



HAL
open science

Transport de la variabilité dans les matériaux composites = Uncertainties propagation in composite materials

Raducu Chermaneanu, Laurent Guillaumat, Frédéric Dau

► To cite this version:

Raducu Chermaneanu, Laurent Guillaumat, Frédéric Dau. Transport de la variabilité dans les matériaux composites = Uncertainties propagation in composite materials. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 8 p. hal-00392527

HAL Id: hal-00392527

<https://hal.science/hal-00392527>

Submitted on 11 Jun 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Transport de la variabilité dans les matériaux composites

Uncertainties propagation in composite materials

Chermaineanu Raducu¹, Guillaumat Laurent² et Dau Frédéric¹

1 : LAMEFIP ENSAM

Esplanade des Arts et Métiers

33405 Talence cédex

e-mail : raducu_chermaineanu@yahoo.com, frederic.dau@lamef.bordeaux.ensam.fr

2 : LRMA

ISAT, 49 rue Mlle Bourgeois, BP 31, 58027 Nevers cédex

e-mail : laurent.guillaumat@u-bourgogne.fr

Résumé

Dans ce travail, une méthodologie de transport d'incertitudes à travers les différentes échelles d'observation des matériaux composites : (i) micro (fibres et matrice), (ii) méso (pli), (iii) macro (matériau stratifié) est proposée. L'objectif est d'intégrer à l'échelle macro (celle du calcul de structure) l'effet des incertitudes venant de l'échelle micro et celle des incertitudes introduites à chacune des échelles méso et macro. La démarche proposée s'appuie sur l'élaboration dès l'échelle micro de distributions statistiques bâties sur l'analyse morphologique et obtenues grâce à la génération de matériaux virtuels.

Abstract

Uncertainties propagations at micro, meso and macro scales are investigated in this work for composite materials. The methodology consists in integrating in the highest scale (macro) the effects coming from micro scale variabilities and those due to variabilities introduced at meso and macro scales. It is based on statistical distributions issued from morphological observations. Generations of virtual materials are needed to achieve such distributions.

Mots Clés : multi-échelle, incertitudes, modélisation, propriétés effectives

Keywords : multiscale, uncertainties, modelling, effective material properties

1. Introduction

Les matériaux composites présentent à différentes échelles des propriétés mécaniques et morphologiques assez dispersées dues à leur forte hétérogénéité naturelle. Cependant, l'ampleur des variations des grandeurs mesurées est très dépendante de l'échelle d'observation. Ainsi, dans les matériaux composites dits stratifiés, trois échelles principales sont généralement considérées : i) micro : il s'agit de l'agencement des constituants élémentaires fibres et matrice, ii) méso : cette échelle concerne le pli ou couche unique, iii) macro : les différents plis sont superposés pour constituer le composite stratifié.

La nature microscopique des constituants élémentaires (fibres et matrice) peut impliquer une variabilité de leurs propriétés du fait de la difficulté de pouvoir maîtriser les procédés de fabrication. Par exemple, les composites fabriqués à partir de la biomasse, en plein essor actuellement, présentent une variabilité d'une ampleur classique (quelques pourcents) à l'échelle d'une éprouvette alors que les fibres (chanvre, lin, ...) présentent une très forte dispersion de leurs propriétés [1].

L'objectif général de ce travail est de montrer l'influence de l'échelle sur le niveau de dispersion des propriétés. Les variabilités peuvent être influentes soit à l'échelle de leur observation soit par leur transport à travers les échelles. Ce travail, en cours de développement, a surtout porté sur la plus petite échelle (micro) et son influence sur l'échelle suivante (méso) ; la partie micro est principalement

mise en avant dans ce papier. Une étude complémentaire de la variabilité des paramètres de l'échelle macro a également été entreprise mais indépendamment pour l'instant des deux autres échelles.

2. Démarche

La démarche globale consiste à intégrer à l'échelle supérieure les résultats de l'échelle inférieure afin de disposer de modèles de comportement des matériaux utilisés dans les structures contenant les informations depuis l'échelle micro. Seule cette dernière est construite à partir de considérations morphologiques (agencement des fibres) afin de constituer des cellules (5 à 9 fibres dans quelques microns cube) dont le comportement sera calculé numériquement par éléments finis (EF) à l'aide d'une méthode d'homogénéisation dans un premier temps. Des 'matériaux virtuels', physiquement raisonnables (en accord avec les observations) sont alors générés pour bâtir les distributions des variables considérées : modules d'élasticité C_{ij} dans un premier temps. L'objectif final, à cette échelle, est d'espérer pouvoir disposer de relations analytiques et probablement empiriques permettant de relier les variabilités des constituants élémentaires à celles des termes de la loi de comportement C_{ij} de la cellule.

À l'échelle méso, un calcul éléments finis est, là aussi, mis en place. Le pli est découpé en un certain nombre d'éléments sachant que chacun d'eux possède le comportement mécanique homogénéisé d'une cellule calculé précédemment et tiré au sort parmi tous ceux qui sont disponibles mais respectant la distribution statique calculée. Les propriétés mécaniques du pli sont alors estimées et là encore, la génération de plis 'virtuels (physiquement raisonnables !) permet de construire les distributions des C_{ij} dits méso dans ce cas. Une amélioration de cette modélisation consiste à tirer aléatoirement les cellules sur la tranche du pli puis à faire varier le comportement de chaque cellule suivant une génératrice du pli par une rotation du repère simulant ainsi le désalignement des fibres.

À l'échelle macro, les différents plis sont maintenant superposés pour constituer un composite stratifié. L'étape précédente a permis d'obtenir la loi de comportement d'un pli dans un repère donné. L'objectif à cette échelle est de montrer l'influence d'un défaut propre à l'échelle (variation angulaire lors de la dépose des couches) sur les propriétés mécaniques du matériau. La forte dépendance du nombre de couches et de l'amplitude du désalignement a déjà été montrée [2,3]. En revanche, à ce stade du projet les données de l'échelle micro ne sont pas encore transférées à l'échelle macro.

3. Echelle micro

3.1 Analyse Morphologique

Une étude morphologique a été menée afin de décrire au mieux l'agencement des fibres pour orienter le choix de la constitution des cellules. Pour cela, à partir de photographies *Figure 1-a* d'un matériau composite à fibres de carbone, un traitement d'image a été appliqué. Il consiste à 'binariser' l'image (par un seuillage) puis à transformer les fibres en particules *Figure 1-b*.

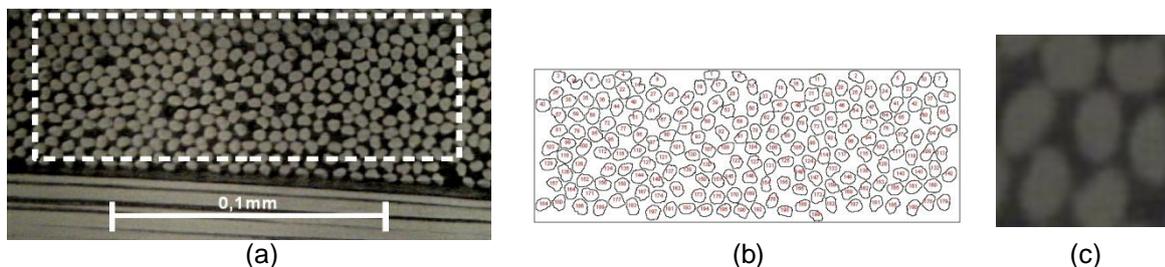


Figure 1. (a) photographie, (b) transformation des fibres en particules, (c) exemple de cellule 'type 6'.

La disposition des fibres, sauf celles qui sont présentes sur les bords, est analysée en déterminant pour chaque fibre : i) le nombre de fibres voisines, ii) leur distance à la fibre centrale et iii) l'angle entre deux fibres consécutives entourant la fibre considérée. Des cellules 'type i ', i désignant le nombre de fibres entourant une fibre centrale, se distinguent ainsi, *Figure 1-c*. La répartition des cellules est présentée *Figure 2*.

Par ailleurs, le *Tableau 1* montre que les valeurs pour les angles mesurés entre deux fibres consécutives qui entourent une fibre centrale, en moyenne, pour chaque type de cellule, sont très proches des valeurs théoriques caractéristiques d'une géométrie de polygone régulier

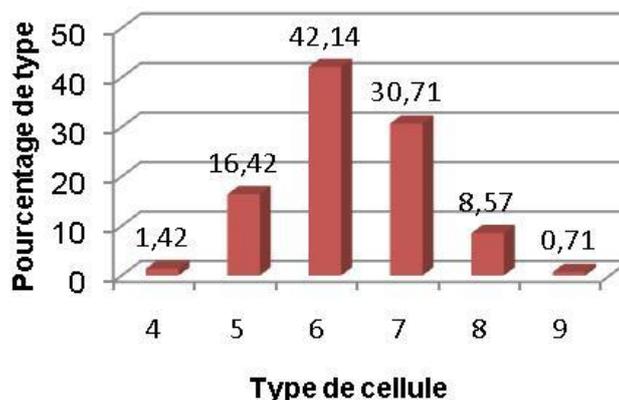


Figure 2. Répartition du nombre de fibres entourant une fibre.

Type de cellule	Angle entre fibres autour (°)	
	mesuré	théorique
4	89,72	90
5	70,56	72
6	60,23	60
7	52,88	51,4
8	45,66	45
9	40,71	40

Tableau 1. Comparaison entre les angles mesurés et les angles théoriques.

3.2 Géométrie et maillage des cellules

Suite à l'analyse morphologique du composite unidirectionnel, quatre types de cellules, les plus représentatives en population, ont été retenues ; il s'agit des cellules de type 5, 6, 7 et 8. Chacune des cellules est modélisée avec le logiciel de calcul par Éléments Finis (EF) ANSYS en prenant comme variables aléatoires le diamètre des fibres, le nombre de fibres, les propriétés matérielles et la répartition spatiale des fibres. Le *Tableau 2* présente les différentes variables utilisées dans les modèles.

Variables	Signification	Loi de distribution	Moyenne	Ecart-type	Coefficient de variation (%)
E_f	module fibre	uniforme	73 (GPa)	8,43 (GPa)	11,5
E_m	module matrice	uniforme	3,45 (GPa)	0,40 (GPa)	11,5
ν_f	coeff. poisson fibre	uniforme	0,22	0,025	11,5
ν_m	coeff. poisson matrice	uniforme	0,3	0,035	11,5
\varnothing des fibres	diamètre fibre	uniforme	10 (μm)	0,58 (μm)	5,8

Tableau 2. Définition des variables aléatoires.

Les cellules sont des parallélépipèdes de longueur l_y et de largeur l_x identiques (32 μm). L'épaisseur l_z est fixée à 3 μm .

Les fibres sont réparties spatialement en utilisant l'algorithme *Random Sequential Adsorption* (RSA) [4]. Cet algorithme de génération de microstructure est utilisé dans le plan 1-2, Figure 3. La première étape de cet algorithme consiste à générer, de manière uniforme, les coordonnées (x_1, y_1) du centre de la section droite de la première fibre. Afin d'éviter que la fibre coupe un des bords de la cellule, les quatre relations suivantes doivent être vérifiées simultanément :

$$\begin{aligned} 0 \leq x_1 - r_1 - \delta \quad x_1 + r_1 + \delta \leq l_x \\ 0 \leq y_1 - r_1 - \delta \quad y_1 + r_1 + \delta \leq l_y \end{aligned}$$

où r_1 et δ et sont respectivement le rayon de la première fibre et la tolérance nécessaire à l'obtention d'un maillage régulier.

Si ces critères ne sont pas vérifiés, un nouveau couple (x_1, y_1) est régénéré. Dans le cas favorable, un nouveau couple (x_2, y_2) est généré en vérifiant que cette nouvelle fibre ne chevauche pas les fibres déjà placées (pour l'instant une seule) et qu'elle ne coupe pas un des bords de la cellule. S'il n'y a pas de chevauchement, un nouveau couple de coordonnées est généré. Ce processus est répété jusqu'à ce que le nombre de fibre dans la cellule et le nombre de cellules réalisables soient atteints. La Figure 3 montre un exemple de cellule obtenue avec 5 fibres.

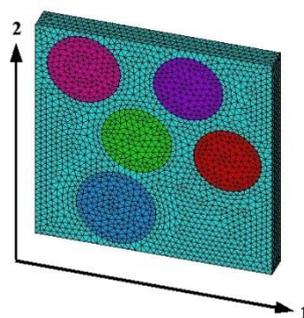


Figure 3. Exemple de maillage d'une cellule de type 4 (4 fibres autour d'une fibre centrale).

Les différentes cellules sont maillées avec des éléments tétraédriques à 10 nœuds (solid92). Après une étude de convergence, la taille des éléments a été fixée à 0,75 μm . La suite de la méthode consiste à estimer les rigidités équivalentes de chacune des cellules. Dans cette optique, une procédure d'homogénéisation basée sur le lemme de Hill [5] a été programmée sur ANSYS. Cette méthode nécessite d'effectuer 21 cas de chargements homogènes sur les bords de la cellule de manière à pouvoir identifier les 21 termes de la matrice de rigidité dans le cas le plus général d'un matériau triclinique [6]. Les résultats obtenus sont présentés dans le paragraphe suivant.

3.3 Résultats

Etude de sensibilité des C_{ij}

Elle consiste à trouver, parmi les variables aléatoires introduites à cette échelle micro, celles les plus influentes sur les modules C_{ij} . Pour cela, certaines des variables sont maintenues fixes à leur valeur moyenne pendant que celle dont l'influence est étudiée varie en suivant une distribution uniforme, *Tableau 3*. 100 simulations numériques par EF pour l'étude de chaque variable sont effectuées.

Variable	Signification	Valeur moyenne
(x_t, y_t)	position du centre des fibres / fibre centrale	obtenues à partir des mesures micro
E_f	<i>voir tableau 2</i>	390 GPa
E_m	<i>voir tableau 2</i>	4,5 GPa
ν_f	<i>voir tableau 2</i>	0,35
ν_m	<i>voir tableau 2</i>	0,4
\varnothing des fibres	<i>voir tableau 2</i>	4,32 μm

Tableau 3. Variables aléatoires et valeurs moyennes.

Comme en témoigne la *Figure 4* :

- le diamètre des fibres est le facteur le plus influent sur les modules C_{ij} ,
- le module E_f des fibres influe de manière bien plus significative que le module E_m de la matrice,
- les coefficients de poisson influent essentiellement sur les modules C_{ij} tels que $i \neq j$ traduisant ainsi leur influence sur le comportement transverse du matériau.

Cette étude de sensibilité fournit des indications intéressantes sur les variables pertinentes à conserver en vue de l'objectif de pouvoir disposer de relations analytiques et probablement empiriques permettant de relier ces variables à celles du comportement de la cellule.

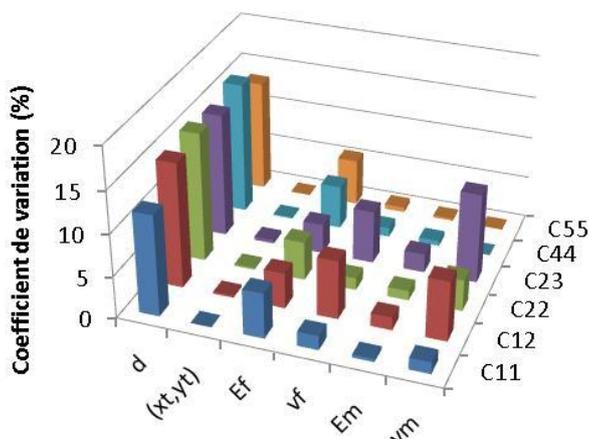


Figure 4. Influence des variables sur les C_{ij}

Analyse des distributions pour les C_{ij}

Chaque type de cellule a été généré plusieurs fois de manière à obtenir la distribution des C_{ij} . Le test de normalité de la droite de Henry [7] est adopté pour situer la nature de chaque distribution obtenue par rapport à la loi normale. Comme le montre la Figure 5 lors de l'estimation des C_{12} , le résultat du test est sensible au nombre de simulations. La distribution de C_{12} tend vers une gaussienne quand le nombre de simulations augmente. Pour l'obtention des distributions des C_{ij} , le nombre de simulations est fixé à 960 qui semble être un bon compromis entre la pertinence du test de la droite de Henry et le temps de calcul.

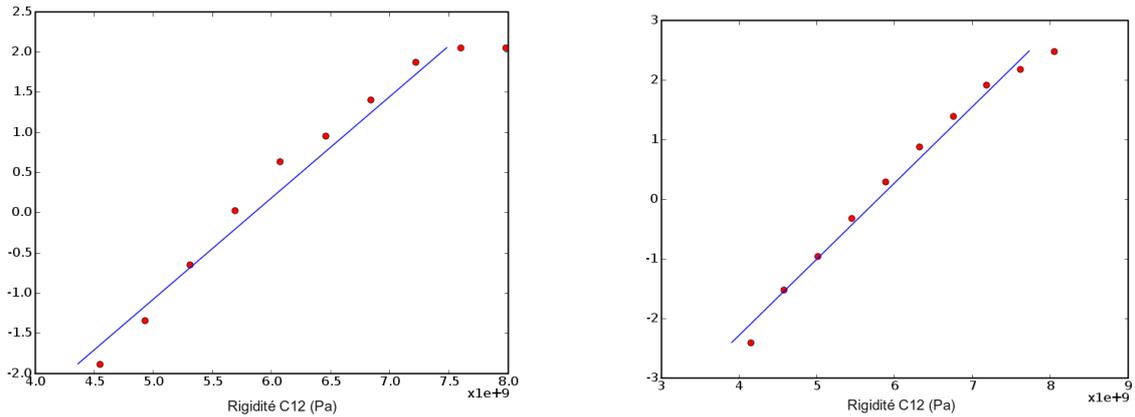


Figure 5. Influence du nombre de simulations (N) sur la distribution de C_{12} : $N=100$ (a), $N=960$ (b)

La Figure 6 présente la distribution obtenue pour C_{33} sur des cellules composées de 5 fibres ainsi que la droite de Henry associée. Cette distribution est quasiment une gaussienne. Ce même résultat est obtenu pour l'ensemble des autres termes de la matrice de rigidité, quelque soit la cellule considérée.

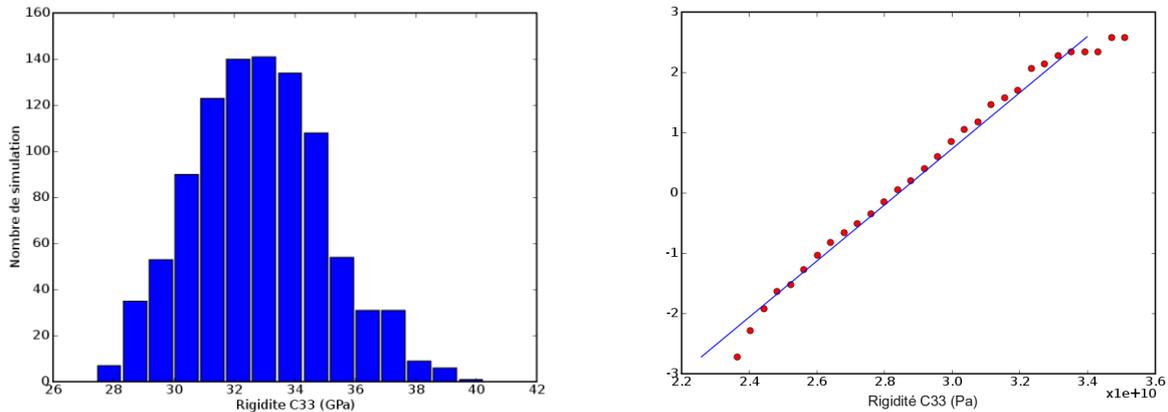


Figure 6. Distribution de la rigidité C_{33} et droite de Henry.

De plus, 12 composantes de la matrice de rigidité ont des distributions de moyenne nulle et d'écart type inférieur à 0,01 GPa, confirmant ainsi l'isotropie transverse de la cellule. Les relations classiques entre les moyennes de certains coefficients de la matrice de rigidité d'un matériau isotrope transverse sont elles aussi bien vérifiées :

$$C_{13} = C_{23} \quad C_{11} = C_{22} \quad C_{44} = C_{55} \quad C_{66} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{12})$$

La suite de la démarche consiste à utiliser les distributions des rigidités précédentes pour modéliser le comportement mécanique d'un pli. La méthodologie utilisée est rappelée dans la section suivante.

4. Echelles méso et macro

Transport de variabilité de l'échelle micro vers l'échelle méso

Ce transport ayant déjà fait l'objet de communications récentes [2,3], seuls le principe de la méthode de transport et les principaux résultats sont rappelés ici.

La méthode consiste à élaborer un pli à partir des cellules identifiées à l'échelle micro. Ces cellules sont alors organisées de façon à satisfaire au mieux les exigences dictées par la physique : i) des cellules sont d'abord distribuées aléatoirement dans le plan d'isotropie transverse (1,2), en respectant leur répartition (*Figure 2*) ii) des cellules supplémentaires sont ensuite générées pour balayer la direction perpendiculaire au plan précédent et constituer ainsi le pli. La suite de la méthode consiste à estimer les rigidités équivalentes de chacune des cellules. La même méthode d'homogénéisation employée à l'échelle micro est utilisée.

Les premiers résultats obtenus ont permis de montrer que la variabilité est considérablement réduite lors du passage de l'échelle micro à l'échelle méso, ce qui se justifie par un effet de moyennage lors de ce transport. D'autre part, une analyse de la cartographie du champ de contraintes a permis de mettre en évidence que des zones de fortes concentrations de contraintes se trouvaient aléatoirement réparties, ce qui rend compte du caractère très dispersé des propriétés à rupture des matériaux composites.

Des investigations sont poursuivies aujourd'hui à cette échelle et feront l'objet de prochaines communications.

Pour l'échelle macro

La dernière échelle (macro) concerne la superposition de différents plis (méso) prenant en compte une des sources importantes de variabilité à cette échelle qui est l'angle d'orientation du pli dans le matériau stratifié. Des premiers résultats propres à cette échelle ont également été présentés dans [2,3] et sont résumés ici.

A partir de calculs basés sur la théorie des stratifiés, il a été montré que la dispersion du comportement mécanique du stratifié était fortement liée à l'amplitude de variation de l'angle d'orientation du pli mais aussi au nombre de plis considérés. Une des conclusions intéressantes est de constater que l'augmentation du nombre de plis, pour une variation angulaire donnée, favorise la reproductibilité. En effet, la probabilité que l'ensemble des plis se trouve en moyenne décalé d'un angle donné (5°, 10° ou 20° ont été considérés) est d'autant plus faible que le nombre de plis augmente.

En plus de la variabilité propre à l'échelle, la prochaine étape de modélisation intégrera le transport de la variabilité des C_{ij} de l'échelle méso à l'échelle macro.

5. Conclusion

Complémentaire à de précédentes communications [2,3], ce travail met en avant l'analyse morphologique et l'approche « matériau virtuel » adoptés dès l'échelle micro (celle d'une cellule constituée de 5 à 9 fibres) pour : i) construire les distributions statistiques des modules C_{ij} ii) nourrir l'échelle méso et assurer par là le transport de la variabilité de l'échelle micro à l'échelle méso.

Il constitue une étape supplémentaire suivant l'objectif d'élaborer d'abord des distributions « physiques » traduisant la variabilité des constituants du matériau composite puis d'analyser l'effet de cette variabilité sur des propriétés mécaniques jusqu'à l'échelle macro (celle du calcul de structure). Pour l'instant, ce transport de variabilité est illustré sur les modules d'élasticité C_{ij} mais le projet est plus ambitieux : la variabilité des propriétés à rupture est visée, autant de données nécessaires au calcul mécano-fiabiliste.

6. Bibliographie

- [1] K. Charlet, C. Morvan, J. Bréard, J.-P Jernot, M. Gomina, « Relationship between the morphology and the mechanical behavior of a flax fibre. ». Proceedings of the 16th International Conference on Composite Materials, Kyoto (Japon), juillet 2007.
- [2] F. Dau, A. Alzina and L. Guillaumat, « Uncertainties propagations of composite mechanical properties from micro to macro scale », Proceedings of the 13th European Conference on Composite Materials (ECCM13), Stockholm (Suède), 2-5 Juin 2008.
- [3] F. Dau, A. Alzina et L. Guillaumat « Approche multi-échelles du transport d'incertitudes pour les matériaux composites », 5ème Journées Fiabilité des Matériaux et des Structures, Nantes (France), 26-28 Mars 2008.
- [4] S. Kari, H. Berger, U. Gabbert, « Numerical evaluation of effective material properties of randomly distributed short cylindrical fibre composites. ». *Computational Materials Science*, vol 39, pp 198-204, 2007.
- [5] M. Bornert, , T. Bretheau, and P. Gilormini, « Homogeneization in mechanical materials. ». Hermes, Paris, 2001.
- [6] M. Grédiac, A. Alzina, D. Marquis, « Optimal Design of a multiperforated composite plate. » *Journal of Composite Materials*, vol. 38, pp 1401-1423, 16/2004.
- [7] G. Saporta, Probabilities – Data analysis and Statistic. Ed. Technip, 1990.