



**HAL**  
open science

## Décomposition de domaine en dynamique granulaire par éléments discrets et application au ballast ferroviaire

Pierre Alart, Damien Iceta, Thi Minh Phuong Hoang, David Dureisseix, Gilles Saussine

### ► To cite this version:

Pierre Alart, Damien Iceta, Thi Minh Phuong Hoang, David Dureisseix, Gilles Saussine. Décomposition de domaine en dynamique granulaire par éléments discrets et application au ballast ferroviaire. 19e Congrès Français de Mécanique - CFM09, Aug 2009, Marseille, France. hal-00413724

**HAL Id: hal-00413724**

**<https://hal.science/hal-00413724>**

Submitted on 24 Aug 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

# Décomposition de domaine en dynamique granulaire par éléments discrets et application au ballast ferroviaire

P. ALART<sup>a</sup>, D. ICETA<sup>a</sup>, T. M. PHUONG HOANG<sup>a,b</sup>, D. DUREISSEIX<sup>a</sup>, G. SAUSSINE<sup>b</sup>

*a. Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) – UMR 5508 CNRS / Université Montpellier II, CC 048  
Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier CEDEX 5*

*b. SNCF Direction de l'Innovation et de la Recherche (DIR), 45 rue de Londres, 75379 Paris CEDEX 08*

## Résumé :

*La simulation de la dynamique de grands systèmes granulaires exige le recours au calcul parallèle. Les méthodes de décomposition de domaine (DDM), largement utilisées pour les milieux continus, est ici étendue à un modèle par éléments discrets. La parallélisation, pour une architecture à mémoire distribuée, du code LMGC90 conçu au LMGC, et exploité à la SNCF pour les ballasts ferroviaires est décrite ici, avec deux versions de décomposition de domaine*

## Abstract :

*Large granular dynamical systems simulation requires the help of parallel computations. Domain decomposition methods (DDM), classically used for continuum media is extended herein to a discrete element model. Parallelization of the LMGC90 code, developed in LMGC, for a parallel distributed memory environment is of interest to the application to railway track ballast, at SNCF. Here, we focus on two different versions of a DDM, within the framework of LMGC90 code.*

**Mots clefs :** granulaire, décomposition de domaine, nonsmooth contact dynamics, dynamique non régulière

## 1 Dynamique granulaire

La simulation du comportement de milieux granulaires à petite échelle (i.e. la taille des grains) conduit à une modélisation aussi bien de chacun des grains que de chacune de leurs interactions. Une telle étude numérique permet d'estimer un grand nombre d'informations (mouvement des grains, chaînes de force...) mais elle demande aussi d'importantes ressources de calcul. En effet le nombre de grains peut être élevé, et le nombre d'interactions l'est alors d'autant plus.

Les approches classiques utilisent un modèle de corps rigide pour chaque grain, et un modèle d'interaction non régulière, unilatérale avec ou sans frottement, cohésion... Le problème qui en découle à petite échelle appartient ainsi à la dynamique non régulière.

Un grand nombre d'applications physiques (monuments, maçonnerie, éboulis rocheux, géomatériaux, ballast, poudres) correspondent à des évolutions quasistatiques de granulats denses à faible écoulement dans lesquels le réseau de force, et son évolution, est la principale caractéristique mécanique [1, 2]. Les simulations numériques doivent être réalisées en utilisant les méthodes de dynamique du contact basées sur une résolution entièrement implicite des forces de contact. À un instant donné de l'évolution, toutes les contraintes cinématiques dans l'échantillon sont prises en compte simultanément avec les équations de mouvement pour déterminer toutes les forces de contacts dans l'échantillon. Ceci permet de traiter proprement les transferts de quantité de mouvement non locaux qui sont impliqués dans les collisions multiples, contrairement au schéma de la dynamique moléculaire traditionnellement utilisé, qui réduit l'évolution du système à une succession de collisions binaires [3].

Une application qui nous intéresse particulièrement est celle du comportement du ballast ferroviaire, cf. Figure 1, sous sollicitations dynamiques élevées (circulation des TGV) impliquant divers mécanismes d'endommagement de la voie (tassement différentiel, usure prématurée des grains...)

**Dynamique non régulière.** Considérons un problème de dynamique granulaire, avec uniquement des sphères en contact sans frottement pour simplifier la présentation. Supposons connues les positions  $q_i$ , vitesses des grains  $V^i$ , vitesses relatives et impulsions dans les interactions  $v_i$  et  $r_i$  à l'instant  $t_i$ , et les impulsions ou forces  $R^d$  s'exerçant sur  $]t_i, t_{i+1}[$ . Le problème consiste à déterminer les mêmes quantités à  $t_{i+1}$  (notées sans indice  $i + 1$  dans la suite pour alléger les notations).

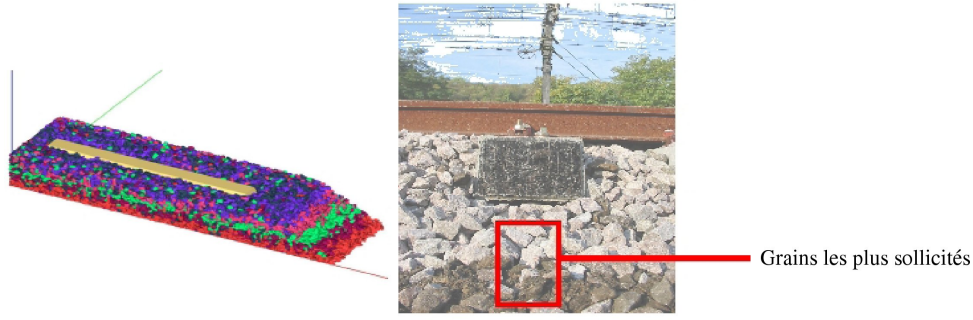


FIG. 1 – ballast ferroviaire

La dynamique d'un grain  $\alpha$  s'écrit :

$$m_\alpha V_\alpha = m_\alpha V_\alpha^i + R_\alpha^d + R_\alpha \quad (1)$$

avec  $R_\alpha = H_\alpha r$  et  $v = \sum_\alpha H_\alpha^T V_\alpha$ , où  $v$  et  $r$  sont les vecteurs colonnes de toutes les valeurs associées à chaque contact  $\beta$  :  $v_\beta$  et  $r_\beta$ .  $H_\alpha$  est l'opérateur de sélection des interactions agissant sur le grain  $\alpha$  et orientant les interactions le long de la normale au contact (base locale). Pour l'ensemble des grains, ces équations peuvent être assemblées dans un problème diagonal bloc :

$$mV = mV^i + R^d + R \quad (2)$$

avec  $R = Hr$  et  $v = H^T V$ .

**Comportement des interactions.** Pour la loi de contact sans frottement de l'interaction  $\beta$ , la forme discrétisée en temps utilise un prédicteur explicite du jeu  $g_\beta^p$  entre grains potentiellement en contact, de sorte que

$$\begin{cases} \text{si } g_\beta^p > 0, & r_\beta = 0 \\ \text{si } g_\beta^p \leq 0, & 0 \leq r_\beta \perp v_\beta \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

L'écriture formelle de ce comportement se met sous la forme  $\mathcal{R}(r_\beta, v_\beta) = 0$ .

**Dynamique réduite.** En prenant en compte la dynamique des grains et la relation géométrique entre grains et interaction (base globale et base locale), la formulation en impulsions du problème de référence peut être obtenue (nommée équation de la dynamique réduite) :

$$v - Wr = v^d \quad (4)$$

où  $W$  est l'opérateur de Delassus  $W = H^t M^{-1} H$ , et les quantités données sont  $v^d = H^t M^{-1} R^d + H^t V^i$ . Il convient de lui ajouter le comportement des interactions,  $\mathcal{R}(r, v) = 0$ , pour obtenir le problème de référence.

## 2 Deux décompositions de domaine

Si on considère le système granulaire (par analogie à certains autres systèmes discrets [4]) comme constitué de nœuds (les grains) et de liens (les interactions de contact détectées comme potentielles pour un incrément de pas de temps), on peut envisager deux décompositions duales.

La première ventile les liens dans les sous-domaines, les interfaces étant alors constituées des grains dupliqués (dans une approche de type recouvrement, ou Schwartz) ou dissociés (dans une approche sans recouvrement, ou Schur) [5], entre sous-domaines voisins.

La deuxième ventile des grains dans les sous-domaines, et les interfaces sont alors constituées des liens reliant les grains de deux sous-domaines voisins

Ces méthodes peuvent se baser sur une méthode de boîtes [6] : l'ensemble du domaine est divisé en boîtes virtuelles, cf. Figure 2. Un grain est déclaré comme appartenant à un sous-domaine (une boîte) par exemple si son centre de masse est localisé à l'intérieur de la boîte en question, cf. Figure 3. Dans la deuxième approche, une interaction est déclarée comme appartenant à un sous-domaine (une boîte) par exemple si le milieu du segment reliant les centres de masse des grains en interaction est localisé à l'intérieur de la boîte en question, cf. Figure 4.

Par analogie avec les méthodes de décomposition de domaine existantes, la ventilation des grains conduit à une approche qu'on qualifiera de primale alors que la ventilation des interactions sera appelée duale.

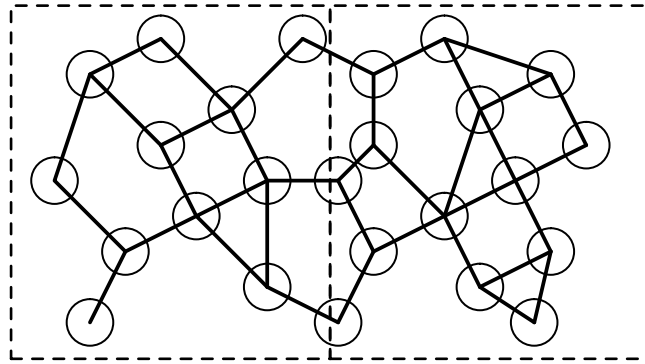


FIG. 2 – Partage du domaine en boîtes virtuelles

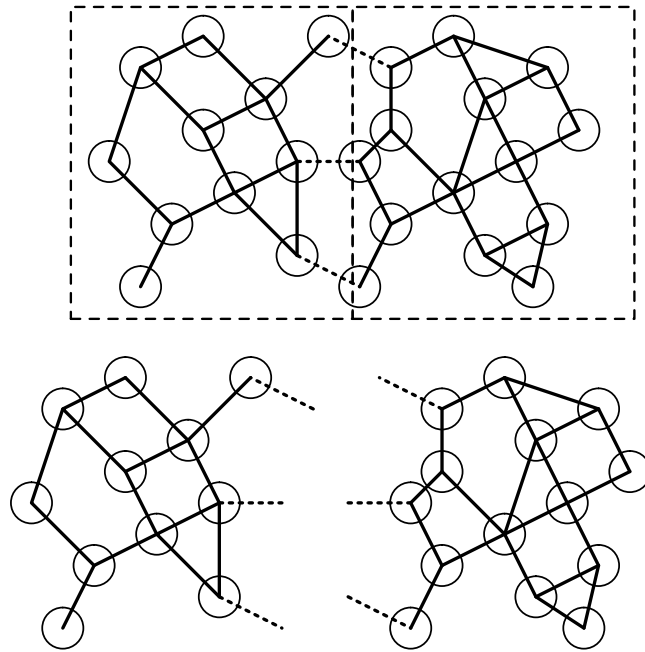


FIG. 3 – Ventilation des grains dans les sous-domaines

### 3 Deux solveurs non réguliers associés

#### 3.1 Approche primale

Les interfaces entre sous-domaines sont alors constituées d'interactions ; l'assemblage de toutes celles-ci constitue l'interface globale  $\Gamma$ . Les interactions qui restent internes au sous-domaine  $E$  seront repérées aussi avec l'indice  $E$ . Les impulsions  $r$ , sont donc constituées des impulsions internes à chaque sous-domaine et des impulsions de l'interface globale :

$$r = \begin{bmatrix} \dots \\ r_E \\ \dots \\ r_{E'} \\ \dots \\ r_\Gamma \end{bmatrix} \tag{5}$$

La dynamique réduite s'écrit en conséquence :

$$\begin{bmatrix} v_E \\ v_{E'} \\ v_\Gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_E & 0 & W_{E\Gamma} \\ 0 & W_{E'} & W_{E'\Gamma} \\ W_{\Gamma E} & W_{\Gamma E'} & W_\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_E \\ r_{E'} \\ r_\Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_E^d \\ v_{E'}^d \\ v_\Gamma^d \end{bmatrix} \tag{6}$$

en se limitant à deux sous-domaines  $E$  et  $E'$  pour simplifier l'écriture. La résolution de ce système utilise un partitionnement de type Gauss-Seidel par bloc. Chaque bloc correspond à un sous-domaine et, complété par le comportement non régulier des interactions de ce sous-domaine, conduit

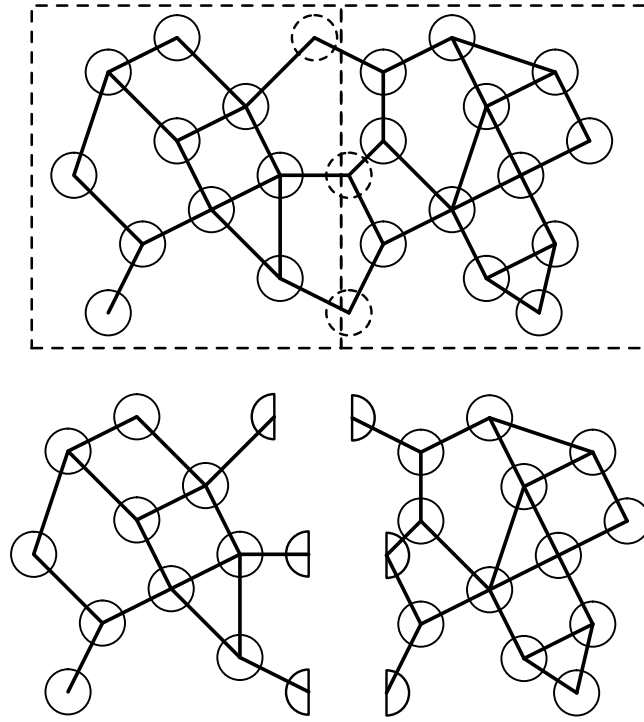


FIG. 4 – Ventilation des interactions dans les sous-domaines

au problème local

$$\begin{cases} W_E^L r_E^k - v_E^k = v_E^d - W_{E\Gamma} r_\Gamma - (W_E - W_E^L) r_E^{k-1} \\ \mathcal{R}(r_E^k, v_E^k) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

où  $W_E^L$  est la partie diagonale et triangulaire inférieure de  $W_E$ , et  $k$  le numéro de l'itération de Gauss-Seidel sur le problème local. La partie correspondant à l'interface globale  $\Gamma$ , réalisée en séquence à la suite du traitement des problèmes par sous-domaine, synchronise les itérations externes de l'algorithme de décomposition de domaine.

### 3.2 Approche duale

Pour cette approche, les interactions étant ventilées dans les sous-domaines, le vecteur d'impulsions  $r$  est directement la concaténation des impulsions par sous-domaine :

$$r = \begin{bmatrix} \dots \\ r_E \\ \dots \\ r_{E'} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (8)$$

Les grains d'interface étant scindés en deux (voir Figure 4), il est nécessaire de rajouter un multiplicateur de recollement  $F_\Gamma$ .

La dynamique réduite, ainsi que la condition de recollement, s'écrivent en conséquence :

$$\begin{bmatrix} W_E & 0 & -G_{E\Gamma} \\ 0 & W_{E'} & -G_{E'\Gamma} \\ -G_{E\Gamma}^T & -G_{E'\Gamma}^T & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_E \\ r_{E'} \\ F_\Gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_E^d \\ v_{E'}^d \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_E^d \\ -v_{E'}^d \\ w_\Gamma^d \end{bmatrix} \quad (9)$$

où le détail des expressions des différents termes peut être trouvé dans [7].

À l'exception de la dernière ligne de ce système, la résolution par une stratégie de Gauss-Seidel conduit à des problèmes locaux similaires à (7). La dernière ligne, comme précédemment, correspond à la synchronisation des itérations externes de la décomposition de domaine. Elle ne fait cependant pas intervenir de comportement d'interaction et se réduit à un problème linéaire.

Pour illustrer le comportement de cette dernière approche, on considère un problème modèle, avec des interactions linéaires et donc sans pertinence physique mais disposant d'une solution unique. Ce problème bidimensionnel comporte environ 5000 noeuds et plus de 10000 interactions. La figure 5 montre que la méthode

n'est pas extensible dans ce cas-là. En faisant varier le paramètre de viscosité de l'interaction l'extensibilité semble retrouvée lorsque l'on se rapproche d'interactions rigides telles celles du modèle de contact unilatéral sans régularisation.

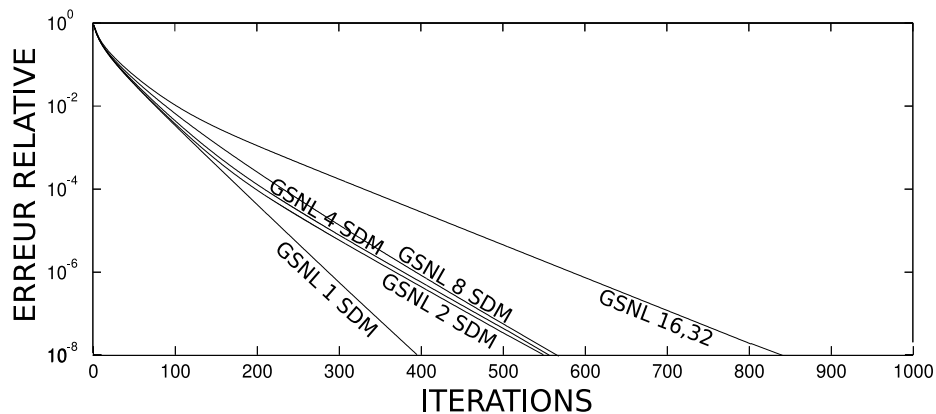


FIG. 5 – Convergence pour des décompositions en 1, 2, 4, 8, 16 et 32 sous-domaines

## Références

- [1] Nedderman R. Statics and kinematics of granular materials. Cambridge university Press, Cambridge, 1992.
- [2] Radjai F., Wolf D. E., Jean M., and Moreau J. J. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical Review Letters*, 80(1), 61–64, 1998.
- [3] Cundall P. A. and Stack O. D. L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1), 47–65, 1979.
- [4] Nineb S., Alart P., and Dureisseix D. Domain decomposition approach for nonsmooth discrete problems, example of a tensegrity structure. *Computers and Structures*, 85(9), 499–511, 2007.
- [5] Alart P. and Dureisseix D. A scalable multiscale LATIN method adapted to nonsmooth discrete media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(5), 319–331, 2008.
- [6] Breitkopf P. and Jean M. Modélisation parallèle des matériaux granulaires. In *Actes du 4e Colloque National en Calcul des Structures*, pages 387–392, Giens, May 1999. CSMA.
- [7] Iceta D., Dureisseix D., and Alart P. Mixed versus impulse-oriented domain decomposition method for granular dynamics. *European Journal of Computational Mechanics*, 2009. To appear.