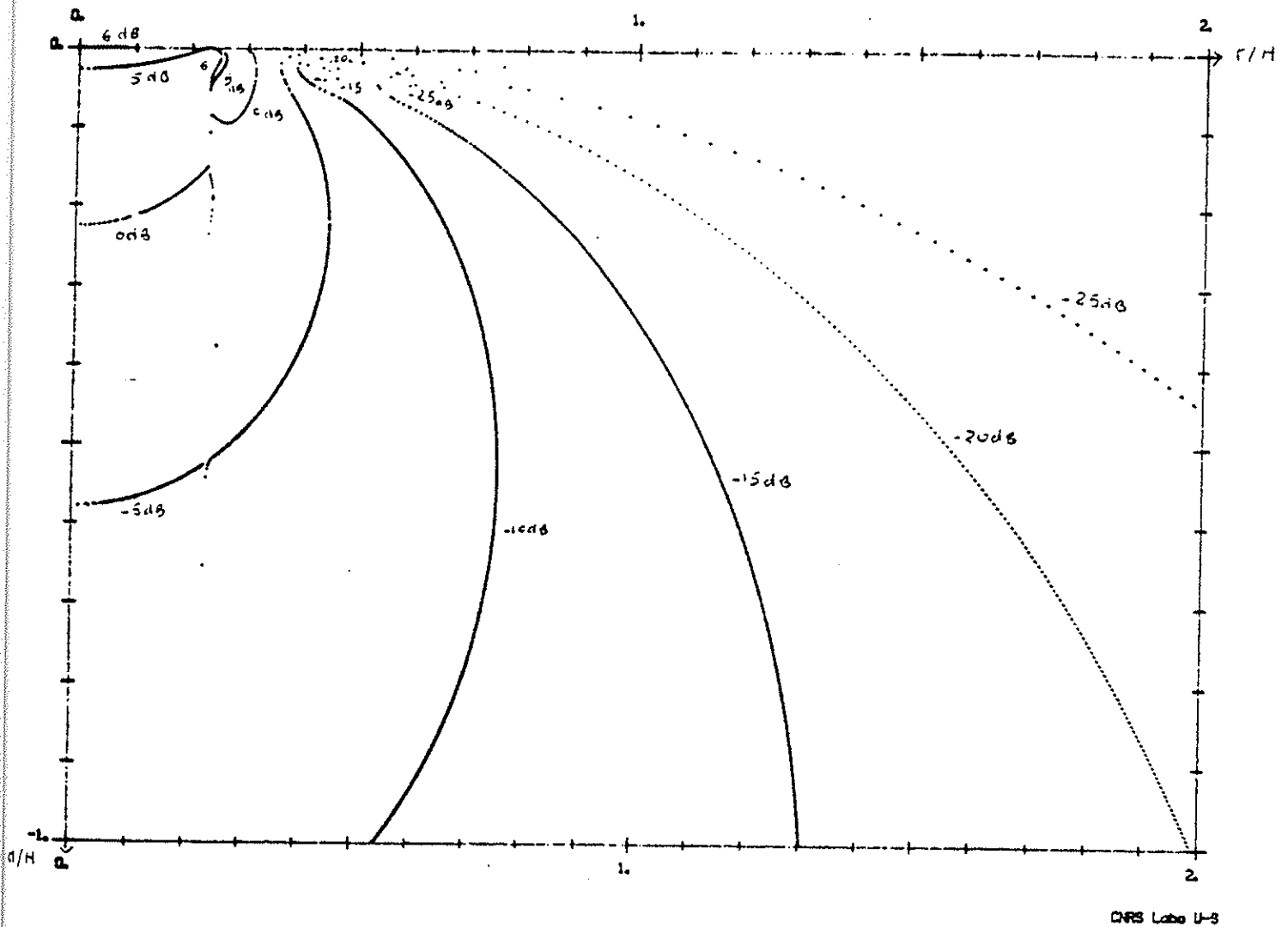
Nous avons un point particulier $r/H = \text{tg}(\theta_0)$. Au hautes fréquences il y a convergence des courbes en ce point. Nous rentrons dans le cadre de la Théorie des Rayons et le champ se rapproche de la figure 5.1. Aux basses fréquences, le phénomène d'interférences s'accroît. Les ondes latérales pénètrent plus profondément dans le second milieu.

La résolution numérique s'effectue à partir des relations (2.72) et (2.75), ainsi que des expressions (2.68). Nous obtenons une fonction de la forme :

$$(2.76) \quad Y = f(X, \theta, \text{gdB}, \lambda_0, n)$$

$$\text{avec} \quad \begin{aligned} \sin(\alpha) &= X/(X^2 + 1)^{1/2}, \quad \sin(\alpha) > n \\ \text{tg}(\alpha) &= X - Y\sin(\alpha)/(n^2 - \sin^2(\alpha))^{1/2}, \quad \sin(\alpha) < n \end{aligned}$$

Une synthèse de la représentation graphique du champ total réfracté calculé d'une part: par la Théorie des rayons; d'autre part: par une méthode asymptotique à partir de la résolution de l'équation de Helmholtz, sera montrée figure 10.4.



CRS Labo U-3

Figure 10.1: Représentation du champ réfracté total en fonction des variables réduites r/H , d/H (coordonnées du récepteur) et de λ/H caractéristiques de la source. $\lambda/H = 0.034$. (Méthode asymptotique).

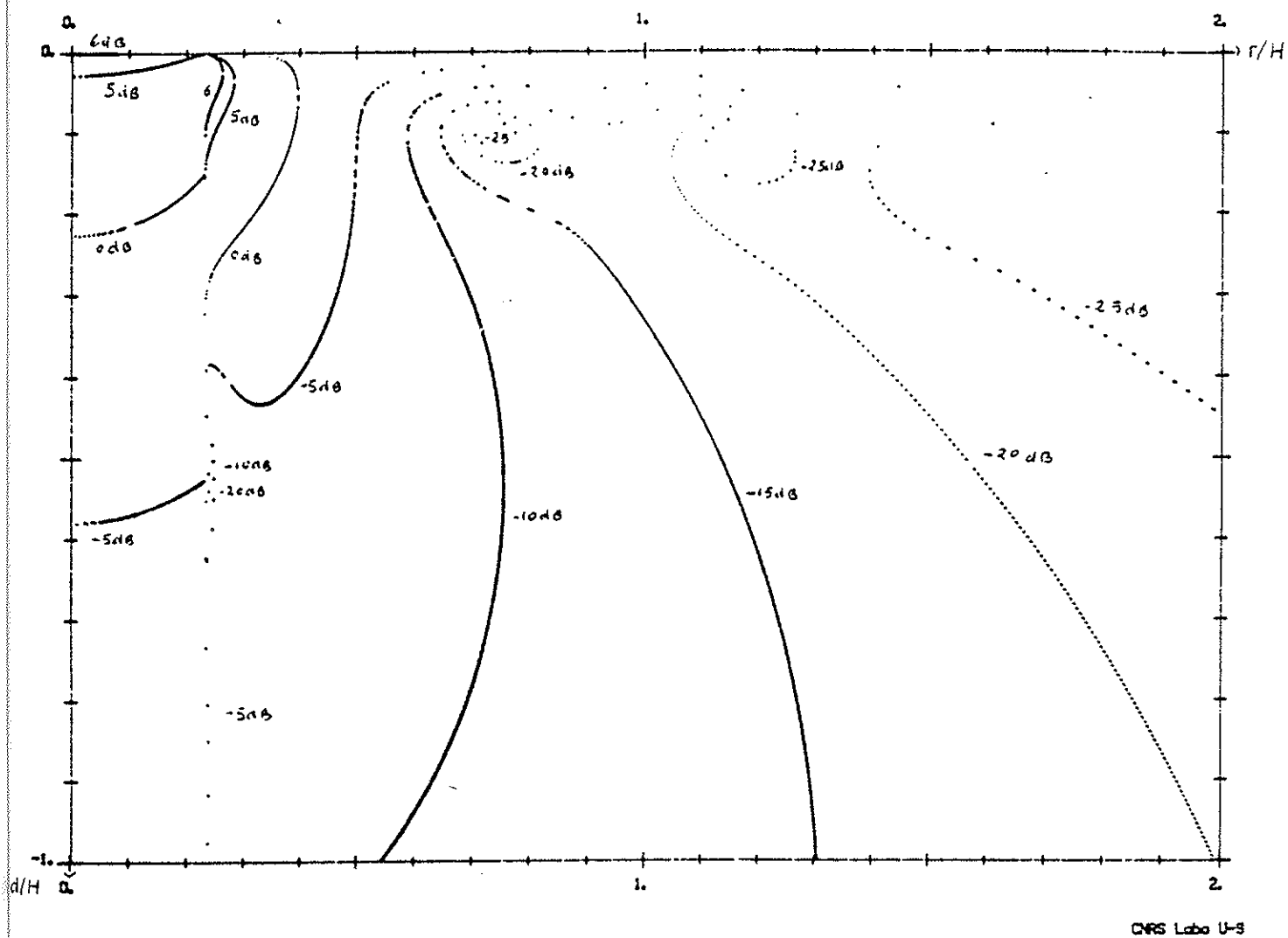


Figure 10.2: Représentation du champ réfracté total en fonction des variables réduites r/H , d/H (coordonnées du récepteur) et de λ/H caractéristiques de la source. $\lambda/H = 0.2$. (Méthode asymptotique).

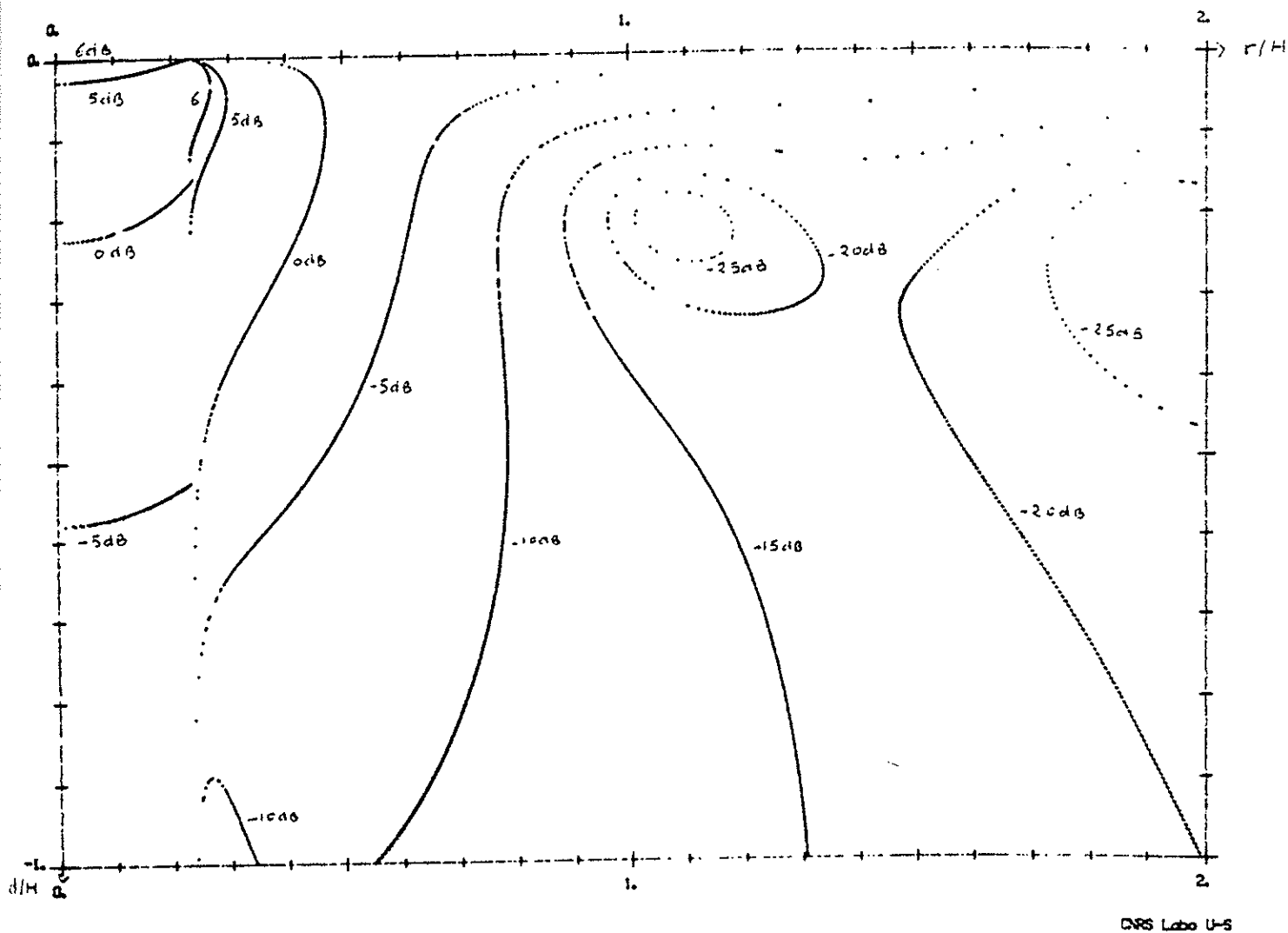


Figure 10.3: Représentation du champ réfracté total en fonction des variables réduites r/H , d/H (coordonnées du récepteur) et de λ/H caractéristiques de la source. $\lambda/H = 0.5$. (Méthode asymptotique).

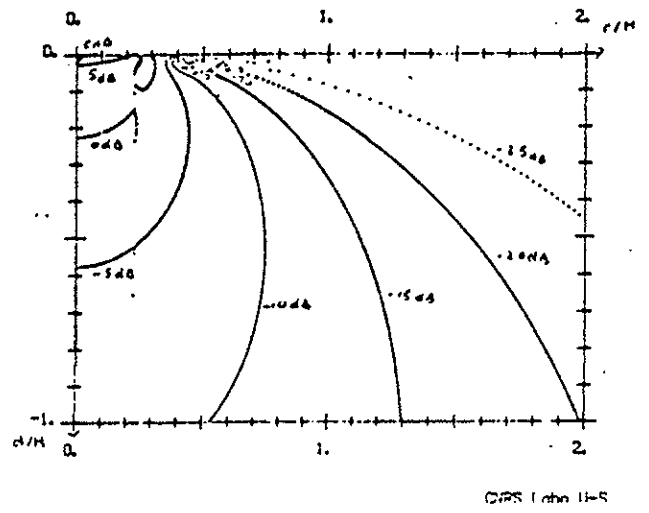
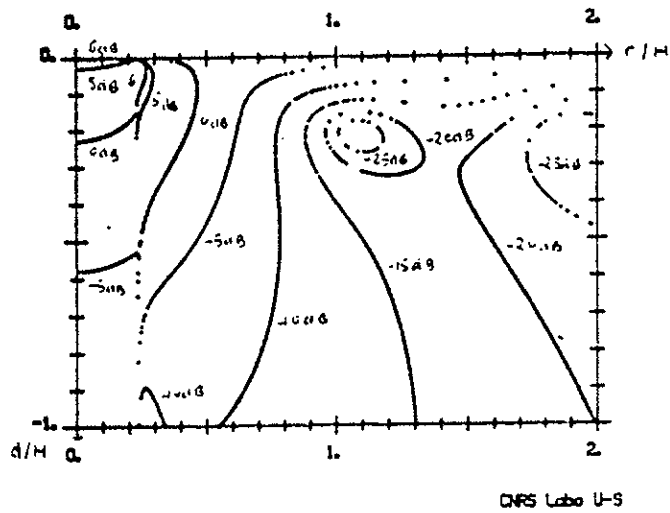
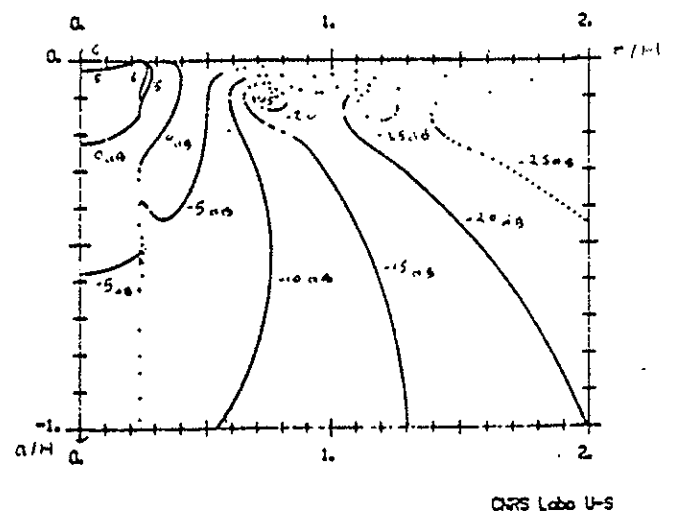
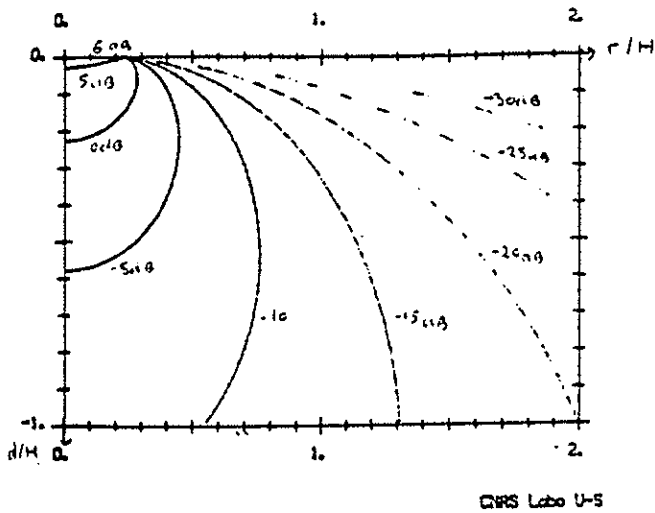


Figure 10.4: Synthèse du champ total réfracté. Représentation en fonction des variables réduites r/H , d/H (coordonnées du récepteur) et de λ/H caractéristiques de la source. a-Acoustique géométrique, b,c,d-Méthode asymptotique.

III CONCLUSION ET PERSPECTIVES.

La théorie des rayons ne suffit pas à une étude complète de la transmission acoustique à travers le dioptre.

En effet elle fournit une expression du champ indépendante des caractéristiques de la source. Elle ne permet donc pas d'identifier la source à partir de données mesurées en un point quelconque d'observation. D'autre part, et c'est le plus important, elle ne permet pas d'étudier correctement un problème de discontinuité du champ (apparition d'ondes latérales pour des incidences sur-critique). En ce sens cette théorie par sa simplicité, (trop grande approximation du phénomène physique) devient inadaptée dans la résolution de problème de transmission acoustique à travers un dioptre.

La propagation acoustique à partir de la résolution de l'équation de Helmholtz a montré l'existence d'ondes inhomogènes pour des angles d'incidence supérieure à l'angle critique. Ces ondes ont une amplitude variable en décroissance exponentielle suivant la perpendiculaire à l'interface et qui de plus est fonction de la longueur d'onde. Elles ne correspondent pas à une absorption du milieu car il y a conservation de l'énergie au passage du dioptre, avec un nombre d'onde réel. Ces ondes pénètrent d'autant mieux le milieu que la fréquence du signal émis est basse. En un point quelconque du champ réfracté, il y a donc interférences entre les deux contributions de l'onde (géométrique et latérale).

Il y a de ce fait une forte dépendance du champ par rapport à la fréquence et à la hauteur (caractéristiques de la source) et par rapport aux coordonnées du récepteur.

Une expérimentation en laboratoire du phénomène physique peut être réalisée. Pour cela nous devons transposer les grandeurs physiques (profondeurs des hydrophones, hauteur et paramètre acoustique de la source) à celles permises par les dimensions d'une cuve acoustique en laboratoire. Une réduction de la distance source-récepteur suppose un déplacement du paramètre acoustique de la source vers les courtes longueurs d'onde. Or nous avons vu qu'aux hautes fréquences, nous ne pouvons plus considérer la contribution des ondes latérales pour le champ réfracté. Il y a atténuation rapide de l'amplitude de l'onde dans ce cas. Cela suppose qu'une simple transposition de ces données ne peut se faire sans une variation des caractéristiques des milieux. Nous devons, si la transposition des milieux ne peut être mis en oeuvre expérimentalement, pour tenir compte de l'effet des ondes latérales, simuler le phénomène à des fréquences non pas ultrasoniques, mais audibles.

Si les méthodes classiques permettent d'aborder le problème en régime harmonique, celles-ci semblent être mal adaptées au cas non stationnaire. Il semble donc intéressant de prolonger cette étude au cas des régimes transitoires, en utilisant des méthodes de résolution à la fois temporelle, et fréquentielle. En effet, ces ondes parcourant des trajets différents arrivent à des temps différents et subissent de plus une atténuation en fonction de la fréquence. Une analyse en régime non harmonique de type temps-fréquence est donc nécessaire.

On peut citer ici deux méthodes satisfaisant des contraintes évolutives rapides :

- La transformation de Wigner - Ville [19], [20];
- Une nouvelle méthode de décomposition de signaux transitoires : La transformée en Ondelettes [21],..., [24].

IV - ANNEXE.

Nous devons intégrer une expression de la forme :

$$(A.1) \quad \psi(\beta) = \int_{\Gamma} F(\mu) e^{\beta g(\mu)} d\mu \quad , \quad |\beta| \gg 1$$

Si Γ est un contour dans le plan complexe, F et g des fonctions analytiques de la variable complexe μ , indépendantes du paramètre β et régulières dans le plan, nous pouvons suivant le comportement de $\psi(\beta)$ lorsque $|\beta|$ tend vers l'infini, approcher l'intégrale sous forme d'une série asymptotique. En utilisant les propriétés des fonctions analytiques (avec analyse des points singuliers), nous pouvons déformer le chemin d'intégration dans le plan complexe sans changer la valeur de l'intégrant. L'intégrale est alors entièrement déterminée sur de petites portions comparativement au contour. Ces portions sont fonction des points de selle, zéro de la fonction dérivée de g où l'exponentielle, pour de grandes valeurs de β , prend sa valeur maximum. Le nouveau contour suit donc les lignes de plus grandes pentes issues du ou des points de selle, si on choisit $\text{Im}[\beta g(\mu)]$ constant. La décroissance de l'exponentielle le long de ces lignes est rapide, sa phase constante, et le chemin d'intégration se limite au voisinage de ces points.

Cette méthode s'appelle méthode de Debye ou 'steepest descent'. [9],[10].

Le nouveau trajet d'intégration Γ' vérifie certaines propriétés géométriques qui se résument par les équations ci-dessous :

Notons Im la partie imaginaire, Re la partie réelle de la fonction analytique $g(\mu)$ où μ est le nombre complexe, $\mu = x+iy$:

$$(A.2) \quad \begin{aligned} \text{Im}[g(\mu)] &= \text{Im}[g(\mu_0)] = \text{cste} \quad , & \text{Re}[g(\mu_0)] \text{ est maximum sur } \Gamma' \\ dg(\mu)/d\mu &= 0 \text{ en } \mu_0 \quad , & \mu_0 \text{ point de selle} \\ \partial^2 \text{Re}[g(\mu)]/\partial x^2 + \partial^2 \text{Re}[g(\mu)]/\partial y^2 &= 0 \quad , & \text{(équation de Laplace vérifiée)} \end{aligned}$$

$$\text{où} \quad dg(\mu)/d\mu = \partial \text{Re}[g(\mu)]/\partial x - i \partial \text{Re}[g(\mu)]/\partial y \quad , \quad \text{(conditions de Cauchy)}$$

Soit l'équation des points pour le nouveau chemin Γ' :

$$(A.3) \quad g(\mu) = g(\mu_0) - s^2 \quad , \quad s \in \mathbb{R} \quad , \quad \text{abscisse curviligne suivant } \Gamma'$$

$g(\mu)$ décroît de part et d'autre de s et nous avons suivant cette nouvelle variable :

$$\phi(s)ds = F(\mu)d\mu \quad , \quad s \ll 1 \quad \text{et} \quad \beta \gg 1$$

Nous devons développer s^2 en puissance de $\mu - \mu_0$, puis inverser cette série, pour déterminer le développement de Taylor de l'expression $\phi(s)$ autour de s . $\phi(s)$ s'exprime alors en fonction des expressions de $g(\mu)$ et $F(\mu)$ et de leurs dérivées sous forme de séries asymptotiques. β étant grand, on suppose que $\phi(s)$ varie suffisamment lentement comparée à l'exponentielle et qu'elle est régulière dans un voisinage de $s=0$. Cette série converge en effet vers ϕ dans un cercle centré en $s=0$ et de rayon égal à la distance de la plus proche singularité de $\phi(s)$ [9],[10].

Soit l'expression au deuxième ordre d'après (2.49) et (A.1) :

$$(A.4) \quad \psi(\beta) = e^{i\beta \text{Re}[g(\mu_0)]} (\pi/i\beta)^{1/2} [\phi(0) + (1/4\beta)\phi''(0) + \dots + \dots]$$

$$\begin{aligned} \phi(s) &= \phi(0) + \phi'(0)s + \phi''(0)s^2/2 + \phi^{(3)}(0)s^3/3! + \dots \\ \text{et} \quad \phi(0) &= [-2/\text{Re}[g''(\mu_0)]]^{1/2} F(\mu_0) \\ \phi''(0)/2 &= \phi(0) [g^{(3)}F'/g^2F + g^{(4)}/4g^2 - 5g^{(3)2}/12g^3 - F''/Fg''] \end{aligned}$$

ou encore :

$$\psi(\beta) = e^{i\beta \text{Re}[g(\mu_0)]} \sum_{n=0}^{\infty} \phi^{(2n)}(0) \Gamma[(2n+1)/2] / (2n)! (i\beta)^{(2n+1)/2}$$

où $\Gamma[n]$ est la fonction gamma d'Euler.

Si le chemin d'intégration passe au voisinage d'un point de branchement (ou pôles), nous devons ajouter à cette expression l'intégrale au bord d'une coupure appropriée en ce point (ou résidus). Il est à remarquer que les fonctions F et g doivent être régulières sur le domaine contenant les chemins d'intégration alors que ϕ doit être régulière dans un voisinage de $s=0$.

Lorsqu'il n'est pas possible d'explicitier l'inversion du développement de $\mu - \mu_0$ en terme de puissance de s , nous remplacerons cette méthode par celle du 'point de col' [9]. En supposant que μ_0 est un zéro simple, l'équation (A.3) devient :

$$(A.5.a) \quad g(\mu) \approx g(\mu_0) + g''(\mu_0)(\mu - \mu_0)^2/2$$

et

$$(A.5.b) \quad g''(\mu_0) (\mu - \mu_0)^2/2 < 0 \text{ et réelle.}$$

Le chemin de 'steepest descent' (lignes de plus grandes pentes) est remplacé par celui d'une droite passant au voisinage de μ_0 , pour laquelle la condition (A.5.b) est vérifiée. La direction de cette droite, appelée direction critique à μ_0 , est tangente aux deux directions des lignes de plus grandes pentes issues de ce point.

Posons sous forme complexe :

$$\mu - \mu_0 = \rho_1 e^{i\theta_1} \quad \text{et} \quad g''(\mu_0)/2 = \rho_2 e^{i\theta_2}, \quad \rho_2 > 0$$

Suivant la condition (A.5.b) : $\theta_1 = \pm \pi/2 - \theta_2/2$. Si $g''(\mu_0)$ est réelle négative, θ_1 est égal à $\pm \pi/4$. Cela nous donne les deux directions des lignes de niveau issues de μ_0 . En effectuant le changement de variable de μ en u tel que $u^2 = \rho_1^2 \rho_2$, sous certaines conditions (condition de convergence de la série (A.5) et domaine de validité de ρ_1), les bornes de l'intégrale peuvent être remplacées par $\pm \infty$ [9]. Nous obtenons alors l'expression (A.1) à l'ordre 1.

En effectuant un changement de la variable d'intégration, nous verrons qu'il est possible de passer de l'intégrale dans le plan complexe à une intégrale dans le plan réel soit dans ce cas :

$$(A.6) \quad \psi(\beta) = \int_{\Gamma_1} F(u) e^{\beta g(u)} du, \quad \beta \gg 1$$

Γ_1 pouvant être l'axe réel $]-\infty, +\infty[$ ou une partie finie $]a, b[$ de \mathbb{R} , les fonctions g et F vérifient les mêmes conditions que précédemment et celle de régularité sur le domaine contenant Γ_1 .

La fonction $g(u)$ est alors réelle sur l'axe réel (u nouvelle variable) et peut posséder des points stationnaires u_0 . La contribution principale de cette intégrale provient de ces points qui annule $g'(u)$ et ceci en supposant le paramètre β grand. Le principe de cette méthode est analogue au précédent. Par analogie, cette méthode s'appelle méthode de phase stationnaire. L'expression est alors par rapport à (A.4), au premier ordre :

$$(A.7) \quad \begin{aligned} \psi(\beta) &= e^{i\beta g(u_0)} e^{-i\pi/4 \text{ sign}[g''(u_0)]} (\pi/\beta)^{1/2} \zeta(0) + \mathcal{O}(\beta^{-1}) \\ \zeta(0) &= [2|g''(u_0)|]^{1/2} F(u_0) \\ \zeta''(0)/2\zeta(0) &= (g'')^{-1} [g^{(3)}F'/g''F + g^{(4)}/4g'' - 5g^{(3)2}/12g''^2 - F''/F] \end{aligned}$$

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] : R. J. Urick, 1972, "Noise Signature of an Aircraft in Level Flight over a Hydrophone in the sea", J.A.S.A. , vol. 52, n°3
- [2] : E. Gerjuoy, 1948, "Refraction of Waves from a Point Source into a Medium of Higher Velocity", Physical Review, vol. 73, n° 12.
- [3] : A. A. Hudimac, 1957, "Ray Theory Solution for the Sound Intensity in Water Due to a point Source above it", J.A.S.A. , vol. 28, n°8.
- [4] : R. W. Young, 1971, "Sound Pressure in Water from Source in Air (L)", J.A.S.A. ,vol. 50, n°5
- [5] : M. S. Weinstein and A. G. Henney, 1965, "Wave Solution for Air-to-Water Sound Transmission", J.A.S.A. ,vol. 37, n°5
- [6] : S. M. Candel and C. Crance, 1980, "Direct Fourier Synthesis of Wave in Layered Media and The Method of Stationary Phase", J.S.V. , vol.74, n°4.
- [7] : J. W. Horton, 1959, "Fundamentals of Sonar", U. S. Naval Institute, Annapolis-Maryland.
- [8] : L. N. Brekhovskikh, 1960, "Waves in Layered Media", p 292-302, Wiley, New-York.
- [9] : E. T. Copson, 1967, "Asymptotic Expansions", Cambridge, The University Press.
- [10] : G. N. Watson, 1944, "Treatise on the Theory of Bessel Functions", The Macmillan Company, New-York.
- [11] : D. Habault and P. J. Filippi, 1981, "Ground effect analysis: Surface Wave and Layered Potential Representation", J. S. V. , vol.79, n°4.
- [12] : K. O. Friedrichs and J. B. Keller, 1954, "Geometrical Acoustics. II. Diffraction, Reflection and Refraction of a weak Spherical or cylindrical Shock at a plane interface", J. of applied Physics, Vol. 26, n°8.
- [13] : P. Gottlieb, 1960, "Sound Source near a Velocity Discontinuity, J.A.S.A. , Vol.32, n°9.
- [14] : D. H. Towne, 1968, "Pulse Shapes of Spherical Waves Reflected and Refracted at a plane Interface Separating Two Homogeneous Fluids", J.A.S.A. , Vol. 44, n°1.
- [15] : A. Derem, 1986, "Théorie de la Matrice S et Transformation de Sommerfeld-Watson dans la Diffusion Acoustique", (Ch.VI), L.C.T, Velizy.
- [16] : B. Poirée, 1979, "Les Méthodes Asymptotiques 'Hautes Fréquences' en acoustique sous-marine, 7ème colloque sur le Traitement du signal et ses Applications, Nice.
- [17] : J. V. McNicholas, 1973, "Lateral wave contribution to the underwater signature of an aircraft", J.A.S.A. ,vol. 53.

- [18] : B. Poirée, 1977, "Les discontinuités en acoustique cas du dioptre", Revue Cethedec, n°51.
- [19] : L. T. Ikelle, J.P. Diet, A. Tarantola, 1986, "Linearised Inversion of Multioffset Seismic Reflection data in the Σ -K domain", Geophysics, vol. 51, n°6.
- [20] : P. Flandrin, J. Sageloli, J. P. Sessarego and M. Zakharia, 1986, "Application of time-frequency analysis to the characterization of surface waves on elastic targets", Acoustics Letters, Vol. 10, n°2.
- [21] : P. Goupillaud, A. Grossmann, J. Morlet, 1984, "Cycle-Octave and Related Transforms in Seismic Signal Analysis", Geoexploration, n°23.
- [22] : A. Grossmann and J. Morlet, 1984, "Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape", SIAM J. Math. Anal., Vol.15, n°4.
- [23] : R. Kronland-Martinet, J. Morlet, A. Grossmann, 1987, "Analysis of Sound Patterns through Wavelet Transforms", à paraître dans I. J. P. R. and A. I., Special Issue on Expert Systems and Pattern Analysis.
- [24] : A. Grossmann, M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, J. Morlet, 1987, "Detection of Abrupt Changes in Sound Signals with the help of Wavelet Transforms", à paraître, Academic Press.

LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE

31.Ch.Joseph-Aiguier (9e arr.) - 13402 MARSEILLE CEDEX 9

TEL 91224000. TELEX CNRSMAR 430225F

