



HAL
open science

La théorie de la relativité de Poincaré de 1905 et les Transformations Actives

Jean-Pierre Provost, Christian Bracco

► **To cite this version:**

Jean-Pierre Provost, Christian Bracco. La théorie de la relativité de Poincaré de 1905 et les Transformations Actives. *Archive for History of Exact Sciences*, 2006, 60 (3), pp.337-351. 10.1007/s00407-005-0104-2 . hal-00417002

HAL Id: hal-00417002

<https://hal.science/hal-00417002>

Submitted on 7 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La Relativité de Poincaré de 1905 et les Transformations Actives

JEAN-PIERRE PROVOST and CHRISTIAN BRACCO

Résumé

Nous montrons que Poincaré, dans son article de 1905, adopte un point de vue actif concernant le groupe des Transformations de Lorentz. Ce point de vue, selon lequel les transformations agissent directement sur les systèmes physiques (sans toucher au système de coordonnées), est naturel pour lui car il est celui des géomètres et aussi implicitement celui de Lorentz dans son traitement mathématique des états correspon-dants. L'adoption de ce point de vue est même nécessaire pour corriger l'« erreur » de Lorentz dans sa définition d'un système globalement en mouvement. La contraction des longueurs, comme la dilatation des temps, traditionnellement attachées aux change-ments de référentiels, trouvent également une explication physique relativiste dans cette approche.

1. Introduction

La place donnée aujourd'hui à Poincaré dans l'histoire de la relativité restreinte est paradoxale. Dans son article de 1905¹ [1, 2], dont nous avons par ailleurs proposé une présentation² pédagogique [3], Poincaré aurait compris la formalisation mathématique du postulat de relativité qu'il a été le premier à introduire, mais pas les conséquences physiques qu'entraîne cette relativité sur les concepts d'espace et de temps. On trouve en effet dans cet article l'idée omniprésente que ce postulat se traduit par l'invariance des équations de la physique par le groupe de Lorentz. Poincaré illustre cette idée sur l'exemple de l'électromagnétisme (§1, 3, 5), puis il l'applique à l'obtention d'un lagrang-ien relativiste (§6, 7), à la justification du terme de pression nécessaire à la stabilité de l'électron (§8) et à une première formulation relativiste de la gravitation (§9). C'est d'ailleurs lui qui a écrit et nommé les « *transformations de Lorentz* », dont il a étudié

¹ Poincaré soumet le 23 juillet 1905 l'article intitulé « *Sur la dynamique de l'électron* », qui est publié dans les *Rendiconti di circolo matematico di palermo* en 1906 [1], et qui fait suite au compte rendu donné à l'académie des sciences le 5 juin 1905 avec le même intitulé [2].

² Cet article replace le travail de Poincaré dans ses contextes à la fois historiques, physiques et mathématiques, et introduit à notre connaissance pour la première fois l'idée que les transformations de Lorentz qu'il utilise sont des transformations actives.

la structure de groupe de Lie (§4), et qu'il a assimilées à des rotations dans un espace à quatre dimensions (§9). Mais dans cet article, on ne trouve notamment pas la dépendance du temps par rapport au référentiel, qui est depuis Einstein [4] la marque essentielle de la relativité restreinte, ni l'interprétation suivant laquelle la contraction d'un objet est un point de vue d'observateur et pas un effet physique. On ne trouve pas non plus l'approche géométrique de Minkowski [5] d'un espace-temps absolu dont les projections espace et temps sont relatives.

Or Poincaré n'est pas un mathématicien qui reste enfermé dans sa « tour d'ivoire ». Au contraire, il a fortement contribué à de nombreux domaines de la physique par ses publications scientifiques, ses enseignements et ses conférences reprises dans ses ouvrages de vulgarisation. De plus, il a beaucoup réfléchi et écrit sur le postulat de relativité (qu'il cite au rang des grands postulats de la physique [6, p. 132]), sur la notion d'espace (en relation avec la géométrie [6, 7]) et sur la notion de temps (avec le problème de la synchronisation des horloges [7] et l'interprétation physique du temps local de Lorentz [6, 8]). Aussi est-il difficile de penser que son « ignorance » manifeste de l'approche d'Einstein soit de sa part un manque de compréhension physique de la relativité. Peu de temps avant sa mort³ [9] il en parle encore comme d'une convention non nécessaire disant qu'il préfère garder la sienne, où l'on ne touche pas aux coordonnées d'espace et de temps, mais où l'accent est mis sur le sens physique que l'on doit attribuer aux groupes en relativité comme en géométrie.

Si Poincaré n'a pas eu dans l'article de 1905 à rediscuter la notion de temps, bien que les variables t et t' impliquées dans les transformations de Lorentz (TL) prennent des valeurs différentes, la raison simple en est qu'il ne dit jamais dans l'article qu'il change de référentiel. Nous montrerons dans la section 3 que les TL qu'il utilise dans cet article sont des transformations de Lorentz actives (TLA, que l'on appelle aujourd'hui « boost », c'est-à-dire « mise en mouvement »). Ces TLA agissent directement sur les systèmes physiques, sans impliquer de changements de référentiels, alors que chez Einstein, les TL traduisent l'effet de ces changements sur l'observation des systèmes physiques laissés inchangés (TL passives).

Pour préciser ces notions qui vont être au cœur de la discussion, considérons l'exemple simple de rotations dans le plan muni d'un système d'axes cartésien. Une rotation d'angle θ autour de l'origine est dite active si elle « tourne » une figure (courbe C par exemple) pour en donner une image (C') sans toucher au système d'axes. Tout point de C de coordonnées x, y a pour image un point de C' de coordonnées $x' = x \cos \theta - y \sin \theta, y' = y \cos \theta + x \sin \theta$, qui bien que notées avec des primes sont repérées dans le même système d'axes⁴. Cette relation mathématique entre x, y et x', y' peut être interprétée différemment. Chaque point de la courbe C est inchangé, mais c'est le système de coordonnées que l'on a tourné d'un angle $-\theta$ (rotation inverse de la précédente). x, y et x', y' sont

³ Conférence *L'espace et le temps* faite le 4 mai 1912 à l'université de Londres in *Les dernières pensées*, pp. 97-109.

⁴ Si $f(x, y) = 0$ est l'équation de C , alors $f(x' \cos \theta + y' \sin \theta, y' \cos \theta - x' \sin \theta) = 0$ est l'équation de C' , où x' et y' désignent un point générique de C' . Cette équation s'obtient simplement en exprimant les variables x et y en fonction de x' et y' . On verra à la section 3 que Poincaré procède de même avec une TLA sur un système physique (sphère en mouvement).

alors les coordonnées d'un même point dans deux systèmes d'axes. Il y a donc pour une même relation mathématique deux points de vue différents. Le premier est qualifié aujourd'hui d'« *actif* » et l'autre de « *passif* ». L'équivalence de ces deux points de vue est bien sûr liée au principe de relativité, à savoir dans ce contexte géométrique que les coordonnées d'un point dans un système d'axes restent inchangées si l'on tourne à la fois le point et le système⁵.

L'usage spontané des TLA par Poincaré est logique à double titre. D'abord comme on le sait, la théorie des *états correspondants* chez Lorentz, qui a été à l'origine de l'inspiration de Poincaré, consiste à ramener l'étude électromagnétique d'un système en mouvement dans l'éther (référentiel privilégié) à celui d'un système au repos dans cet éther. Nous montrerons dans la section 2 que chez Lorentz, ces états ne sont pas les états d'un même système physique rapportés à l'éther et à un référentiel en mouvement, mais les états de deux systèmes physiques dans l'éther. Ensuite si Poincaré a vu dans l'oeuvre de Lorentz une expression mathématique du postulat de relativité, c'est qu'il s'est rendu compte de la structure de groupe des transformations utilisées par Lorentz, structure qui avait été après 1872 [11] à la base des conceptions nouvelles de la géométrie. Le rapprochement de la relativité avec la géométrie a été probablement pour lui une évidence. Or en géométrie les transformations considérées sont usuellement comme les rotations ci-dessus des transformations actives sur les figures et la structure de groupe y tient une place plus fondamentale que les coordonnées utilisées. Ce dernier point a probablement contribué aux réticences de Poincaré quant à repenser les concepts d'espace et de temps.

Ce point de vue actif pour les TL est étonnant car la relativité est généralement associée à des changements de référentiels. C'est déjà le cas avec le bateau de Galilée, et c'est aussi le cas avec les observateurs d'Einstein. C'est donc très naturellement que les communautés des physiciens et des historiens de la relativité restreinte ont interprété à l'aune des changements de référentiels, non seulement l'article difficile de Poincaré de 1905, mais également ceux de Lorentz eux aussi très mathématiques. On peut comprendre aussi la non reconnaissance des TLA par ces communautés par le cloisonnement existant entre l'histoire de la relativité et celle de la géométrie, l'une relevant de l'histoire de la physique et l'autre de celle des mathématiques. Ce cloisonnement explique que cette lecture einsteinienne ait pu perdurer jusqu'à nos jours. Elle est regrettable quand il s'agit de concepts aussi abstraits que ceux de temps et d'espace, et de surcroît lorsqu'elle concerne Poincaré dont la culture couvre largement les deux domaines.

On a enfin beaucoup associé le « conservatisme » de Poincaré à sa croyance dans l'existence de l'éther, référentiel privilégié. Si le mot éther revient régulièrement dans

⁵ De manière générale, soit M un point de coordonnées \underline{x} dans un système de coordonnées S (a priori quelconque) et $g\underline{x}$ les coordonnées du point image M' de M par une transformation g élément d'un groupe. Alors, les coordonnées \underline{x}' de M dans le système S' déduit de S par la transformation g sont $\underline{x}' = g^{-1}\underline{x}$. Pour justifier ce résultat [10], qui établit l'équivalence des points de vue actif et passif, on a besoin du principe de relativité qui exprime que les coordonnées de M' dans S' sont celles de M dans S , c'est-à-dire $(g\underline{x})' = \underline{x}$. En effet, cette égalité entraîne que $\underline{x}' = (gg^{-1}\underline{x})' = g^{-1}\underline{x}$. Cette démonstration s'applique aussi au cas où \underline{x} et \underline{x}' sont les paramètres d'un système physique mesurés dans S et S' .

ses conférences⁶, on sait [12, 13] qu'il ne joue plus aucun rôle scientifique dans ses publications et ses cours après 1900. L'éther perdant entre 1892 et 1905 toutes ses propriétés physiques à l'exception que tout mouvement par rapport à lui est indétectable, la croyance de Poincaré dans la validité du postulat de relativité n'a pu qu'être renforcée [13]. Il n'est cependant pas exclu que l'éther joue encore chez lui en 1905 et après un rôle « psychologique », celui de référentiel conventionnel (mais pas privilégié) où l'on peut écrire les équations de Maxwell, et d'où on ne sortira pas. Les TLA sont alors pour lui la façon naturelle de faire de la relativité.

2. Une lecture non einsteinienne de Lorentz

S'il est généralement bien reconnu que la notion d'états correspondants de Lorentz (entre système au repos et système en mouvement dans l'éther) va contribuer au retour de la relativité dans les théories physiques, l'interprétation qui est donnée de cette correspondance en terme de changements de référentiels ([14, 15] par exemple) n'est pas dans l'esprit de Lorentz. Au contraire son approche de l'électromagnétisme se prête naturellement à l'utilisation de TLA. D'un côté il y a l'éther, milieu qui est le siège des champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{B} , et aussi référentiel privilégié dans lequel on peut écrire les équations de Maxwell. De l'autre il y a la matière constituée de charges électriques qui se meuvent dans l'éther sans l'entraîner, sous l'action de la force électromagnétique $q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$ (et d'autres forces par exemple de rappel), charges dont le déplacement explique par exemple la polarisation des milieux diélectriques. Un des premiers succès de Lorentz est d'avoir rendu compte, à l'aide de l'influence supplémentaire du terme $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ sur la polarisation, de la formule d'entraînement de Fresnel. Il va reprendre à de nombreuses occasions le traitement mathématique général des phénomènes électriques et lumineux présentés par des corps pondérables en mouvement, par exemple dans ses travaux de 1892 [16], 1895 [17] (*Versuch*), 1899 [18] et 1904 [19]. Petit à petit, l'impossibilité de mesurer le mouvement de la Terre par rapport à l'éther va devenir l'enjeu théorique principal des états correspondants.

Dans tous ces articles, par exemple [17] (p. 31–32), le point de départ de Lorentz est la définition d'un système « *en translation* » (en mouvement uniforme). Il faut prendre garde que chez Lorentz (comme chez Poincaré), le mot système signifie système physique, par exemple ensemble de charges, diélectrique, électron étendu. Quand

⁶ Dans les conférences après 1905, l'éther sera, selon les cas, le référentiel où l'on écrit les équations de Maxwell, le support des champs (comme il sera le support de la métrique pour Einstein), voire il jouera le rôle de ce que l'on appelle aujourd'hui le vide. Par exemple, dans la conférence intitulée *Les rapports de la matière et de l'éther* publiée dans *Les dernières pensées* [9] en 1912, le mot éther ne figure qu'à trois reprises. p. 78 il est question qu'« un résonateur ne peut céder à l'éther et n'en peut recevoir que de la lumière d'une longueur d'onde parfaitement déterminée » et plus loin de résonateurs qui ne pourraient interagir « sans l'intermédiaire de l'éther ». Enfin, p. 82 il est question d'une énergie lumineuse qui « circule dans l'éther libre ». Même dans l'article de 1905, le mot éther n'apparaît qu'une fois (hors introduction) à propos de « l'énergie [électromagnétique qui] est principalement localisée dans les parties de l'éther les plus voisines de l'électron » (p. 48).

Lorentz utilise un changement de coordonnées, les expressions « *système de coordonnées* » ou « *système d'axes* » figurent toujours explicitement. Quant à l'expression « *en translation* » Lorentz précise à chaque fois qu'il s'agit d'un mouvement global, « *dans son ensemble* » du système (on imaginerait mal faire cette précision pour un système de coordonnées). Ce mouvement global ne peut se définir que par rapport au repos. Si par exemple, $\rho(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ sont les distributions de charge et de vitesse pour le système au repos, ces distributions deviennent $\rho(\mathbf{r}(\mathbf{r}), t)$ et $\mathbf{v}(\mathbf{r}(\mathbf{r}), t) + \mathbf{V}$ pour le système en mouvement, avec $\mathbf{r}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$ (en généralisant la notation de Lorentz $x = x - Vt$) et $\mathbf{V} = \mathbf{0}$ pour le repos. Cette définition correspond donc à effectuer implicitement par la pensée un boost galiléen sur le système au repos. C'est elle qui constituera le point faible de l'analyse de Lorentz lorsqu'en 1899 et 1904 il travaillera à tout ordre en V/c et c'est elle que Poincaré corrigera au tout début de son article de 1905. On a parfois dit qu'en écrivant $\mathbf{r}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$ Lorentz faisait un changement de référentiel galiléen⁷. Certes, $\mathbf{r}(\mathbf{r})$ désigne bien chez lui les coordonnées relatives à un système d'axes entraîné par le mouvement (point de vue passif), mais il s'agit aussi d'une manière commode de décrire mathématiquement la dépendance spatiale du système dans l'éther, de même que $\rho(\mathbf{r} - \mathbf{a}, t)$ désignerait la densité d'un corps translaté de \mathbf{a} . Le but de Lorentz est de faire l'électrodynamique de ce système en mouvement, et en particulier de calculer la polarisation du milieu et les champs. La seule chose qu'il sait est que tous ces champs que nous désignerons collectivement par g (et par g_0 si le système est au repos) sont a priori des fonctions de $\mathbf{r}(\mathbf{r})$ et t .

Le problème ainsi posé est avant tout mathématique. Pour le résoudre, Lorentz écrit les équations de Maxwell, mais avec les nouvelles variables $\mathbf{r}(\mathbf{r})$ et t dont dépendent les champs⁸. Les dérivées partielles $\frac{\partial}{\partial x}$ et $\frac{\partial}{\partial t}$ sont alors remplacées par $\frac{\partial}{\partial(x)}$ et $\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial(x)}$ en prenant V suivant x . Pour simplifier l'écriture, $\mathbf{r}(\mathbf{r})$ est noté \mathbf{r} par Lorentz⁹, mais pour la clarté de l'exposé, nous garderons sa notation de départ. La suite des calculs que mène Lorentz dépend du problème étudié, mais le but poursuivi est toujours le même: ramener les équations qui viennent d'être compliquées par le changement ci-dessus à des équations que l'on sait résoudre, par exemple à une équation de propagation comme en 1892 (ce qui explique que les TL vont forcément s'y trouver cachées [16] (p. 297)),

⁷ R. Dugas [14] ne parle même pas de système globalement en mouvement. Il appelle u_1 (ci-dessus v) la vitesse d'une charge dans l'éther (référentiel O_1, x_1, y_1, z_1), puis il considère un système de référence O, x, y, z en mouvement à la vitesse v (ci-dessus V) de sorte que $x = x_1 - vt$ puis il affirme « *la vitesse u_1 d'un électron se change alors en $u + v \dots$* » (où u est la vitesse dans le référentiel en mouvement). Si le résultat est formellement le même que celui de Lorentz, il n'en traduit pas la problématique. La relation $u_1 = u + v$ est présentée comme la conséquence d'un changement de référentiel galiléen, ce qui n'est pas le cas chez Lorentz. Cette erreur est vraisemblablement due au fait que dans son article de 1904, qui reprend les calculs de 1895 et 1899, Lorentz passe directement des équations pour un système au repos (variables \mathbf{r}, t) à celles pour un système en mouvement (« *as a whole* » [19] p. 13) mais écrites (« *at the same time* » [19] p. 14) par rapport aux axes en mouvement, et qu'il conserve en plus la notation \mathbf{r} pour la position relative.

⁸ Ce changement de variables mathématique équivaut à une transformation de Galilée passive sur les coordonnées [20].

⁹ [17] p. 32. Après 1895 (en 1899 et 1904), $\mathbf{r}(\mathbf{r})$ est directement noté \mathbf{r} .

ou à des équations typiques d'un système au repos, ce que Lorentz va réussir totalement au premier ordre en V/c en 1895 mais seulement partiellement à tout ordre en 1899 et 1904. La méthode va toujours être la même: passer des variables $(\mathbf{r}), t$ à de nouvelles variables mathématiques indépendantes \mathbf{r}', t' notées primes car « factices », et introduire des grandeurs auxiliaires g' (fonctions de ces variables \mathbf{r}', t') qui dépendent linéairement des grandeurs g . Jusqu'au chapitre 5 du *Versuch* de 1895 ces changements dépendent fortement du problème. C'est ainsi par exemple qu'en 1892, (\mathbf{r}) et t sont modifiés, mais pas les champs, ou que dans le chapitre 2 du *Versuch* consacré aux phénomènes d'induction et à l'électrostatique d'un système en mouvement, (\mathbf{r}) est modifié mais pas t , et seul un nouveau champ magnétique est introduit¹⁰.

Une méthode systématique apparaît pour la première fois dans le chapitre 5 du *Versuch*, où Lorentz considère au niveau macroscopique un diélectrique en mouvement. Il introduit en plus de (\mathbf{r}) une nouvelle variable $t' = t - \frac{\mathbf{V} \cdot (\mathbf{r})}{c^2}$ appelée « temps fictif » ou « temps local » et de nouveaux champs que nous noterons $g' = Lg$ dépendant linéairement¹¹ des champs g . Ces champs, considérés comme fonction des nouvelles variables $g'((\mathbf{r}), t') = Lg((\mathbf{r}), t)$, sont tels qu'ils vérifient au premier ordre en V/c pour les variables (\mathbf{r}) et t' les mêmes équations que les champs $g_0(\mathbf{r}, t)$ associés à un système au repos pour les variables \mathbf{r} et t . Ce résultat a le mérite de ramener élégamment l'étude d'un système physique en mouvement à celui connu d'un système au repos. Lorentz l'exprime sous la forme suivante [17] (p. 84) : si g_0 est une solution pour le système au repos, il existe une solution pour le système en mouvement obtenue en prenant pour g' cette solution, c'est-à-dire en identifiant les fonctions g' et g_0 . Connaissant g' , on obtient g , et donc, nous dit Lorentz (p. 85), le problème est résolu à condition de se rappeler des définitions de t' et g' . En clair, pour le système en mouvement, une solution générale est donnée par $g((\mathbf{r}), t) = L^{-1}g_0((\mathbf{r}), t)$. Les « états correspondants » de Lorentz sont donc les états $g_0(\mathbf{r}, t)$ d'un système au repos, et $g((\mathbf{r}), t)$ d'un système en mouvement (dédié par le boost galiléen, ce que la présence du facteur L^{-1} traduit). L'ensemble de la procédure a aujourd'hui un parfum de relativité, parce que d'une part Lorentz s'est appuyé sur l'invariance des équations (mêmes équations pour g_0 et g') mais aussi parce que Lorentz nous dit (p. 84) que ce résultat permet d'aborder très simplement « le problème de l'influence du mouvement de la Terre sur les phénomènes optiques » observés. Par exemple, pour tout phénomène, réflexion, réfraction, diffraction, relatif à un système optique au repos, et se traduisant par des zones lumineuses ou obscures indépendantes du temps, on a $g_0(\mathbf{r}) \neq 0$ ou $= 0$; pour le même système en mouvement, on aura $g'((\mathbf{r})) \neq 0$ ou $= 0$ et par linéarité $g((\mathbf{r})) \neq 0$ ou $= 0$ pour les mêmes zones rapportées à la variable (\mathbf{r}) (sur cet exemple, il n'y a pas d'influence du mouvement de la Terre). En prenant pour g_0 une onde se propageant dans un diélectrique au repos $\cos \omega \left(t - \frac{x}{c/n} \right)$, Lorentz obtient lorsque le diélectrique est en mouvement une onde g correspondante proportionnelle à $\cos \left(\omega \left(t - \frac{V(x)}{c^2} \right) - \frac{(x)}{c/n} \right)$, et retrouve ainsi élégamment la formule de Fresnel (donc l'influence du mouvement du diélectrique) [17] (p. 97).

¹⁰ $\mathbf{B}' = \mathbf{B} - \frac{\mathbf{V}}{c^2} \wedge \mathbf{E}$ [17] p. 34; par contre son analogue $\mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}$ n'est pas encore noté \mathbf{E}' dans ce chapitre (cf. [17] p. 35).

¹¹ Un exemple de relation entre g et g' est donné par les relations de la note précédente entre \mathbf{E}, \mathbf{B} et \mathbf{E}', \mathbf{B}' . En 1904 cette dépendance linéaire correspondra à une TL sur les champs.

Une autre lecture mathématiquement équivalente de l'identité $g' = g_0$ que Lorentz donne en 1899 [18] (p. 150) et reprend en 1904, a contribué à faire croire qu'il change de référentiel. Soit r' et t' les arguments de g' . Si $g'(r', t')$ est un état pour un système au repos qu'on peut appeler S' , r' désigne alors une position par rapport à des axes fixes dans l'éther et t' est le temps (vrai) de l'éther. Pour un système en mouvement S , les champs g' associés à l'état correspondant g sont les mêmes, mais nous dit Lorentz, alors $r' = (r)$ désigne la position relative et $t' = t - \frac{V(x)}{c^2}$ désigne le « temps local » (t étant pour cet état, le temps vrai). Aujourd'hui, il est tentant de considérer le passage de r à r' et de t à t' comme correspondant à un changement de référentiel. Si $g(r, t)$ désigne les champs pour le système en mouvement dans le référentiel de l'éther, les champs $g'(r', t')$ sont mathématiquement bien les champs qui seraient vus dans le référentiel en mouvement avec le système (référentiel propre). Mais cette interprétation n'est pas celle de Lorentz puisque r' et t' , sont comme on vient de le voir des coordonnées dans l'éther pour le système au repos. En résumé, pour Lorentz (comme on le verra pour Poincaré dans les §5 et 6 de son article), r, t et r', t' , sont des variables dans un même référentiel, celui de l'éther, servant à décrire respectivement le système en mouvement et le système associé au repos. Cela montre à quel point il faut prendre garde d'une lecture anachronique associant systématiquement les variables sans prime et avec prime à deux référentiels différents.

L'article de 1904 qui a été le point de départ de Poincaré, est issu de la même problématique, à savoir décrire un système en mouvement entraîné par la Terre, mais cherche à obtenir à tout ordre les mêmes équations pour $g'(r', t')$ que pour $g_0(r, t)$. Cette recherche est motivée par les résultats négatifs de l'expérience de Michelson au second ordre et les remarques de Poincaré d'aboutir à une explication valable à tout ordre. Lorentz obtient ce résultat pour trois des quatre équations de Maxwell, en posant:

$$x' = l\gamma(x), \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad t' = \frac{lt}{\gamma} - \gamma l \frac{V}{c^2}(x) \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

et en généralisant la relation linéaire entre les champs g et g' . Le passage de x, y, z, t à x', y', z', t' , non écrit explicitement par Lorentz, correspond aux TL que l'on connaît aujourd'hui, si on se rappelle que $(x) = x - Vt$, et si l'on fait $l = 1$ (conformément à ce qu'établit Lorentz). Mais comme le système étudié correspond à un milieu chargé (électron étendu), l'invariance n'est obtenue que si dans le second membre des équations figurent des nouvelles densités de charge $\rho' = \frac{\rho}{\gamma}$ et de courant $\rho'v'$ (avec $v'_x = \gamma^2 v_x$, $v'_y = \gamma v_y$, $v'_z = \gamma v_z$). Sur le plan mathématique rien n'est changé: si $g'(r', t')$ est une solution pour un système au repos, celle qui lui est associée pour un système en mouvement est comme avant $L^{-1}g'$ exprimée en fonction de (r) et t . L'impossibilité de détecter l'influence du mouvement de la Terre sur une expérience optique se démontre pareillement [19] (p. 28–29). Un point nouveau par rapport à 1895 est que l'état du système S en mouvement se déduit maintenant de celui de S' au repos en contractant les dimensions suivant x . La question se pose de savoir si cet état mathématique est bien réaliste. Lorentz est amené à supposer¹² qu'un système mis en mouvement se

¹² L'idée d'une contraction apparaît dans le chapitre 6 du *Versuch*, de manière *ad hoc*, pour expliquer l'absence d'effet au second ordre dans l'expérience de Michelson, mais elle est présentée sans lien avec les états correspondants.

contracte réellement dans la direction du mouvement conformément à la relation entre x' et (x) . Cette hypothèse physique sur la contraction des électrons a souvent été considérée comme une hypothèse supplémentaire [15]. Elle est en fait dans la logique de Lorentz, dont l'intuition physique est de plus en plus guidée par la réussite mathématique des états correspondants. Mais c'est Poincaré, qui dans une remarque très profonde au début de son introduction de l'article de 1905, tirera la leçon relativiste de cette hypothèse: Lorentz ne fait alors que mettre la contraction en accord avec le postulat de relativité (postulat dont il n'est pas fait mention par Lorentz en 1904). Lorentz étend ensuite cette correspondance entre systèmes à leurs perturbations, ce qui l'amène à définir des correspondances entre accélérations ainsi qu'entre forces (électromagnétiques ou autres).

Le point faible de Lorentz, qu'il reconnaîtra plus tard après l'énoncé par Einstein et Poincaré du postulat de relativité, est de ne pas avoir réussi à obtenir l'invariance des quatre équations de Maxwell. Pourtant, les transformations de Lorentz faisant passer de r, t à r', t' sont considérées aujourd'hui comme correctes. Pourquoi Lorentz n'a-t-il pu établir cette invariance? Ce n'est pas à cause du changement de variables initial (r) = $r - Vt$ qui a été corrigé par les changements de variables ultérieurs, mais à cause de la définition même du système en mouvement, pour laquelle Lorentz a utilisé implicitement un boost galiléen en appelant les vitesses de ce système $v + V$. Une TL ne peut compenser ce boost galiléen, qu'on la considère aujourd'hui comme permettant de se placer dans le référentiel du système en mouvement ou avec Lorentz, comme une façon de ramener ce système en mouvement au repos. Aussi le premier travail de Poincaré sera-t-il d'établir comment une densité de charge ρ et un champ de vitesse v pour un système se transforment lorsqu'on lui applique une TLA (boost Lorentzien), corrigeant ainsi la loi de transformation donnée par Lorentz pour ces quantités.

3. Les transformations actives chez Poincaré et le rôle de l'action

Toute étude sur Poincaré et la relativité ne peut faire abstraction de sa culture mathématique, et en particulier faire l'impasse sur la révolution effectuée au XIX^e siècle par les mathématiciens quant à leur conception de ce qu'est une géométrie. En 1872 [11] Félix Klein résume cette conception en énonçant qu'une géométrie est définie par un espace (dans lequel se trouvent des figures) et par un groupe de transformations agissant sur ces figures ; est alors appelée propriété géométrique (d'une figure) une propriété laissée invariante par le groupe. Non seulement Poincaré a contribué lui-même au développement de la théorie des groupes et à son application en géométrie non-euclidienne, mais à de nombreuses reprises, dans ses ouvrages de vulgarisation, il a attribué à la notion de groupe un rôle clé. Comme il l'écrit dans *La science et l'hypothèse* [7] « . . . le concept général de groupe préexiste dans notre esprit au moins en puissance ». Ainsi dans l'espace usuel, le groupe des déplacements (des corps solides) lui paraît-il plus fondamental (car lié à des sensations physiologiques) que les coordonnées qui servent à repérer les objets qu'on déplace. Si les coordonnées spatiales lui paraissent conventionnelles, c'est vraisemblablement que Poincaré a à l'esprit les géométries non euclidiennes (comme celle de Lobatchevski) pour lesquelles il existe de nombreuses représentations euclidiennes (auxquelles il a lui-même contribué), mais pour lesquelles le groupe des déplacements est identique. Cette attitude explique à la fois l'importance qu'il accordera au groupe de

Lorentz, lorsqu'il s'apercevra que les transformations de Lorentz (avec $l = 1$) forment un groupe, et le caractère plus conventionnel qu'il accordera aux coordonnées d'espace-temps. Poincaré n'est certainement pas sans avoir remarqué, au moment où il traduit mathématiquement en 1905 le « *Postulat de Relativité* », qu'il existe un parallélisme parfait entre géométrie et physique relativiste en faisant la correspondance: figure-système physique, propriété géométrique-loi physique et espace-espace temps. Dans cette correspondance, il est naturel que les transformations des groupes correspondants apparaissent sous leur forme active et que les systèmes de coordonnées soient ignorés.

Dans le premier paragraphe de son article de 1905, après avoir écrit d'emblée toutes les équations de l'électromagnétisme ainsi que la loi de force volumique de Lorentz, Poincaré traduit le « *postulat de relativité* » sous la forme *ces équations sont susceptibles d'une transformation remarquable découverte par Lorentz, et que nous appellerons « transformations de Lorentz », et qui doit son intérêt à ce qu'elle explique pourquoi aucune expérience n'est susceptible de nous faire connaître le mouvement absolu de l'Univers*. Puis il écrit ces transformations¹³ :

$$x' = \gamma (x + \varepsilon t), \quad t' = \gamma (t + \varepsilon x), \quad y' = y, \quad z' = z \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

où ε est une « *constante quelconque* ». Il ne parle pas alors de changement de référentiel et n'en parlera jamais dans cet article de 1905, alors que par exemple, dans l'article de 1900 [8] où il donne une signification physique au temps local, il est question « *d'axes mobiles liés à l'excitateur [système physique]* » et de « *phénomènes apparents* » associés, les mots « *apparent* » et « *réel* » intervenant une trentaine de fois en l'espace de 5 pages (p. 273–277). Au contraire, dans l'article de 1905, il a déjà rappelé dans son introduction que l'idée de Lorentz est (comme on l'a rappelé à la section 2) « *d'imprimer à tout le système [système physique] une translation commune* » de sorte que « *deux systèmes, l'un immobile, l'autre en translation, deviennent ainsi l'image exacte l'un de l'autre* » (on imagine mal Poincaré parler d'image pour des systèmes de coordonnées). La transformation ci-dessus, contrairement à l'interprétation générale qui en est donnée¹⁴ [15, 21], est donc une TLA agissant sur les systèmes considérés et correspondant à ce que nous avons appelé un boost, ici de vitesse $V = \varepsilon$. Autrement dit si x, y, z, t sont des paramètres qui servent à décrire un système S (sa cinématique, sa dynamique . . .), les paramètres x', y', z', t' sont ceux qui servent à décrire, dans le même référentiel, le système transformé S' (son image).

Si Poincaré considère des TLA, c'est comme on l'a dit, qu'il a repéré l'« erreur » de Lorentz consistant à effectuer un boost galiléen pour définir son système en mouvement.

¹³ Comme chez Lorentz, on a pris le facteur de dilatation $l = 1$ pour simplifier la discussion.

¹⁴ Dans sa présentation en « langage moderne » de l'article de Poincaré, Schwartz [21] remplace ε par $-\beta$ pour obtenir les formules de transformation habituelles pour les changements de référentiel. Miller [15], qui interprète le passage de S à S' comme un changement de référentiels (en deux étapes), dit que Poincaré note $-\varepsilon$ la vitesse de S' par rapport à S (au lieu de V). En fait, dans le paragraphe 1, Poincaré traite un cas plus général que le passage d'un état de mouvement S à un état de repos S' . Quand il le fera (§5 et 6) il posera effectivement $\varepsilon = -v$ où v est la vitesse de S . Par ailleurs, Miller n'explique pas l'« erreur » de Lorentz. Il l'attribue (p. 225) au fait que le passage de S à S' est effectué par Lorentz en deux étapes.

Les tout premiers calculs de Poincaré sont en effet consacrés à la transformation de la densité de charge et des vitesses dans le boost lorentzien ci-dessus¹⁵. Dans son système de coordonnées, qu'il ne quittera plus d'un bout à l'autre de l'article, Poincaré imagine alors une « *sphère [de rayon r] entraînée avec l'électron dans un mouvement de translation uniforme* » de vitesse v d'équation

$$(x - v_x t)^2 + (y - v_y t)^2 + (z - v_z t)^2 = r^2$$

En exprimant x, y, z, t en fonction de x', y', z', t' il nous dit que « *la transformation la changera en un ellipsoïde [son image]* » d'équation générale (dans le même référentiel, cf note 4)

$$\gamma^2 (x' - \varepsilon t' - v_x t' + \varepsilon v_x x')^2 + (y' - v_y \gamma t' + v_y \gamma \varepsilon x')^2 + (z' - v_z \gamma t' + v_z \gamma \varepsilon x')^2 = r^2$$

En comparant son volume à t' fixé, à celui de la sphère à t fixé, et en faisant appel à la conservation de la charge, il obtient aussitôt la transformation correcte de la densité de charge $\rho' = \gamma \rho (1 + v_x \varepsilon)$. Puis en différentiant les TL, il obtient les vitesses (qu'on peut lire également sur l'équation de l'ellipsoïde)

$$v'_x = \frac{v_x + \varepsilon}{1 + v_x \varepsilon} \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma (1 + v_x \varepsilon)} \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma (1 + v_x \varepsilon)}$$

Les grandeurs ρ' et v' sont ici la densité de charge et la vitesse du système « boosté » (qui s'identifie à ρ et $v + V$ de Lorentz dans la limite galiléenne). Les transformations correctes de ρ et $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$ (analogues à celles de t et \mathbf{r}) lui permettent, comme on le sait, d'avoir très rapidement, dans ce même premier paragraphe, celles des potentiels scalaire et vecteur, des champs électriques et magnétiques, des forces volumiques et par unité de charge (et aussi d'introduire la nécessité d'autres forces que les forces électromagnétiques pour expliquer la stabilité de l'électron).

Dans les paragraphes 5 et 6, Poincaré utilise à nouveau les TLA pour ramener au repos (variables primes) un électron en mouvement, de façon à calculer les champs de particules en mouvement comme l'avait fait Lorentz. Dans le paragraphe 5, Poincaré donne un éclairage relativiste au calcul de Langevin sur les champs statiques (« *onde de vitesse* ») et rayonnés (« *onde d'accélération* ») dus à une particule ponctuelle chargée ayant un mouvement quelconque. Concernant l'« *onde de vitesse* »¹⁶ il propose d'« *appliquer cette transformation au système de façon que la vitesse de l'électron unique envisagé devienne nulle* ». La vitesse de l'électron en mouvement étant supposée selon x , Poincaré prend $\varepsilon = -v$ et calcule le champ électrique \mathbf{E}' et le champ magnétique ($\mathbf{B}' = \mathbf{0}$) dus à l'électron au repos, puis il ajoute « *faisons maintenant la transformation inverse de celle*

¹⁵ Si Poincaré n'avait pas cherché à corriger cette erreur, il aurait probablement obtenu ces lois de transformation directement à partir de l'invariance complète des équations de Maxwell.

¹⁶ Concernant l'« *onde d'accélération* », Poincaré nous dit que l'on peut « *grâce à la transformation de Lorentz, ramener sa détermination au cas où la vitesse est nulle [cas déjà étudié par Hertz]* ».

de Lorentz pour trouver le champ véritable correspondant à une vitesse $-v, 0, 0$ » ce qui lui permet de trouver les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} dus à l'électron en mouvement. Dans le paragraphe 6, Poincaré applique cette méthode à un électron étendu: « Supposons un électron unique animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme. D'après ce que nous venons de voir, on peut, grâce à la transformation de Lorentz, ramener l'étude du champ déterminé par cet électron au cas où l'électron serait immobile ; la transformation de Lorentz remplace donc l'électron réel en mouvement par un électron idéal immobile ». Poincaré calcule alors l'énergie W , la quantité de mouvement \mathbf{p} et le lagrangien L en intégrant sur l'espace les quantités $(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2)/2$, $\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}$, $(\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2)/2$. L'électron idéal étant supposé sphérique tout s'exprime en fonction de l'intégrale de $\mathbf{E}^2/2$, donc de son énergie électrostatique W' au repos. En particulier le lagrangien s'exprime (pour un facteur de dilatation $l = 1$) par $L = -\gamma^{-1}W'$ ce qui signifie que les lagrangiens d'une particule en mouvement L et d'une particule au repos L' sont liés par la relation¹⁷ $L = \gamma^{-1}L'$. Souvent cette relation a été considérée comme tributaire du modèle électromagnétique de l'électron. Il n'en est rien, car aussitôt après l'avoir obtenue, Poincaré montre qu'elle est une conséquence directe de l'invariance de l'action S en physique. Son raisonnement est simple et remarquable et fait à nouveau intervenir les temps (dans le référentiel de Poincaré) t' pour un système au repos et t pour un système en mouvement: « Nous pouvons rapprocher ce résultat de l'équation $S' = S$ obtenue au paragraphe 3. Nous avons en effet $S = \int L \cdot dt = S' = \int L' \cdot dt'$. Nous observerons que l'état du système [en mouvement] dépend seulement de $x + vt$ [$v = -v$], c'est-à-dire de x', y', z' et que nous avons $t' = \frac{1}{\gamma}t + \varepsilon x'$, $dt' = \frac{1}{\gamma}dt$ [car $dx' = 0$ pour l'électron au repos] ».

Ayant justifié l'emploi par Poincaré des TLA, il est intéressant de voir comment apparaissent dans son article certaines problématiques proprement einsteiniennes, comme celles de dilatation des temps et de contraction des longueurs, bien qu'il n'accorde pas de sens physique aux grandeurs temps et espace et ne change pas de référentiel. Comme le montre l'exemple ci-dessus, l'action joue un rôle clé¹⁸. La relation $dt' = \gamma^{-1}dt$ (pour $l = 1$) est en effet remarquable car elle fait penser à celle entre durée propre pour l'électron en mouvement et durée dilatée pour l'observateur au repos. Mais dans l'esprit de Poincaré dt' n'est pas la durée dans le référentiel propre de l'électron en mouvement. Notre habitude einsteinienne de raisonner est donc troublée par l'existence d'une relation entre ces deux intervalles de temps associés à deux systèmes différents. En effet, on a l'habitude d'associer ces deux intervalles de temps à un même ensemble de deux événements attachés au système physique, vus l'un dans le référentiel propre du système, l'autre dans le référentiel où le système est en mouvement. Autrement dit, il y a un même système physique, qui conduit à deux mesures différentes suivant le référentiel. Chez Poincaré, on a deux systèmes physiques différents, l'un au repos et l'autre en mouvement (images l'un de l'autre). Pourquoi les deux intervalles dt et dt' sont-ils reliés ? La réponse ci-dessus de Poincaré dans son approche active des TL est qu'ils correspondent à une même action. Si on extrapole cette réponse au paradoxe des voyageurs de Langevin, qui a popularisé l'interprétation einsteinienne, on pourrait raisonner comme suit: admettons

¹⁷ Il s'agit là de la première introduction du lagrangien relativiste, d'où Poincaré déduit dans le paragraphe 7 les équations qui sont aujourd'hui celles de la dynamique relativiste.

¹⁸ Le principe de moindre action fait partie chez Poincaré des grands principes de la physique.

qu'un battement de cœur (considéré comme un phénomène physique) corresponde pour chacun des voyageurs à une même action (quantité invariante), alors pour le voyageur au repos, ce battement dure un temps dt' plus court que la durée dt du même battement pour le voyageur en mouvement. Ces temps étant comptés dans le même référentiel (où on a défini le repos), le voyageur à son retour aura connu moins de battements de cœur que son jumeau.

En ce qui concerne la contraction de l'électron, le fait que Poincaré la considère comme « réelle » et non pas comme un point de vue de l'observateur est aussi une conséquence de l'emploi des TLA. Dans l'esprit de Poincaré, la structure d'un corps (l'électron étant étendu) dépend des équations qui la régissent. Comme ces équations doivent être invariantes par les transformations du groupe, la contraction est une conséquence de cette invariance. Autrement dit, la contraction n'est pas une hypothèse supplémentaire au postulat de relativité, mais une conséquence de ce postulat, comme il l'a déjà dit dans l'introduction (à propos de Lorentz). C'est ce qu'exprime aussi Poincaré à la fin du paragraphe 7 après avoir introduit son terme de pression: « *comme nous ne devons pas pouvoir reconnaître si un électron est en repos ou en mouvement absolu il faut que quand il est en mouvement, il subisse une déformation qui doit être précisément celle que lui impose la transformation correspondante du groupe* ». Ce terme de pression est lié à la remarque que Poincaré avait faite dans le paragraphe 1 concernant la nécessité d'introduire des forces supplémentaires non électromagnétiques pour expliquer la stabilité de l'électron. Au paragraphe 6, la cohérence de la dynamique relativiste le conduit à ajouter au lagrangien électromagnétique un terme supplémentaire qui s'avère être proportionnel au volume de l'électron. Une explication très simple en est donnée au paragraphe 8 par le fait que l'action supplémentaire doit être invariante, ce qui est le cas du produit $d^3r dt$. Le coefficient de proportionnalité au volume est interprété par Poincaré comme une pression: « *Quelles sont alors ces forces qui engendrent le potentiel ? Elles peuvent évidemment être assimilées à une pression qui règnerait à l'intérieur de l'électron ; tout se passe comme si chaque électron était une capacité creuse soumise à une pression interne constante (indépendante du volume) ; le travail d'une pareille pression serait évidemment proportionnel aux variations de volume. Je dois observer toutefois que cette pression est négative* ». Ces phrases ont parfois été sévèrement critiquées et ont amené certains commentateurs à penser que la dynamique de l'électron était tributaire de ce modèle d'électron creux et de l'éther. Probablement eût-il été plus correct pour Poincaré de s'en tenir à un aspect énergétique. Le terme supplémentaire est alors exactement celui qui a été introduit dans la théorie des *bags* en 1974 censée prendre en compte le confinement des quarks¹⁹ [22, 23].

¹⁹ Un livre récent [23] adressé aux étudiants de troisième cycle et aux chercheurs en physique des particules n'hésite pas, pour des raisons pédagogiques, à présenter comme suit « *un mécanisme de confinement possible* »: (p. 282) « *Comme le vide physique est l'état fondamental, la formation d'une « bulle » de vide perturbatif dans le cadre de QCD [chromodynamique quantique] coûte de l'énergie. Cette énergie E_V est proportionnelle au volume, et si on forme une bulle sphérique, on aura $E_V = \frac{4}{3}\pi r^3 B$ où B est une constante phénoménologique appelée parfois « constante du bag » ».*

4. Conclusion

En résumé, si Poincaré n'a pas parlé dans son article de 1905 de la relativité des concepts d'espace et de temps, c'est d'abord qu'il n'a pas changé de référentiel. Les TL qu'il utilise relient entre eux des systèmes physiques images l'un de l'autre, ce qui était le but de la théorie des états correspondants de Lorentz. Cela ne l'empêche pas de faire une physique relativiste basée sur l'invariance des lois physiques par le groupe des TL. En effet, que ces transformations soient actives, comme chez Poincaré en 1905, ou passives, ce qui est le point de vue d'Einstein, ne change pas cette invariance. Comme on l'a vu sur l'exemple des rotations dans le plan, toute transformation active agissant sur un système physique est mathématiquement équivalente à la transformation inverse agissant sur le système de coordonnées (conséquence du postulat de relativité, cf. note 5).

Poincaré connaît bien cette équivalence. Il sait aussi, ce qui revient au même, qu'une transformation sur un système physique en mouvement peut être compensée, pour l'observation de ce système, par une même transformation sur le système de coordonnées. Pour Poincaré, les systèmes de coordonnées sont assimilés à des systèmes physiques (solides) et en changer, c'est leur appliquer des transformations actives. C'est pourquoi, Poincaré ne se privera pas de faire appel tantôt au point de vue actif (quand il parlera de contraction de système de coordonnées par exemple dans son cours de 1906–1907 [24] (p. 219–220)), tantôt au point de vue passif (par exemple dans ce même cours (p. 221)).

À la fin de son article intitulé *L'espace et le temps*, dans les *Dernières Pensées* [9], Poincaré montre implicitement (p. 108) qu'il connaît bien le point de vue d'Einstein « . . . voilà deux observateurs, le premier lié aux axes fixes, le second aux axes mobiles, mais se croyant l'un et l'autre en repos. Non seulement telle figure que le premier regarde comme une sphère, apparaîtra au second comme un ellipsoïde ; mais deux événements, que le premier regardera comme simultanés, ne le seront plus pour le second » et celui de Minkowski « l'essentiel est de remarquer que dans la nouvelle conception, l'espace et le temps ne sont plus deux entités entièrement distinctes et que l'on puisse envisager séparément . . . ». Mais c'est pour se démarquer aussitôt²⁰ (p. 109) de ces « nouvelles conceptions » sur l'espace et le temps, qui peut-être dans son esprit accordent trop d'importance aux coordonnées, et garder les siennes. Cette attitude, qui consiste à ne pas placer au centre de la relativité, comme dans la tradition einsteinienne, le problème de la mesure des longueurs et des temps, a été reprochée à Poincaré comme un manque de compréhension de la relativité. En fait, depuis son article de 1905, Poincaré a dépassé ce problème de la mesure qu'il avait abordé à propos de la géométrie en mettant en avant l'importance des corps solides, et à propos du temps, en signalant l'importance de la

²⁰ « Allons-nous être forcés de modifier nos conclusions ? Non certes, nous avons adopté une convention parce qu'elle nous semblait commode et nous disions que rien ne pourrait nous contraindre à l'abandonner. Aujourd'hui certains physiciens veulent adopter une convention nouvelle. Ce n'est pas qu'ils y soient contraints ; ils jugent cette convention nouvelle plus commode, voilà tout, et ceux qui ne sont pas de cet avis peuvent légitimement conserver l'ancienne pour ne pas troubler leurs vieilles habitudes. Je crois entre nous, que c'est ce qu'ils feront encore longtemps ». On sait aujourd'hui que cette dernière phrase ne s'est pas révélée prophétique.

synchronisation des horloges. Il rappelle cette approche²¹ (qui avait intéressé Einstein) au début de *L'espace et le temps* [9] (p. 97–101), mais c'est pour présenter ensuite un point de vue nouveau (p. 102–107). Désormais l'espace et le temps ne sont plus à mesurer avec des règles et des horloges mais sont définis à partir de l'invariance des équations différentielles de la physique sous l'action des TL²² (« *principe de relativité physique* »). Pour Poincaré, cette approche fondée elle aussi sur le postulat de relativité est plus physique car « *les instruments eux-mêmes sont des systèmes physiques obéissant à ces lois invariantes* ». Par exemple nous dit-il « *Ce principe de relativité physique peut servir à définir l'espace. Il nous fournit pour ainsi dire un nouvel instrument de mesure [. . .]. Définir l'espace de façon qu'un solide conserve sa forme quand on le déplace, c'est le définir de façon que les équations d'équilibre de ce corps ne soient pas altérées par un changement d'axes* ». Poincaré ajoute que « *ces équations d'équilibre ne sont qu'un cas particulier des équations générales de la dynamique* » et que puisqu'on peut remplacer le solide par « *tout autre système mécanique* », alors « *. . . la convention ne définit pas seulement l'espace, elle définit le temps* ». Finalement, en ne cherchant pas à mesurer l'espace et le temps dans différents référentiels à l'aide d'instruments idéalisés (règles et horloges), Poincaré manque assurément les aspects philosophique et psychologique essentiels de la relativité restreinte, mais en reliant ces instruments à l'invariance des lois physiques, il montre qu'il a parfaitement compris un aspect physique important de cette relativité.

References

1. Poincaré, H. (1906), “Sur la dynamique de l'électron”, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* 26, 129–176.
2. Poincaré, H. (1905). “Sur la dynamique de l'électron, Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences du 5 juin 1905, aussi in *La Mécanique Nouvelle*, Gauthiers-Villard, 1924. Ed. J. Gabay (1989).
3. Provost, J.-P., Bracco, C. (2005). Poincaré et l'éther relativiste, *Bulletin de l'Union des Professeurs de Spéciales* juillet 2005.
4. Einstein, A. (1905), Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik*, 17, 891–921. Trad. de M. Solovine, *L'électrodynamique des corps en mouvement*, Paris, Gauthiers-Villars, 1925, éd. J. Gabay (1994).

²¹ Concernant l'espace, il nous dit que « *il n'a pas de propriétés à lui ; faire de la géométrie, c'est étudier les propriétés de nos instruments, c'est-à-dire du corps solide* » (notamment étudier le groupe des déplacements). Concernant le temps, il nous dit que « *les propriétés du temps ne sont donc que celles des horloges, comme les propriétés de l'espace ne sont que celles des instruments de mesure* ».

²² « *On peut envisager la relativité du temps et de l'espace à un point de vue tout différent. Considérons les lois auxquelles le monde obéit. Elles peuvent s'exprimer par des équations différentielles ; nous constatons que ces équations ne sont pas altérées, si l'on change les axes rectangulaires de coordonnées, ces axes restant fixes [déplacements] ; ni si l'on change l'origine du temps [translation de temps] ; ni si l'on remplace les axes rectangulaires fixes par des axes rectangulaires mobiles, mais dont le mouvement est une translation rectiligne et uniforme [changement de référentiel inertiel] ».*

5. Minkowski, H. (1909), *Raum und Zeit*, conf. Köln 1908, *Phys. Zeit*, 20, pp. 104–111.
6. Poincaré, H. (1905). *La valeur de la science*, 1905. Coll. Champs Flammarion (1970).
7. Poincaré, H. (1902). *La science et l'hypothèse*, 1902. Coll. Champs Flammarion (1968).
8. Poincaré, H. (1900). La théorie de Lorentz et le principe de la réaction, *Recueil de travaux offerts par les auteurs à H.-A. Lorentz à l'occasion du 25^{ème} anniversaire de son doctorat*, Den Haag.
9. Poincaré, H. (1913), *Dernières pensées*, Flammarion, Nouvelle Bibliothèque Scientifique, dir. F. Braudel, 1913.
10. Provost, J.-P., Vallée, G. (2004), *Les maths en physique*, Dunod.
11. Klein, F. (1872), *Le Programme d'Erlangen*, 1872, réimpression J. Gabay 1991.
12. Darrigol, O. (1995), Henri Poincaré's Criticism of Fin De Siècle Electrodynamics, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics*, No 1, pp. 1–44.
13. Darrigol, O. (1996), The electrodynamic origins of relativity theory, *HSPS*, 26:2, 241–312.
14. Dugas, R. (1950). *Histoire de la mécanique*, éd. du Griffon, Neuchâtel, réimp. J. Gabay, (1996).
15. Miller, A.I. (1973), A Study of Henri Poincaré's « Sur la Dynamique de l'Électron », *Arch. Hist. Exact Sci.*, 10, pp. 207–328.
16. Lorentz, H.-A. (1892), La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants, §7, vol. 2, 292–320, Collected Papers, The Hague, Nijhof.
17. Lorentz, H.-A. (1895), Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern, vol. 5., 1–137, Collected Papers, The Hague, Nijhof.
18. Lorentz, H.-A. (1899), Théorie simplifiée des phénomènes électriques et optiques dans des corps en mouvement, vol. 5, 138–155, Collected Papers, The Hague, Nijhof.
19. Lorentz, H.-A. (1904), “Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light”, *Proceed. Acad. Amsterdam*, 6, p. 809, in Collected Papers, vol. 5, The Hague, Nijhof.
20. Darrigol, O. (1993), “The Electron Theory of Larmor and Lorentz : a comparative study”, *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, vol. 24, Part 1, pp. 265–336.
21. Schwartz, H.M. (1971), *American Journal of Physics*, 39, 1287, (1972) 40, 862, 1282.
22. Chodos, A., Jaffe, R.L., Johnson, K., Thorn, C.B., Weisskopf, V.F., (1974), “New extended model of hadrons”, *Physical Review D*. 9, p. 12.
23. Chanfray, G., Smadja, G. (1997), *Les particules élémentaires et leurs symétries*, Masson, 1997.
24. Poincaré, H. (1953), “Les limites de la loi de Newton, ch. XI, Dynamique de l'électron”, *Bulletin de l'Observatoire de Paris* 17, pp. 216–233.

Institut Non Linéaire de Nice
 Université de Nice-Sophia Antipolis
 1361 Route des lucioles
 Sophia Antipolis
 06560 Valbonne, France
 provost@unice.fr
 and

Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice Université de Nice-Sophia Antipolis
 Parc Valrose
 06108 Nice Cedex 1, France
 cbracco@unice.fr