HAL
open science

# Séparation de sources dans le cas de mélanges linéaires-quadratiques et linéaires par une approche bayésienne

Leonardo Tomazeli Duarte, Christian Jutten, Saïd Moussaoui

▶ **To cite this version:**

Leonardo Tomazeli Duarte, Christian Jutten, Saïd Moussaoui. Séparation de sources dans le cas de mélanges linéaires-quadratiques et linéaires par une approche bayésienne. GRETSI 2009 - XXIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Sep 2009, Dijon, France. pp.in CD. hal-00416162

**HAL Id: hal-00416162**

**https://hal.science/hal-00416162v1**

Submitted on 12 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Séparation de sources dans le cas de mélanges linéaires-quadratiques et linéaires par une approche bayésienne

Leonardo TOMAZELI DUARTE[1], Christian JUTTEN[1], Saïd MOUSSAOUI[2]

[1]GIPSA-lab, UMR 5216 CNRS, Institut Polytechnique de Grenoble
961 rue de la Houille Blanche BP 46 F-38402 Grenoble Cedex, France

[2]IRCCyN, UMR CNRS 6597, Ecole Centrale Nantes
1, rue de la Noë BP 92101, F-44321 Nantes Cedex 3, France
leonardo.duarte@gipsa-lab.inpg.fr, christian.jutten@gipsa-lab.inpg.fr
said.moussaoui@irccyn.ec-nantes.fr

**Résumé –** Dans cette communication, nous considérons le problème de séparation aveugle de sources dans les modèles linéaire et linéaire-quadratique. En s'appuyant sur une approche bayésienne, on obtient une méthode qui permet de prendre en compte des informations *a priori* telles que la non-négativité et la corrélation temporelle des sources. Quant à l'étape d'inférence, elle est réalisée à l'aide d'un échantillonneur de Gibbs utilisant des variables auxiliaires. Les résultats issus de simulations confirment l'efficacité de la démarche proposée et illustrent sont utilité, notamment dans dans des situations où les méthodes existantes, fondées sur l'analyse en composantes indépendantes (ACI), s'avèrent inefficaces.

**Abstract –** In this work, we deal with source separation of linear-quadratic (LQ) and linear mixtures. By relying on a Bayesian approach, the developed method allows one to take into account prior informations such as the non-negativity and the temporal structure of the sources. Concerning the inference scheme, the implementation of a Gibbs' sampler equipped with latent variables simplifies the sampling steps. The obtained results confirm the effectiveness of the new proposal and indicate that it may be particularly useful in situations where classical ICA-based solutions fail to separate the sources.

## 1 Introduction

Les méthodes de séparation aveugle de sources (SAS) ont pour but retrouver un ensemble de signaux inconnus (appelés sources) à partir de l'observation de quelques signaux mélanges de ces sources. La plupart des méthodes de SAS supposent un modèle de mélange linéaire. Ce modèle est une approximation de premier ordre du processus de mélange. Cependant, comme cette hypothèse s'avère insuffisante dans certaines applications on s'intéresse de plus en plus à l'extension non-linéaire de la SAS. Dans sa forme la plus générale, étant la SAS non-linéaire un problème mal posé à cause de la non-unicité de la solution, il n'y a aucune garantie que l'extension des méthodes proposées dans le contexte linéaire, comme l'analyse en composantes indépendantes (ACI) par exemple, fournisse des solutions pertinentes [7]. Par conséquent, une grande partie des travaux en SAS non-linéaire considère des modèles contraints, pour lesquels les bonnes propriétés d'identifiabilité sont toujours valides.

Le modèle linéaire-quadratique (LQ [4, 5] est sans doute l'un des exemples le plus notable dans le contexte des modèles contraints. Outre leur intérêt théorique, les mélanges LQ apparaissent dans des applications telles que la conception de réseaux de capteurs de gaz [7]. Jusqu'ici, les principales techniques de séparation LQ se sont basées sur des systèmes d'inversion dont les paramètres sont obtenus par l'optimisation des contrastes liés à l'ACI [5]. Compte tenu de la difficulté de trouver un système apte à inverser les mélanges LQ, [5] aborde ce problème en définissant une structure bouclée. Toutefois, malgré sa simplicité de réalisation et les bons résultats obtenus par cette idée, le risque d'instabilité de la structure d'inversion peut limiter son application. La conception de structures bouclées plus élaborées [2] peut élargir les possibilités d'application de l'algorithme de séparation mais, en contrepartie, l'étape d'adaptation peut devenir plus complexe.

Puisque les méthodes de séparation bayésienne abordent le problème de séparation plutôt sous l'angle de l'estimation à l'aide d'une modélisation statistique de données et des paramètres du problème, il n'est pas nécessaire de définir un modèle d'inversion directe, d'où un premier intérêt d'appliquer cette approche à la séparation de mélanges LQ. De plus, cette approche bayésienne permet de prendre en compte explicitement d'autres informations, en plus de l'hypothèse d'indépendance mutuelle des sources, ce qui peut engendrer des résultats plus réalistes. Dans le présent travail, nous considérons des lois *a priori* tronquées (i.e. à support borné) pour les sources et pour les coefficients de mélange. En outre, notre proposition rend possible la prise en compte d'une éventuelle structure temporelle des sources. Cette méthode proposée peut être appliquée dans un contexte de factorisation en matrices non-négatives [8], étant donné que le modèle de mélange linéaire ainsi que la présence de sources et de coefficients de mélange dans le support $[0, +\infty[$ apparaissent comme un cas particulier de notre proposition.

L'estimation des sources et des coefficients de mélange est réalisée en employant les méthodes Monte Carlo par chaînes de Markov (MCMC). Après avoir défini le modèle bayésien employant des lois *a priori* tronquées pour les sources et les

coefficients de mélange, une stratégie de simulation de la loi *a posteriori* est mise en œuvre. Cette stratégie s'appuie sur le rajout de variables auxiliaires au modèle et l'utilisation de l'échantillonneur de Gibbs pour surmonter la difficulté liée à l'inférence des paramètres des lois *a priori*.

# 2 Méthodologie

Le modèle de mélange linéaire-quadratique, dans le cas de $n_s$ sources, $n_c$ capteurs et $n_d$ échantillons, s'écrit[1] :

$$x_{i,t} = \sum_{j=1}^{n_s} a_{i,j} s_{j,t} + \sum_{1 \leq j < k \leq n_s} b_{i,j,k} s_{j,t} s_{k,t} + e_{i,t}, \quad \forall i \in \{1, \ldots, n_c\}, \quad \forall t \in \{1, \ldots, n_d\} \quad (1)$$

où $s_{j,t}$ et $x_{i,t}$ sont, respectivement, les échantillons de la $j$-ème source et du $i$-ème mélange à l'instant $t$. Le terme $e_{i,t}$ représente le bruit qui est supposé centré, blanc, gaussien, et dont la variance $\sigma_i^2$ est inconnue. Finalement, $a_{i,j}$ et $b_{i,j,k}$ sont les coefficients de mélange.

Dans ce qui suit, tous ces paramètres inconnus seront rassemblés dans le vecteur $\boldsymbol{\theta} = [s_{j,t}, a_{i,j}, b_{i,j,k}, \sigma_i^2, \mu_j, p_j]$, où $\mu_j$ et $p_j$ sont liés à la loi *a priori* des sources (voir équation (2)). De plus, la notation suivante sera utilisée : $\boldsymbol{\theta}_{-\theta_q}$ est le vecteur contenant tous les éléments $\boldsymbol{\theta}$ sauf $\theta_q$, et $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n_c \times n_d}$ est la matrice regroupant tous les signaux mélanges.

## 2.1 Attribution des lois *a priori*

Une étape importante dans l'approche bayésienne concerne la définition des lois *a priori* pour chaque paramètre inconnu. Pour les signaux sources, on peut considérer un modèle i.i.d. en s'appuyant sur une loi normale tronquée :

$$p(s_{j,t}|\mu_j, p_j, s_j^{min}, s_j^{max}) = \frac{1}{\Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{max} - \mu_j\right)\right) - \Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{min} - \mu_j\right)\right)} \times \sqrt{\frac{p_j}{2\pi}} \exp\left(-\frac{p_j}{2}\left(s_{j,t} - \mu_j\right)^2\right) \mathbb{1}_{[s_j^{min}, s_j^{max}]}(s_{jt}), \quad (2)$$

où $\mathbb{1}_I(s_{jt})$ est la fonction indicatrice ; $s_j^{min}$ et $s_j^{max}$ sont, respectivement, les valeurs minimum et maximum de la $j$-ème source ; $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. Dans une deuxième approche, il est possible de définir un modèle markovien en supposant que $\mu_j = s_{j,t-1}$ dans cette équation, afin de prendre en compte la structure temporelle des sources. En ce qui concerne les lois *a priori* des autres éléments de $\boldsymbol{\theta}$, nous avons adopté, pour les coefficients de mélange et pour les hyperparamètres des sources, des lois uniformes dont les limites doivent être choisies en fonction des informations disponibles. Finalement, on considère des distributions inverse-gamma pour les variances du bruit.

[1] On peut également écrire

$$x_{i,t} = \sum_{m=1}^{J} c_{i,m} \bar{s}_{m,t} + n_{i,t},$$

où $J = n_s + \frac{n_s!}{2(n_s-2)!}$. Le vecteur $\mathbf{c}_i = [c_{i,1}, \ldots, c_{i,J}]$ résulte de la concaténation des vecteurs $[a_{i,1}, \ldots, a_{i,n_s}]$ et $[b_{i,1,2}, \ldots, b_{i,n_s-1,n_s}]$. Le vecteur $\bar{\mathbf{s}}_t = [\bar{s}_{1,t}, \ldots, \bar{s}_{J,t}]$ résulte de la concaténation de $[s_{1,t}, \ldots, s_{n_s,t}]$ et des termes linéaires-quadratiques $[s_{1,t}s_{2,t}, s_{2,t}s_{3,t} \ldots, s_{n_s-1,t}s_{n_s,t}]$.

## 2.2 Algorithme d'estimation des paramètres

Nous adoptons l'estimateur bayésien avec un coût quadratique. Cet estimateur ne pouvant se calculer de façon analytique, compte de tenu de la complexité de la loi *a posteriori* $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X})$, une approximation est donc employée. Si l'on dispose des échantillons $\boldsymbol{\theta}^1, \boldsymbol{\theta}^2, \ldots, \boldsymbol{\theta}^M$ de la loi *a posteriori* $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X})$, cet estimateur peut être approché par $\boldsymbol{\theta}_{MC} \approx \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{\theta}^i$. Par conséquent, le problème initial d'estimation de $\boldsymbol{\theta}$ se ramène à trouver une méthode efficace pour simuler la loi a posteriori. Dans cet article, cette tâche est réalisée en utilisant l'échantillonneur de Gibbs, qui permet de simuler une loi multidimensionnelle $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X})$ en simulant successivement les lois conditionnelles associées $p(\theta_i|\boldsymbol{\theta}_{-\theta_i}, \mathbf{X})$.

En conséquence de notre choix pour les lois *a priori* et de la forme gaussienne de la fonction de vraisemblance[2], la plupart des lois conditionnelles obtenues dans notre problème supposent des formes standards dont la simulation se fait aisément (ces lois sont présentées[3] dans le tableau 1). Par exemple, les lois conditionnelles des paramètres $s_{j,k}$ et $a_{i,j}$ sont des lois normales tronquées qui peuvent être simulées par la méthode proposée dans [1]. Cependant, en raison du terme de normalisation dans l'équation (2), les lois conditionnelles de $\mu_j$ et $p_j$ ne sont pas standards. Par exemple :

$$p(p_j|\boldsymbol{\theta}_{-p_j}, \mathbf{X}) \propto p(p_j|\mu_j, s_{j,1:n_d}) = \frac{1}{\Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{max} - \mu_j\right)\right) - \Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{min} - \mu_j\right)\right)} \times p_j^{\frac{n_d}{2}} \exp\left(-p_j \sum_{t=1}^{n_d} \left(s_{j,t} - \mu_j\right)^2\right). \quad (3)$$

Une première solution pour simuler ces lois tronquées serait d'utiliser la méthode de Metropolis-Hasting (MH). Il est nécessaire dans cette approche de définir une loi instrumentale proposant des candidats pour constituer l'ensemble des échantillons utilisés par l'estimateur. Toutefois, le choix de cette loi instrumentale n'est pas toujours trivial. De plus, si nous cherchons une méthode la plus simple possible au niveau complexité de réalisation, la présence du MH n'est pas souhaitable. Une autre solution [3] pour simuler les lois de $\mu_j$ et $p_j$ consiste à définir un ensemble des variables auxiliaires $l_{j,t}$ qui peuvent être vues comme les réalisations d'une loi normale dont les paramètres sont aussi donnés par $\mu_j$ et $p_j$. On peut montrer que, dans ce cas, $l_{j,t}$ et $s_{j,t}$ sont liés par l'expression déterministe suivante :

$$l_{j,t} = \mu_j + p_j^{-1/2} \Phi^{-1}\left(\frac{\Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_{j,t} - \mu_j\right)\right) - \Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{min} - \mu_j\right)\right)}{\Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{max} - \mu_j\right)\right) - \Phi\left(\sqrt{p_j}\left(s_j^{min} - \mu_j\right)\right)}\right) \quad (4)$$

L'avantage de cette transformation de variables est qu'il devient maintenant possible d'obtenir des lois conditionnelles plus simples, pouvant être simulées par la technique proposée

[2] Cette constatation découle du modèle du bruit.

[3] Dans ce tableau, $\mathcal{TN}(x^{min}, x^{max}, \mu, p)$ représente une loi normale de moyenne $\mu$, de précision $p$ et tronquée en $[x^{min}, x^{max}]$ ; $\mathcal{U}(x^{min}, x^{max})$ une loi uniforme sur l'intervalle $[x^{min}, x^{max}]$, et $\mathcal{G}(\alpha, \beta)$ une loi gamma de paramètres $\alpha$ et $\beta$.

TAB. 1 – Lois *a priori* et lois conditionnels des paramètres inconnus.

| $\theta_q$ | Loi *a priori* $p(\theta_q)$ | Expressions auxiliaires | $p(\theta_q\|\boldsymbol{\theta}_{-\theta_q}, \mathbf{X})$ |
|---|---|---|---|
| $s_{j,t}$ (iid) | $\mathcal{TN}\Big(s_j^{min}, s_j^{max}, \mu_j, p_j\Big)$ | $p_j^L = \left(\sum_{i=1}^{n_c} \Psi_{ijt}^2 \sigma_i^{-2}\right)$, $\Psi_{ijt} = a_{i,j} + \sum_{g=1,g\neq j}^{n_s} b_{i,j,g} s_{g,t}$ <br> $\mu_j^L = \frac{1}{{p_j}^L} \sum_{i=1}^{n_c} \frac{\Omega_{ijt}\Psi_{ijt}}{\sigma_i^2}$, <br> $\Omega_{ijt} = x_{i,t} - \sum_{g=1,g\neq j}^{n_s} a_{i,g} s_{g,t} - \sum_{g<k=1,g\neq j}^{n_s} b_{i,g,k} s_{g,t} s_{k,t}$ | $\mathcal{TN}\Big(s_j^{min}, s_j^{max}, \frac{p_j\mu_j + p_j^L \mu_j^L}{p_j + p_j^L}, p_j + p_j^L\Big)$ |
| $s_{j,t}$ (niid) | $\mathcal{TN}\Big(s_j^{min}, s_j^{max}, s_{j,t-1}, p_j\Big)$ | $p_j^L = \left(\sum_{i=1}^{n_c} \Psi_{ijt}^2 \sigma_i^{-2}\right)$, $\Psi_{ijt} = a_{i,j} + \sum_{g=1,g\neq j}^{n_s} b_{i,j,g} s_{g,t}$ <br> $\mu_j^L = \frac{1}{{p_j}^L} \sum_{i=1}^{n_c} \frac{\Omega_{ijt}\Psi_{ijt}}{\sigma_i^2}$ <br> $\Omega_{ijt} = x_{i,t} - \sum_{g=1,g\neq j}^{n_s} a_{i,g} s_{g,t} - \sum_{g<k=1,g\neq j}^{n_s} b_{i,g,k} s_{g,t} s_{k,t}$ | $\mathcal{TN}\Big(s_j^{min}, s_j^{max}, \frac{p_j s_{j,t-1} + p_j^L \mu_j^L}{p_j + p_j^L}, p_j + p_j^L\Big)$ |
| $c_{i,m}$, | $\mathcal{U}\Big(c_{i,m}^{min}, c_{i,m}^{max}\Big)$ | $\Lambda_{imt} = x_{i,t} - \sum_{g=1,g\neq m}^{n_s} c_{i,g} \bar{s}_{g,t}$ <br> $\rho_{im}^L = \sigma_i^2 \sum_{t=1}^{n_d} \bar{s}_{m,t}, \nu_{im}^L = \frac{\sum_{t=1}^{n_d} \bar{s}_{m,t}\Lambda_{imt}}{\sum_{t=1}^{n_d} \bar{s}_{m,t}^2}$ | $\mathcal{TN}\Big(c_{i,m}^{min}, c_{i,m}^{max}, \nu_{im}^L, \rho_{im}^L\Big)$ |
| $1/\sigma_i^2$ | $\mathcal{G}(1/\sigma_i^2; \alpha_{\sigma_i}, \beta_{\sigma_i})$ | $\alpha_{\sigma_i}^P = \alpha_{\sigma_i} + n_d/2$ <br> $\beta_{\sigma_i}^P = 0,5 \sum_{t=1}^{n_d} \Big(x_{i,t} - \sum_{j=1}^{n_s} a_{i,j} s_{j,t} + \sum_{1\leq j<k\leq n_s} b_{i,j,k} s_{j,t} s_{k,t}\Big)^2$ | $\mathcal{G}(1/\sigma_i^2; \alpha_{\sigma_i}^P, \beta_{\sigma_i}^P)$ |
| $\mu_j$ <br> $p_j$ | $\mathcal{U}(\mu_j; \mu_j^{min}, \mu_j^{max})$ <br> $\mathcal{U}(p_j; p_j^{min}, p_j^{max})$ | Voir la discussion présentée dans la Section 2.2 | |

dans [1],

$$p(\mu_j|p_j, s_{j,1:n_d}, l_{j,1:n_d}) \propto \mathbb{1}_{[\mu_j^{min},\mu_j^{max}]}(\mu_j) \times \exp\left(-\frac{p_j \cdot n_d}{2}\left(\mu_j - \frac{1}{n_s}\sum_{t=1}^{n_d} l_{j,t}\right)^2\right) \quad (5)$$

$$p(p_j|\mu_j, s_{j,1:n_d}, l_{j,1:n_d}) \propto \mathbb{1}_{[p_j^{min},p_j^{max}]}(p_j) \times p_j^{\frac{n_d}{2}} \exp\left(-p_j \sum_{t=1}^{n_d} (l_{j,t} - \mu_j)^2\right). \quad (6)$$

Bien que la procédure originale de [3] pour estimer $\mu_j$ et $p_j$ ne soit applicable que pour le modèle de sources i.i.d., le même raisonnement peut être étendu au cas de sources markoviennes. Effectivement, si l'on associe maintenant les variables auxiliaires $l_{j,t}$ aux processus d'innovation $s_{j,t} - s_{j,t-1}$, il devient possible d'avoir une loi conditionnelle $p(p_j|\mu_j, s_{j,1:n_d}, l_{j,1:n_d})$ similaire à celle présentée dans l'équation (6). Notons que dans ce cas markovien les limites $s_j^{min}$ et $s_j^{max}$ dans l'équation (4) deviennent dépendantes de l'indice temporel et doivent être remplacées par $\bar{s}_j^{min} = s_j^{min} - s_{j,t-1}$ et $\bar{s}_j^{max} = s_j^{max} - s_{j,t-1}$.

# 3 Résultats

Afin d'illustrer l'utilité de la méthode proposée, nous l'appliquons sur des jeux de données synthétiques. Dans un premier moment, un système de mélange linéaire est considéré. Ensuite, nous abordons le problème de mélanges LQ.

## 3.1 Mélanges linéaires

Nous avons appliqué notre méthode dans un problème de SAS linéaire avec $n_s = 3$ sources, $n_c = 3$ capteurs, $n_d = 300$ échantillons et une matrice de mélange donnée par $\mathbf{A} = [1\ 0,5\ 0,5\ ;0,6\ 1\ 0,3\ ;0,8\ 0,4\ 1]$. Quant aux types des sources, nous avons considéré les scénarios suivants : 1) les sources sont des réalisations d'une variable aléatoire gaussienne tronquée ; 2) les sources suivent le même modèle temporel tronqué utilisé comme *a priori* ; 3) les sources sont des signaux déterministes ayant une structure temporelle. Dans toutes ces situations, le rapport signal/bruit dans chaque capteur est fixé à $20\,\mathrm{dB}$. Finalement, $10^4$ itérations de l'échantillonneur de Gibbs ont été réalisées, incluant $5000$ itérations de *chauffe* de l'algorithme.

Les résultats présentés dans le tableau 2 représentent le rapport signal/interférence[4] (RSI) moyen sur $50$ réalisations. Malgré la mauvaise performance obtenue lors de l'utilisation du modèle temporel pour la séparation de sources i.i.d. (ce qui est prévisible), la méthode proposée a fourni de bonnes estimations des sources dans tous les autres cas. A titre de comparaison, dans les deux premières situations, l'algorithme FastICA [6] a été plus performant que la technique bayésienne. Néanmoins, dans le troisième scénario, l'algorithme FastICA a échoué à retrouver les sources. En fait, dans ce scénario, il y a deux sources qui sont corrélées (temporellement et mutuellement), ce qui explique la mauvaise performance de cet algorithme. D'autre part, puisque l'approche bayésienne n'est pas fondée sur la contrainte d'indépendance statistique, elle permet donc d'estimer des solutions acceptables même dans ce cas si difficile.

TAB. 2 – $RSI$ (dB) - séparation de mélanges linéaires.

| | Situation 1 | Situation 2 | Situation 3 |
|---|---|---|---|
| Méthode bayésienne *a priori* i.i.d. | $17,50$ | $17,69$ | $15,55$ |
| Méthode bayésienne *a priori* temporelle | $12,60$ | $17,07$ | $18,37$ |
| FastICA | $20,43$ | $17,74$ | $11,81$ |

## 3.2 Mélanges linéaires-quadratiques

Nous appliquons la méthode proposée sur des mélanges générées par l'équation (1) dans le cas où $n_d = 500$, $n_s = 2$ et

[4] Le rapport signal/interférence est défini par $RSI = \frac{1}{n_s}\frac{1}{n_d}\sum_{j=1}^{n_s}\sum_{t=1}^{n_d} 10\log\left(\frac{E\{s_{j,t}^2\}}{E\{(s_{j,t}-\widehat{s}_{j,t})^2\}}\right)$, où $\widehat{s}_{j,t}$ représente la source retrouvée après correction d'échelle.

$n_c = 2$. Dans la première situation, les coefficients de mélange sont donnés par : $a_{1,1} = 1$, $a_{1,2} = 0,5$, $b_{1,1,2} = 0,2$, $a_{2,1} = 0,5$, $a_{2,2} = 1$, $b_{2,1,2} = 0,2$. Concernant l'échantillonneur de Gibbs, 20000 itérations ont été considérées, incluant 8000 itérations pour la période de chauffe. Quant aux sources, elles se trouvent dans l'intervalle $]0,1]$, et les hyperparamètres relatifs aux limites des lois a priori ont été fixées à $s_j^{min} = a_{i,j}^{min} = b_{i,j,k}^{min} = 0$ et $s_j^{max} = a_{i,j}^{max} = b_{i,j,k}^{max} = 1$. Finalement, le rapport signal sur bruit sur chaque capteur est de $30\,\mathrm{dB}$.

La méthode proposée réussit à retrouver de bonnes estimations des sources dans cette première situation, aussi bien avec le modèle de sources i.i.d. qu'avec le modèle de sources markoviennes. En effet, nous avons obtenu des rapports signal/interférence $RSI = 26,63\,\mathrm{dB}$ pour le modèle iid et $RSI = 27,47\,\mathrm{dB}$ pour le modèle markovien. A titre de comparaison, la méthode ICA de [5] a obtenu $RSI = 22,58\,\mathrm{dB}$. Bien que, dans ce premier cas, notre solution n'apporte pas d'améliorations significatives comparée à [5], nous avons constaté que dans un deuxième scénario dans lequel les coefficients sont donnés par $a_{1,1} = 1$, $a_{1,2} = 0,7$, $b_{1,1,2} = 0,6$, $a_{2,1} = 0,6$, $a_{2,2} = 1$, $b_{2,1,2} = 0,6$, notre proposition s'avère très utile. Effectivement, nous avons obtenu des indices de performance $RSI = 22,17\,\mathrm{dB}$ pour le cas i.i.d. et $RSI = 23,71\,\mathrm{dB}$ pour le modèle markovien, ce qui indique une bonne séparation (figure 1), tandis que la méthode [5] diverge car la structure de séparation bouclée n'est pas stable pour le jeux des coefficients considéré.

# 4 Conclusion

Dans ce travail, nous avons proposé une méthode bayésienne de séparation de sources dans les mélanges linéaires et linéaires-quadratiques. En nous s'appuyant sur l'échantillonneur de Gibbs et sur des variables auxiliares, nous avons obtenu un algorithme dont l'implémentation est simplifiée. En ce qui concerne les résultats, nous avons montré que notre solution permet de traiter des cas dans lesquels les méthodes de ICA existantes ne peuvent pas être utilisées. Néanmoins, malgré les bons résultats apportés par notre méthode, elle présente l'inconvénient d'une complexité de calcul importante lorsque le nombre de sources et de données devient grand.

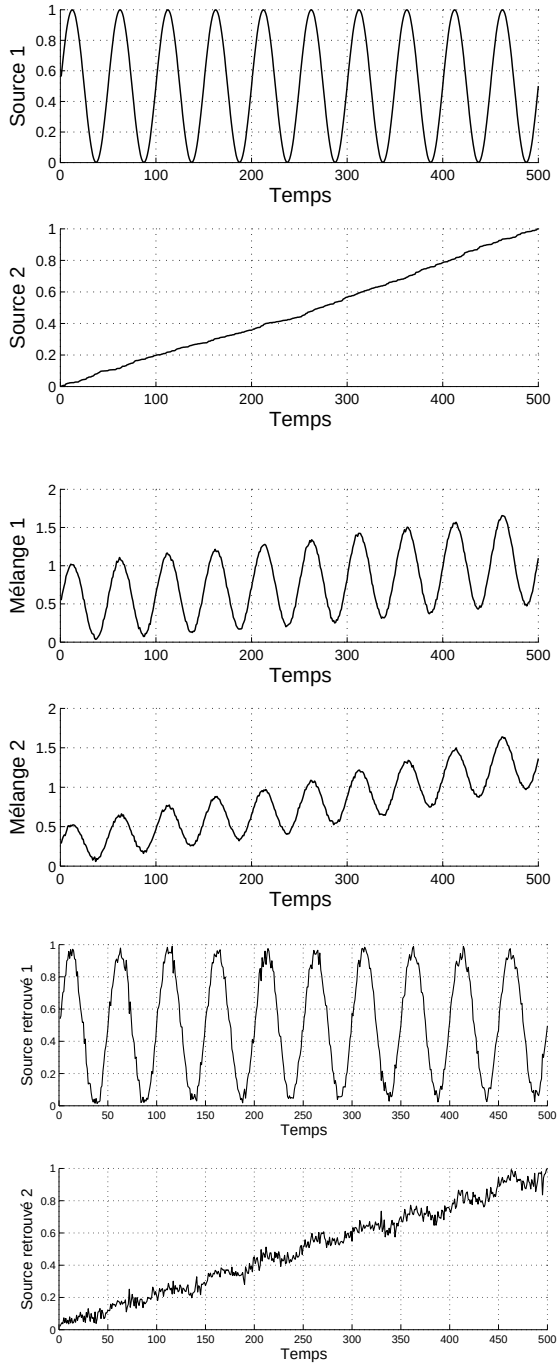


FIG. 1 – Application du modèle temporel. Gauche : les sources. Centre : les mélanges. Droite : les sources estimées.

# Références


[1] P. Damien and S. G. Walker. Sampling truncated normal, beta, and gamma densities. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 10 :206—215, 2001.

[2] Y. Deville and S. Hosseini. Recurrent networks for separating extractable-target nonlinear mixtures. part i : Non-blind configurations. *Signal Processing*, 89 :378–393, 2009.

[3] W. Griffiths. A gibbs' sampler for a truncated multivariate normal distribution. Technical report, University of Melbourne, 2002.

[4] S. Hosseini and Y. Deville. Blind separation of linear-quadratic mixtures of real sources using a recurrent structure. In *Proce. of the International Work-conference on Artificial And Natural Neural Networks (IWANN)*, 2003.

[5] S. Hosseini and Y. Deville. Blind maximum likelihood separation of a linear-quadratic mixture. In *Proc. of the International Workshop on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA)*, 2004.

[6] A. Hyvarinen, J. Karhunen, and E. Oja. *Independent component analysis*. John Wiley & Sons, 2001.

[7] C. Jutten and P. Comon, editors. *Séparation de sources 2 : au-delà de l'aveugle et applications*. Hermes Sciences Publications, 2007.

[8] D. D. Lee and H. S. Seung. Algorithms for non-negative matrix factorization. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 13 :556–562, 2001.