

Une procédure de séparation pour le meilleur des cas dans un ordonnancement de groupes

Guillaume Pinot

IRCCyN — UMR CNRS 6597

Nantes, France

guillaume.pinot@ircryn.ec-nantes.fr

ROADEF 2009

Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe
- 5 Séparation au niveau du groupe
- 6 Conclusion

Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe
- 5 Séparation au niveau du groupe
- 6 Conclusion

Introduction

Objectif : nouvelle méthode de séparation pour l'ordonnement de groupes.

Méthode d'énumération pour les objectifs réguliers : les ordonnements actifs.

Définition

Un ordonnancement est actif s'il est impossible d'avancer une tâche sans en reculer une autre.

L'ensemble des ordonnements actifs est dominant pour les objectifs réguliers.

Définition multiobjectif

L'ensemble des ordonnements actifs est l'ensemble de Pareto avec comme objectifs la minimisation des dates de fin de toutes les opérations.

Introduction

Objectif : nouvelle méthode de séparation pour l'ordonnancement de groupes.

Méthode d'énumération pour les objectifs réguliers : les ordonnancements actifs.

Définition

Un ordonnancement est actif s'il est impossible d'avancer une tâche sans en reculer une autre.

L'ensemble des ordonnancements actifs est dominant pour les objectifs réguliers.

Définition multiobjectif

L'ensemble des ordonnancements actifs est l'ensemble de Pareto avec comme objectifs la minimisation des dates de fin de toutes les opérations.

Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe
- 5 Séparation au niveau du groupe
- 6 Conclusion

Ordonnancement de groupes

L'ordonnancement de groupes [Artigues et al., 2005] :

- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Thomas, 1980, Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- est une méthode d'ordonnancement sous incertitudes proactive-réactive ;
- fournit un ensemble de solutions ;
- garantit une certaine qualité (correspondant au pire des cas).

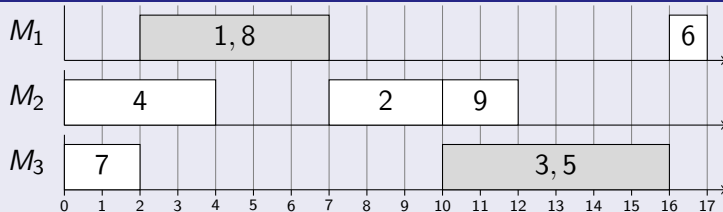
Pour fournir un ensemble de solutions, utilisation des « groupes d'opérations permutables ».

Exemple : un problème de *job shop*

Le problème

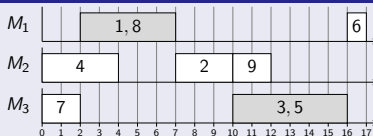
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Gamma^-(i)$	\emptyset	{1}	{2}	\emptyset	{4}	{5}	\emptyset	{7}	{8}
m_i	M_1	M_2	M_3	M_2	M_3	M_1	M_3	M_1	M_2
p_i	3	3	3	4	3	1	2	2	2

Une solution

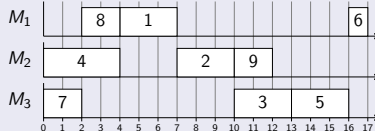
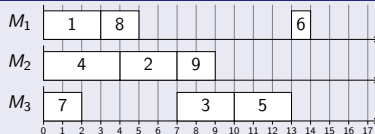
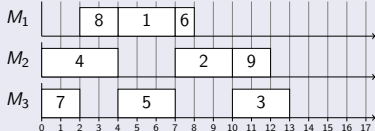
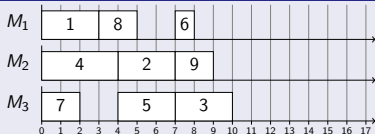


Ordonnements décrits

L'ordonnement de groupes



Les ordonnancements semi-actifs correspondants



Avantages

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- une méthode d'ordonnancement sous incertitudes proactive-réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- les incertitudes n'ont pas à être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* [Artigues et al., 2005].

Outil utilisé

Date de début d'une opération dans le meilleur des cas
[Pinot, 2008]

$$\begin{cases} \theta_i = \max \left(r_i, \gamma_{g^-(i)}, \max_{j \in \Gamma^-(i)} \chi_j \right) \\ \chi_i = \theta_i + p_i \\ \gamma_{g_{\ell,k}} = C_{\max} \text{ of } 1|r_i|C_{\max}, \forall O_i \in g_{\ell,k}, r_i = \theta_i \end{cases}$$

θ_i Borne inférieure de la date de début de O_i

χ_i Borne inférieure de la date de fin de O_i

$\gamma_{g_{\ell,k}}$ Borne inférieure de la date de fin de $g_{\ell,k}$

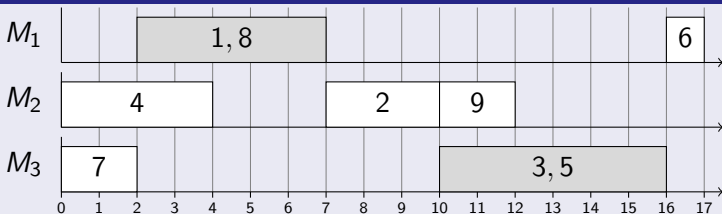
Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs**
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe
- 5 Séparation au niveau du groupe
- 6 Conclusion

Énumération des ordonnancements actifs

Énumération des ordonnancements actifs groupe par groupe
(respect du graphe de précédences) :

Le problème



Un ordre valide

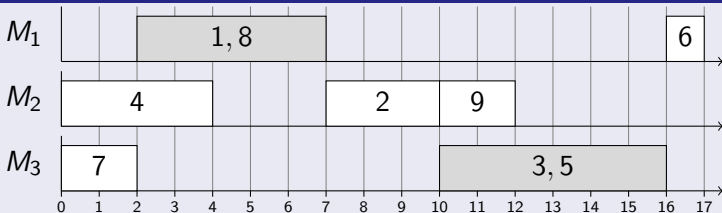
$$\begin{aligned} & \{ \{O_4\}, \{O_7\}, \{O_1, O_8\}, \{O_2\}, \{O_9\}, \{O_3, O_5\}, \{O_6\} \} \\ & \Rightarrow \{ \{O_1, O_8\}, \{O_3, O_5\} \} \end{aligned}$$

Méthode de séparation témoin.

Énumération des ordonnancements actifs

Énumération des ordonnancements actifs groupe par groupe (respect du graphe de précédences) :

Le problème



Un ordre valide

$$\begin{aligned} & \{ \{O_4\}, \{O_7\}, \{O_1, O_8\}, \{O_2\}, \{O_9\}, \{O_3, O_5\}, \{O_6\} \} \\ & \Rightarrow \{ \{O_1, O_8\}, \{O_3, O_5\} \} \end{aligned}$$

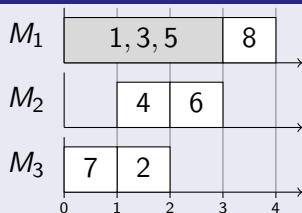
Méthode de séparation témoin.

Exemple

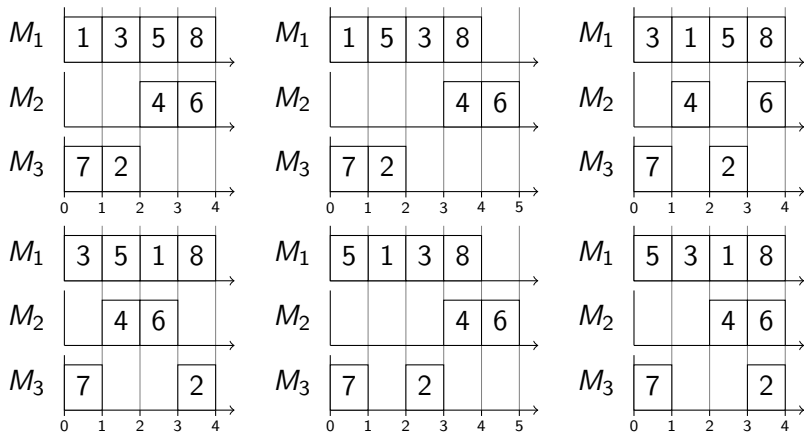
Le problème

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Gamma^-(i)$	\emptyset	$\{1\}$	\emptyset	$\{3\}$	\emptyset	$\{5\}$	\emptyset	$\{7\}$
m_i	M_1	M_3	M_1	M_2	M_1	M_2	M_3	M_1
p_i	1	1	1	1	1	1	1	1

L'ordonnement de groupes



Ensemble des ordonnancements actifs



Diminution de l'espace de recherche

La date de fin d'une opération interfère avec l'objectif :

- la date, car la fonction objectif est une fonction des dates de fin des opérations ;
- en interférant avec les dates de fin des autres opérations, à cause des contraintes de précédences ou de ressources.

Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe**
- 5 Séparation au niveau du groupe
- 6 Conclusion

Une condition suffisante au séquençement d'un groupe

Une condition suffisante au séquençement d'un groupe courant complet tout en conservant la solution optimale est :

- le séquençement ne dégrade pas la fonction objectif ;
- le séquençement n'interfère pas avec les dates de début au plus tôt des autres opérations suivantes.

Exemple 1

L'ordonnement de groupes : $\{1, 3, 5\}$ à séquencer



Le problème à une machine

i	r_i	p_i	\tilde{d}_i
1	0	1	1
3	0	1	1
5	0	1	2

Pas de solution : on utilise donc l'énumération des ordonnements actifs.

Exemple 1

L'ordonnement de groupes : $\{1, 3, 5\}$ à séquencer



Le problème à une machine

i	r_i	p_i	\tilde{d}_i
1	0	1	1
3	0	1	1
5	0	1	2

Pas de solution : on utilise donc l'énumération des ordonnancements actifs.

Exemple 2

L'ordonnement de groupes : $\{3, 5\}$ à séquencer



Le problème à une machine

i	r_i	p_i	\tilde{d}_i
3	1	1	2
5	1	1	3

La solution $[3; 5]$:

- n'interfère pas avec les dates de début des autres opérations ;
- n'interfère pas avec le *makespan*.

⇒ cette solution conserve la solution optimale.

Exemple 2

L'ordonnement de groupes : $\{3, 5\}$ à séquencer



Le problème à une machine

i	r_i	p_i	\tilde{d}_i
3	1	1	2
5	1	1	3

La solution $[3; 5]$:

- n'interfère pas avec les dates de début des autres opérations ;
- n'interfère pas avec le *makespan*.

⇒ cette solution conserve la solution optimale.

Exemple 2

L'ordonnement de groupes : $\{3, 5\}$ à séquencer



Le problème à une machine

i	r_i	p_i	\tilde{d}_i
3	1	1	2
5	1	1	3

La solution $[3; 5]$:

- n'interfère pas avec les dates de début des autres opérations ;
- n'interfère pas avec le *makespan*.

⇒ cette solution conserve la solution optimale.

Espace de recherche

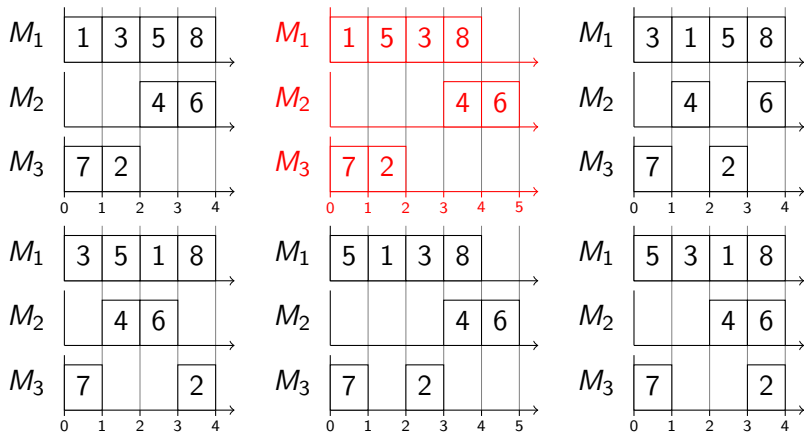


Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe
- 5 Séparation au niveau du groupe**
- 6 Conclusion

Séparation au niveau du groupe

Idée : résoudre le groupe en entier pour obtenir le moins possible de sous-problèmes.

Formulation multiobjectif :

- objectif 1 : évaluation vis-à-vis de la fonction objectif des opérations du groupe ;
- pour chaque opération directement successeur d'une opération du groupe (succession du problème ou de groupe), la date de début au plus tôt de cette opération est un objectif.

Exemple

L'ordonnement de groupes : $\{1, 3, 5\}$ à séquencer



Objectifs :

- évaluation de la fonction objectif pour O_1, O_3, O_5 (pour C_{\max} et L_{\max} , l'évaluation sera toujours la même) ;
- successeurs de groupe : la date de début au plus tôt de O_8 (toujours égale à 3) ;
- successeurs des opération du groupe : les dates de début au plus tôt de O_2, O_4, O_6 .

Espace de recherche

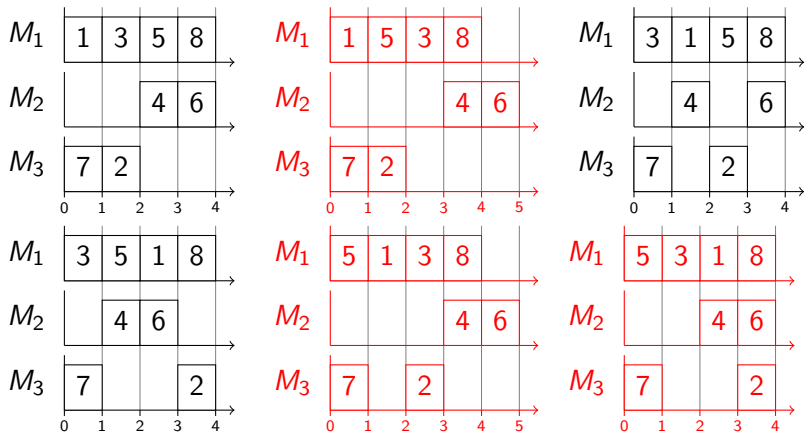


Table des matières

- 1 Introduction
- 2 L'ordonnement de groupes
- 3 Énumération des ordonnements actifs
- 4 Une condition suffisante au séquençement d'un groupe
- 5 Séparation au niveau du groupe
- 6 Conclusion**

Conclusion




2 procédures de séparation :

- condition suffisante + énumération des ordonnancements actifs :
 - En moyenne 4 fois plus rapide que l'énumération des ordonnancements actifs ;
 - 29 fois plus rapide pour la17 [Lawrence, 1984] ;
 - toujours plus rapide ;
- séparation au niveau du groupe :
 - théoriquement, moins de nœuds parcourus ;
 - possiblement plus de nœuds générés ;
 - explosion combinatoire pour les grands groupes (mais en pratique, jamais plus de 10 opérations par groupe) ;
 - sur la11 : $6 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 2$, $270720 \rightarrow 3284$, $6 \rightarrow 1$, $4 \rightarrow 2$,
 $52 \rightarrow 20$, $720 \rightarrow 76$, $24 \rightarrow 1$, $58 \rightarrow 2$, $6 \rightarrow 4$, $2 \rightarrow 2$,
 $528 \rightarrow 122$, $24 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 1$, $48 \rightarrow 3$, $18 \rightarrow 3$, $720 \rightarrow 8$,
 $3198 \rightarrow 1$, $120 \rightarrow 1$, $12 \rightarrow 1$, $600 \rightarrow 1$.

Merci

Merci pour votre attention.

Bibliographie I

-  Artigues, C., Billaut, J.-C., and Esswein, C. (2005). Maximization of solution flexibility for robust shop scheduling. *European Journal of Operational Research*, 165(2) :314–328.
-  Billaut, J.-C. and Roubellat, F. (1996). A new method for workshop real-time scheduling. *International Journal of Production Research*, 34(6) :1555–1579.
-  Erschler, J. and Roubellat, F. (1989). An approach for real time scheduling for activities with time and resource constraints. In Slowinski, R. and Weglarz, J., editors, *Advances in project scheduling*. Elsevier.

Bibliographie II



Esswein, C. (2003).

Un apport de flexibilité séquentielle pour l'ordonnancement robuste.

Thèse de doctorat, Université François Rabelais Tours.



Lawrence, S. (1984).

Resource constrained project scheduling : an experimental investigation of heuristic scheduling techniques (supplement).

Technical report, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania.






Pinot, G. (2008).

Coopération homme-machine pour l'ordonnancement sous incertitudes.

Thèse de doctorat, Université de Nantes.

Bibliographie III

-  Pinot, G., Cardin, O., and Mebarki, N. (2007).
A study on the group sequencing method in regards with transportation in an industrial FMS.
In Proceedings of the IEEE SMC 2007 International Conference.
-  Thomas, V. (1980).
Aide à la décision pour l'ordonnancement d'atelier en temps réel.
Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse.
-  Wu, S. D., Byeon, E.-S., and Storer, R. H. (1999).
A graph-theoretic decomposition of the job shop scheduling problem to achieve scheduling robustness.
Operations Research, 47(1) :113–124.