



**HAL**  
open science

**Caractérisation du comportement non-linéaire de composites fibres-ciment. Approche semi-probabiliste des mécanismes de fissuration = Assessment of the nonlinear behaviour of cement matrix composites. Modelling of cracking mechanism by a semi-probabilistic approach**

Bach Quoc Toan, Aron Gabor, Patrice Hamelin

► **To cite this version:**

Bach Quoc Toan, Aron Gabor, Patrice Hamelin. Caractérisation du comportement non-linéaire de composites fibres-ciment. Approche semi-probabiliste des mécanismes de fissuration = Assessment of the nonlinear behaviour of cement matrix composites. Modelling of cracking mechanism by a semi-probabilistic approach. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 11 p. hal-00391205

**HAL Id: hal-00391205**

**<https://hal.science/hal-00391205>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Caractérisation du comportement non-linéaire de composites fibres-ciment. Approche semi-probabiliste des mécanismes de fissuration

## *Assessment of the nonlinear behaviour of cement matrix composites. Modelling of cracking mechanism by a semi-probabilistic approach*

Bach Quoc Toan<sup>1</sup>, Gabor Aron<sup>1</sup> et Hamelin Patrice<sup>1</sup>

<sup>1</sup> : Université Claude Bernard Lyon 1 – F – 69622 Villeurbanne cedex  
e-mail : bqtoan@gmail.com, aron.gabor@univ-lyon1.fr, patrice.hamelin@univ-lyon1.fr

### Résumé

L'objectif de ce travail est de savoir identifier et de caractériser le comportement non-linéaire de composites fibres-ciment. Différentes formulations de composites sont étudiées en fonction de l'architecture textile et nous cherchons à définir la structuration géométrique de ces matériaux en fonction de différentes armures. Une méthode mixte « numérique - expérimentale » est développée afin d'identifier les rigidités des différents matériaux durant la phase « élastique », avant microfissuration.

### Abstract

The objective of this work is to identify and to characterize the non-linear behaviour of fibre-cement composites. Various formulations of composites are studied, defined by the type of the textile fabric and the geometrical structure of these materials is defined according to this A mixed method «numerical - experimental» is developed to identify rigidities of the composite in « elastic» phase, before micro cracking

**Mots Clés** : fibres – ciment, méthode mixte « numérique - expérimentale »

**Keywords** : fibres – cement, mixed method «numerical - experimental»

## 1. Introduction

La matrice cimentaire, une nouvelle famille de matrice utilisée dans l'industrie des composites, possède des avantages considérables : moins de produits polluants, une résistance élevée, l'incombustibilité, des matières premières disponibles dans la nature. C'est pour cela que dans les applications du Génie Civil, on a tendance à remplacer la matrice polymère par la matrice cimentaire. Ce travail sert à la mise au point d'une méthode d'identification de la rigidité du composite fibres – ciment. Les matériaux étudiés sont les stratifiées à matrice de ciment phosphate et inorganique renforcée par les tissus de verre.

## 2. Différentes formulations de matériaux composites fibres-ciment étudiés

### 2.1 Matrice cimentaire

Dans les dernières années, un Ciment Phosphatique Inorganique (CPI) est développé à l'Université Libre Bruxelles (Vrije Universiteit Brussel) – Belgique [5], [7]. Ce ciment se compose d'une poudre de silicate de calcium (solide de wollastonite –  $\text{CaSiO}_3$ ) et d'un liquide d'acide phosphorique. Les deux composants après avoir été mélangés en respectant un rapport de 45,2% de poudre et 54,8% d'acide en poids (le poids de la poudre est égale à 82,5% de celui du liquide), durcissent à température ambiante pour se transformer en céramique et produire un environnement non alcalin avec  $\text{pH}=7$ . Grâce au  $\text{pH}$  neutre pendant et après le durcissement, on peut éviter les dégradations alcalines des fibres de verre E dans le cas d'un composite à matrice CPI. Les caractéristiques mécaniques typiques de la matrice se trouvent dans le tableau (Tab. 1).

	Résistance en traction	Résistance en compression	Module d'élasticité	Mass volumique
CPI	8 - 14 MPa	50 - 100 MPa	8 - 12 GPa	1,7 g/m <sup>3</sup>

Tab. 1. Propriétés de la matrice CPI [5-7]

## 2.2 Différentes armures textiles

Les fibres de renforcement pour les composites sont les fibres de verre E qui ont une bonne compatibilité avec la matrice. Deux types de fibres de verre utilisées sont les tissus mat a fils coupés – 300 g/m<sup>2</sup> et les tissus unidirectionnels – UD 2071 (93% des fibres du tissu orientés dans la direction de chaîne et 7% orientés dans la direction de trame). Les propriétés des fibres sont présentées dans le tableau (Tab. 2)

Verre E		Longueur de fibre	Diamètre de fibre	Tex	Masse surfacique
UD-2071	Chain	continu	9 µm	68 x 5	220 g/m <sup>2</sup>
	Trame	continu	7 µm	22	
Mat		50 mm	10 µm	2400	300 g/m <sup>2</sup>

Tab. 2. Propriétés des renforts

## 2.3 Mise en œuvre

Dans ce travail, quatre types de plaques stratifiées sont réalisées par moulage au contact. Les empilements sont [0, 45, -45, 0], [0, Mat, Mat, 0], [90, 0, 0, 90] et [0, 90, 90, 0]. Les plaques sont fabriquées dans un moule composé d'un cadre en bois fixé sur un plateau en verre. On commence par appliquer une première couche de matrice sur le fond du moule. Un renfort textile est alors mis en place sur toute la longueur. Après l'avoir bien positionné, le tissu est imprégné en appliquant une couche de matrice avec soin. Ces étapes sont répétées jusqu'à atteindre le nombre de couches de renforts souhaités. Une fois la mise en œuvre terminée, un film plastique est disposé sur la surface supérieure du composite. Pour l'élimination des bulles d'air, on applique une pression avec une raclette sur le film.

Après être fabriquées, les plaques sont découpées en plusieurs éprouvettes de dimensions 250 mm x 30 mm pour les essais de traction uniaxiale et aussi des éprouvettes de dimensions 270 mm x 300 mm pour les essais de flexion anticlastique. Les propriétés géométriques des éprouvettes sont données dans le tableau (Tab. 3).

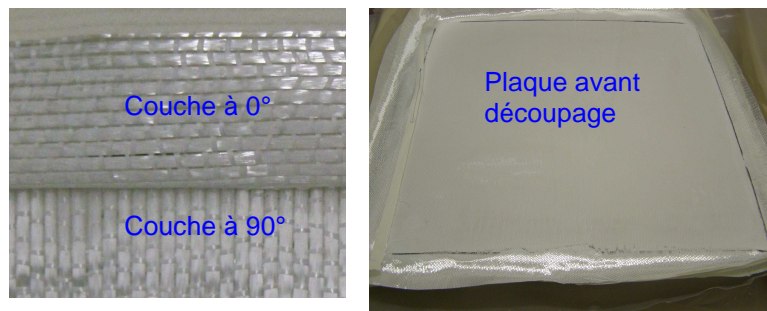


Fig. 1. Plaque [0 90 90 0]

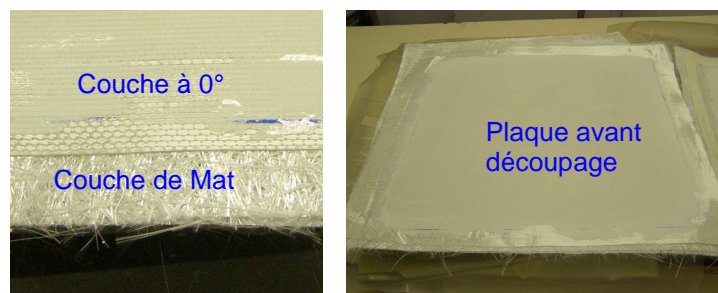


Fig. 2. Plaque [0 Mat Mat 0]

Série	Séquence d'empilement	Épaisseur (mm)	Taux volumique de fibres
Série 1	[0, 45, -45, 0]	2.79	17.90%
Série 2	[0, Mat, Mat, 0]	3.14	17.60%
Série 3	[90, 0, 0, 90]	3.54	12.70%
Série 4	[0, 90, 90, 0]	3.85	9.50%

Tab. 3. Type des plaques étudiées

### 3. Caractérisation du comportement des composites fibres-ciment

Afin d'étudier le comportement des composites stratifiés fibres – ciment, des couches élémentaires sont fabriquées servant aux essais de traction uniaxiale. Dans les couches élémentaires, les tissus unidirectionnels sont disposés suivant une direction unique soit 0°, soit 45°, soit 90° ou bien on ne dispose que le Mat.

#### 3.1 Mécanismes spécifiques du composite à matrice fragile – Caractéristiques de la couche élémentaire

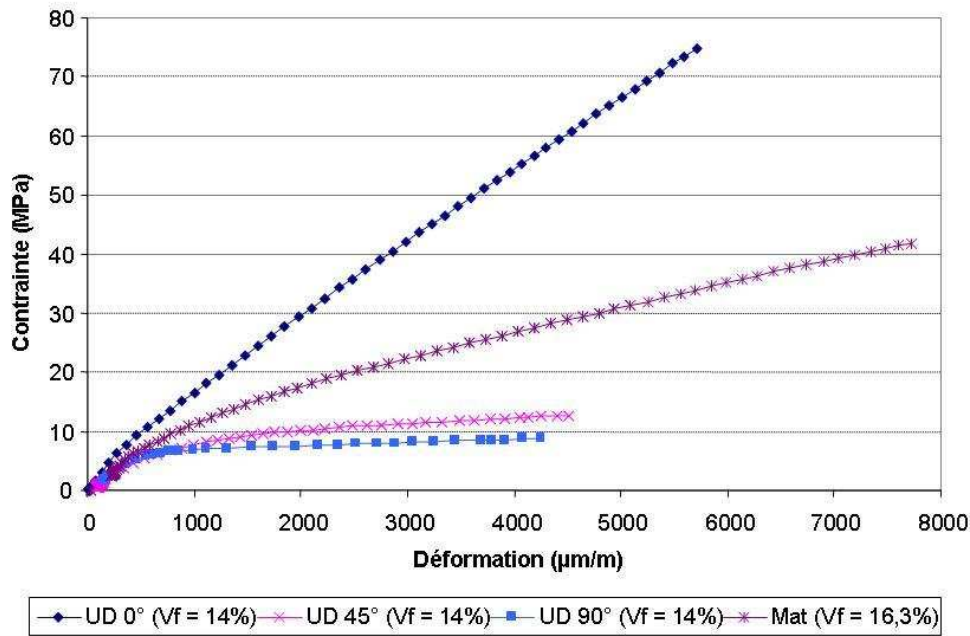


Fig. 3. Comportement du composite à matrice fragile

L'analyse d'une courbe contrainte – déformation en traction pour les différentes couches élémentaires 0°, 90°, 45°, mat met en évidence (Fig. 3) des différences de comportement et des non-linéarités essentiellement dues à des mécanismes d'endommagement par fissuration.

Du fait d'un comportement de plusieurs phases, le composite à matrice cimentaire présente une non-linéarité dans le comportement mécanique du matériau composite à matrice fragile. Au cours de temps d'exploitation, les endommagements mécaniques se produisent sous forme de fissuration de la matrice.

Dans la littérature, Aveston J. Cooper G.A., et Kelly A. ont proposé un modèle (Modèle ACK) pour décrire le comportement d'un matériau composite à matrice fragile. Suivant cette théorie, le comportement est divisé en 3 zones [1], [5-6]: zone 1 - zone de pré-fissuration, zone 2 - zone de fissuration, zone 3 - zone de post-fissuration.

Pour les différentes composantes de plaques stratifiées Série 1, 2, 3, 4, les termes de la matrice de rigidité données dans le tableau (Tab. 4) sont calculées par un calcul prévisionnel en utilisant la théorie classique des stratifiés grâce aux paramètres des matériaux (matrice – fibres) d'une monocouche. A partir de la matrice de rigidité, les caractéristiques des plaques stratifiées comme le module d'élasticité E et le module de cisaillement G sont déterminés. Cette théorie est applicable pour les matrices polymères ayant un comportement linéaire. Cependant, la matrice étudiée dans ce travail est une matrice cimentaire qui présente une relation non-linéaire entre la contrainte et la déformation. Il faut donc une confrontation entre les résultats expérimentaux et les calculs numériques.

Série	Matrice de rigidité (unité N-m)					
1 - [0, 45, -45, 0]	561.10 <sup>5</sup>	141.10 <sup>5</sup>	0	0	0	-148.10 <sup>1</sup>
	141.10 <sup>5</sup>	392.10 <sup>5</sup>	0	0	0	-148.10 <sup>1</sup>
	0	0	168.10 <sup>5</sup>	-148.10 <sup>1</sup>	-148.10 <sup>1</sup>	0
	0	0	-148.10 <sup>1</sup>	427.10 <sup>-1</sup>	726.10 <sup>-2</sup>	0
	0	0	-148.10 <sup>1</sup>	726.10 <sup>-2</sup>	234.10 <sup>-1</sup>	0
	-148.10 <sup>1</sup>	-148.10 <sup>1</sup>	0	0	0	902.10 <sup>-2</sup>

Série	Matrice de rigidité (unité N-m)					
2 - [0, Mat, Mat, 0]	543.10 <sup>5</sup>	145.10 <sup>5</sup>	0	0	0	0
	145.10 <sup>5</sup>	451.10 <sup>5</sup>	0	0	0	0
	0	0	199.10 <sup>5</sup>	0	0	0
	0	0	0	487.10 <sup>-1</sup>	102.10 <sup>-1</sup>	0
	0	0	0	102.10 <sup>-1</sup>	331.10 <sup>-1</sup>	0
	0	0	0	0	0	133.10 <sup>-1</sup>
3 - [90, 0, 0, 90]	583.10 <sup>5</sup>	125.10 <sup>5</sup>	0	0	0	0
	125.10 <sup>5</sup>	583.10 <sup>5</sup>	0	0	0	0
	0	0	156.10 <sup>5</sup>	0	0	0
	0	0	0	503.10 <sup>-1</sup>	135.10 <sup>-1</sup>	0
	0	0	0	135.10 <sup>-1</sup>	757.10 <sup>-1</sup>	0
	0	0	0	0	0	169.10 <sup>-1</sup>
4 - [0, 90, 90, 0]	534.10 <sup>5</sup>	123.10 <sup>5</sup>	0	0	0	0
	123.10 <sup>5</sup>	534.10 <sup>5</sup>	0	0	0	0
	0	0	151.10 <sup>5</sup>	0	0	0
	0	0	0	673.10 <sup>-1</sup>	133.10 <sup>-1</sup>	0
	0	0	0	133.10 <sup>-1</sup>	481.10 <sup>-1</sup>	0
	0	0	0	0	0	163.10 <sup>-1</sup>

Tab. 4. Matrice de rigidité du stratifié

### 3.2 Comportement en traction uniaxiale des stratifiés fibres – ciment

Les essais de traction uniaxiale sont exécutés afin d'étudier le comportement en membrane des composites fibres - ciment. Ces essais se font sur des éprouvettes de dimensions 250x30mm. La vitesse de chargement est de 1 mm/min. Dans ce premier temps, on s'intéresse au comportement en phase « élastique ».

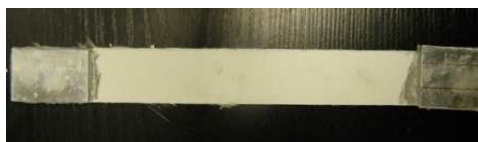


Fig. 4. Eprouvettes des essais de traction axiale

	Zone 1 : Elastique				
	$\epsilon$ ( $\mu\text{m}/\text{mm}$ )	N (N/mm)	$E_{11}$ expérimental (MPa)	$E_{11}$ calcul (MPa)	Ecart
[0 45 -45 0]	0.911	35.34	16873	18197	7.3%
[0 M M 0]	0,919	38.31	16038	15806	1.5%
[90 0 0 90]	0.651	23.87	11886	15451	23.1%
[0 90 90 0]	0.359	16.63	13405	14060	4.7%

Tab. 5. Résultats de traction uniaxiale

Le tableau (Tab. 5) présente la comparaison des modules d'élasticité obtenus expérimentalement et par la théorie des composites. On note une bonne concordance entre les deux valeurs, cependant afin de déterminer avec plus de précision les constantes d'ingénieur et les autres termes de la matrice de rigidité une méthode mixte numérique-expérimentale est proposée en se basant sur des essais de traction biaxiale et de flexion anticlastique.

Voici les diagrammes des courbes d'effort – déformation :

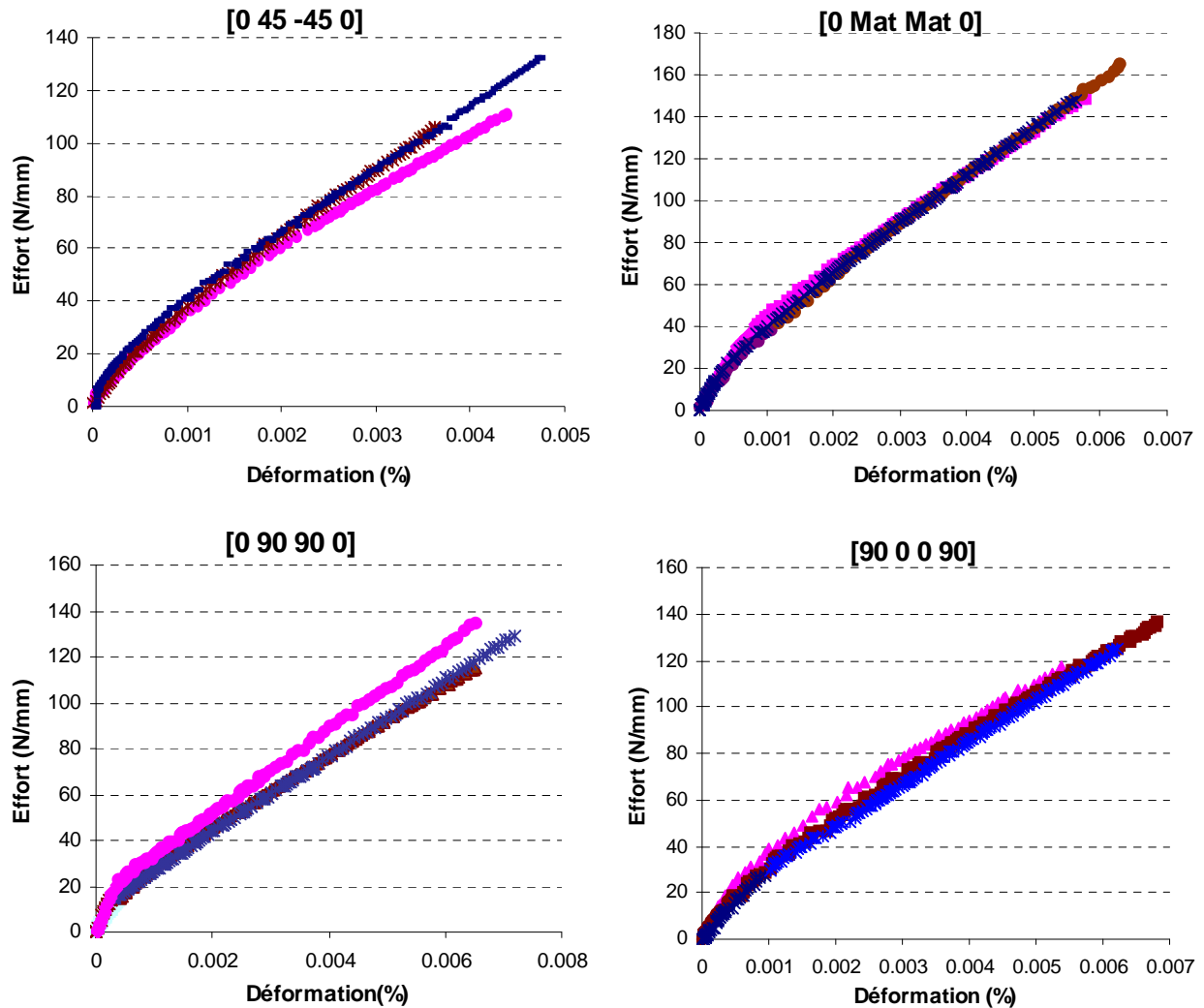


Fig. 5. Résultats de traction uniaxiale

### 3.3 Méthode mixte numérique-expérimentale développée pour identifier la matrice de rigidité des composites

Considérons une plaque mince anisotrope en appliquant l'hypothèse de Love-Kirchhoff (pas d'effet de cisaillement), suivant la théorie classique des stratifiés, la loi de comportement est [2]:

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_j \\ \kappa_j \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 1})$$

où [A], [B] et [D] sont les matrices de rigidité en membrane, de couplage membrane – flexion, et de flexion ;  $N_i$ ,  $M_i$  sont les sollicitations mécaniques,  $\varepsilon_j$ ,  $\kappa_j$  sont les déformations et les courbures du plan moyen.

La caractérisation mécanique en rigidité grâce aux essais de traction (méthode unidimensionnelle) ne permet pas de prendre en compte les états de sollicitations réelles. Ainsi, le développement d'autres essais, permettant d'intégrer les effets des interactions, apparaît comme nécessaire, notamment dans le cas des matériaux composites, qui peuvent être anisotropes. Afin d'identifier toutes les termes de ces matrices, il est indispensable de mesurer en même temps les déformations  $\varepsilon$  et les courbures  $\kappa$ , ou les grandeurs des déplacements  $u$ ,  $v$  et la flèche  $w$ . Il est impossible à réaliser avec les moyens extensométriques ordinaires, il faut renoncer à déterminer les constantes de couplage  $B_{ij}$  pour s'intéresser séparément aux caractéristiques de membrane  $A_{ij}$  et de flexion  $D_{ij}$ . [3-4]

Les essais de traction uniaxiale ne donnent qu'une estimation grossière sur le comportement en membrane. C'est pour cela que les essais biaxiaux sont exécutés afin de vérifier cette théorie dans le cas de comportement en membrane, ainsi que les essais de flexion anticlastique dans le cas de comportement en flexion (torsion).

### 3.3.1 Détermination des termes de membrane $A_{ij}$

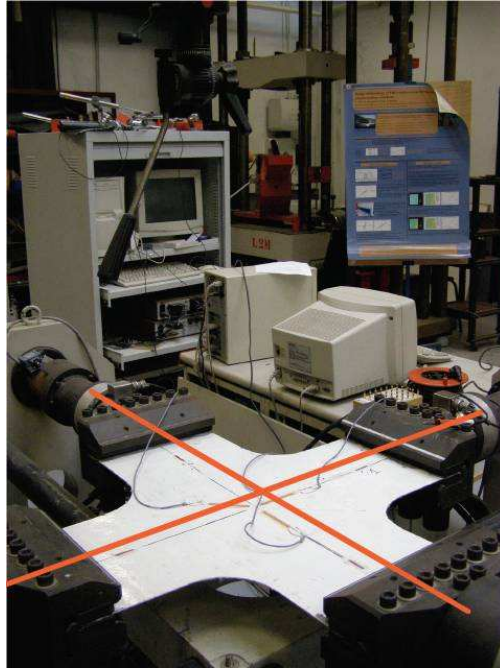


Fig. 6. Plate-forme de l'essai bi-axiale

Les tissus disposés suivant plusieurs directions dans les stratifiés induisent des interactions multiaxiales non négligeables. Donc, l'essai de traction biaxiale devient une solution intéressante. L'essai de traction biaxiale est capable de déterminer les termes de la matrice  $[A]$  – la matrice de rigidité en membrane. Car les essais sont essentiellement des chargements suivant les 2 directions principales orthogonales  $N_1 - N_2$ , on peut écrire le comportement réduit sous forme :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 2})$$

En fonction des couples de chargements  $N_1 - N_2$ , on mesure les déformations par les jauges, ensuite, on les remplace dans la relation au-dessus pour déterminer les termes  $A_{ij}$ . Depuis la relation (eq. 2), on la transforme en l'équation (eq. 3), en considérant les termes  $A_{ij}$  comme inconnues :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{22} \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 3})$$

La solution du problème est obtenue par l'équation:

$$\{N\} = [\varepsilon]\{A\} \Rightarrow [\varepsilon]^{-1} \cdot \{N\} = \{A\} \quad (\text{eq. 4})$$

Mais la matrice  $[\varepsilon]$  n'est pas inversible, donc il faut utiliser d'autres solutions plus compliquées :

$$\begin{aligned} \{N\} = [\varepsilon]\{A\} &\Rightarrow [\varepsilon]^T \cdot \{N\} = ([\varepsilon]^T \cdot [\varepsilon])\{A\} \\ &\Rightarrow ([\varepsilon]^T \cdot [\varepsilon])^{-1} \cdot ([\varepsilon]^T \cdot \{N\}) = \{A\} \end{aligned} \quad (\text{eq. 5})$$

En considérant n essais, on a une matrice  $[\varepsilon]$  comme ci-contre :

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^1 & \varepsilon_2^1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1^1 & \varepsilon_2^1 \\ \dots & & \\ \varepsilon_1^n & \varepsilon_2^n & 0 \\ 0 & \varepsilon_1^n & \varepsilon_2^n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\varepsilon]^T \cdot [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_1^i)^2 & \sum_{i=1}^n \varepsilon_1^i \cdot \varepsilon_2^i & 0 \\ \sum_{i=1}^n \varepsilon_1^i \cdot \varepsilon_2^i & \sum_{i=1}^n ((\varepsilon_1^i)^2 + (\varepsilon_2^i)^2) & \sum_{i=1}^n \varepsilon_1^i \cdot \varepsilon_2^i \\ 0 & \sum_{i=1}^n \varepsilon_1^i \cdot \varepsilon_2^i & \sum_{i=1}^n (\varepsilon_2^i)^2 \end{bmatrix}$$

La matrice  $([\varepsilon]^T \cdot [\varepsilon])$  est maintenant inversible. Une fois cette matrice inversée, on peut facilement calculer la matrice  $[A]$ .

Un dernier problème se pose, connaître les efforts en partie centrale de l'éprouvette. Dans ce but, un logiciel d'éléments finis est utilisé pour modéliser la répartition des efforts au sein de l'éprouvette.

### 3.3.2 Détermination des termes de flexion $D_{ij}$

Foudjet [8-9] a cité plusieurs méthodes concernant les essais statiques sur des plaques en bois, un matériau anisotrope. Parmi certains essais de flexion d'une plaque proposés dans la littérature, l'essai anticlastique a été choisi en vue de déterminer le module de cisaillement en flexion d'une plaque mince ( $G$ ).

La flexion anticlastique d'une plaque rectangulaire est un mode de déformation de forme d'une selle contenant deux courbures principales opposantes. Cette disposition est statiquement équivalente à une plaque appuyée sur trois coins et soumise à un effort vertical sur le quatrième.

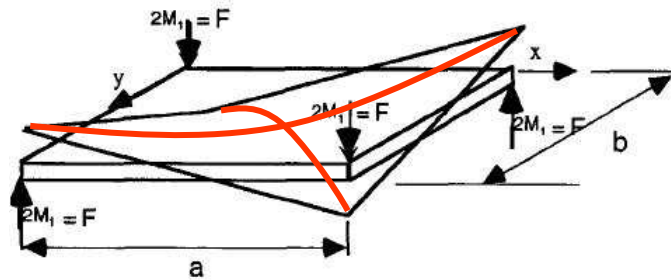


Fig. 7. Schéma de l'essai anticlastique

La loi de comportement dans le cas d'une plaque composite en flexion – torsion est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 6})$$

Dans l'étude de flexion d'une plaque mince, on impose la relation :  $u(x, y, z) = v(x, y, z) = 0$  et  $w(x, y) \neq 0$  ( $u, v$  – les déplacements dans le plan de la plaque,  $w$  – la flèche). D'après la théorie de Love – Kirchhoff, la loi de comportement s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 7})$$

Une application du principe de travaux virtuels à une plaque mince chargée par  $N$  forces ponctuelles perpendiculaires à son plan moyen présentée par Grédiac [10] donne la relation :

$$\sum_{i=1}^N P_i w_i^* = \iint_S \left\{ \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \right\} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ds \\ \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ds \\ 2 \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} ds \end{Bmatrix} dx dy \quad (\text{eq. 8})$$

Dans le cas d'une plaque appuyée sur 3 points et soumise à  $n$  forces concentrées, elle devient :



$$\begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^N P_i x_i (x_i - a) \\ \sum_{i=1}^N P_i y_i (y_i - b) \\ \sum_{i=1}^N P_i x_i y_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ds \\ 2 \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ds \\ 4 \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} ds \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 9})$$

où : a et b sont les 2 dimensions de la plaque (Fig. 7). En posant : h - épaisseur de la plaque,  $[d] = [D]^{-1}$  et

$$\overline{\varepsilon_{xx}} = -\frac{h}{2S} \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ds; \quad \overline{\varepsilon_{yy}} = -\frac{h}{2S} \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ds; \quad \overline{\varepsilon_{xy}} = -\frac{h}{2S} \iint_S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} ds \quad (\text{eq. 10})$$

dans les cas d'une charge P se situe au quatrième coin (x = a, y = b), on a :

$$\begin{Bmatrix} \overline{\varepsilon_{xx}} \\ \overline{\varepsilon_{yy}} \\ 2\overline{\varepsilon_{xy}} \end{Bmatrix} = -\frac{h}{4S} \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P.a.b \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 11})$$

$$\Rightarrow 2\overline{\varepsilon_{xy}} = -\frac{h}{4S} d_{66} . P.a.b \quad (\text{eq. 12})$$

Une fois  $d_{66}$  déterminé, le module de cisaillement G peut être calculé par la formule :

$$G_{xy} = \frac{12}{h^3 . d_{66}} \quad (\text{eq. 13})$$

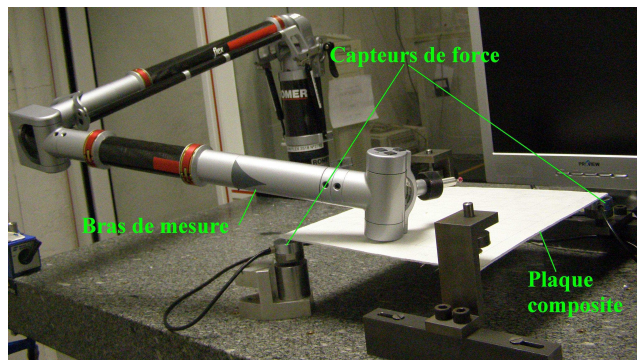


Fig. 8. Dispositif de l'essai anticlastique

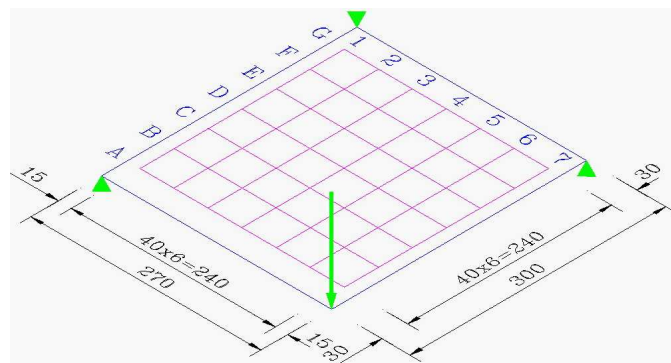


Fig. 9. Maillage de mesure

Les essais de flexion anticlastique se font avec les plaques appuyées sur les 3 appuis aux coins et la charge se situe au quatrième coin (Fig. 8). Toutes les mesures de déplacement des points sont réalisées par un bras de mesure optique avec la précision de  $\pm 41$  microns [16]. Le bras possède des avantages à savoir : la rotation infinie autour de 6 articulations, la communication sans fil, les capteurs avec contact à

déclenchement automatique. Le bras flexible permet de déterminer la position d'un point suivant  $x, y, z$  par rapport un repère fixe. Ainsi il est possible de mesurer la variation de position  $z$  d'un point situé dans un plan  $x - y$ .

Pour chaque cas de chargement, on mesure les déplacements des points de maillage de  $7 \times 7$  points (Fig. 9). En se basant sur les résultats expérimentaux, une fonction de déplacement ( $w$ ) est établie. Les formules (eq. 10) nous donnent les valeurs de déformation  $\mathcal{E}_{xy}$ . Enfin, le module de cisaillement  $G$  est obtenu en utilisant les équations (eq. 12) et (eq. 13). La figure (Fig. 10) nous présente les champs de déplacements de 4 types de plaque.

Au cours de l'exécution des essais, les erreurs dues aux mesures des déplacements sont inévitables. Il est donc nécessaire d'estimer l'effet de ces erreurs sur l'identification des termes de rigidité. Deux problèmes sont traités dans ce cas. Le premier est la sensibilité concernant la fonction utilisée pour exprimer le champ de déplacement de la plaque, car l'expression de  $w$  intervient dans le calcul des paramètres de rigidité (l'intégration et la dérivation de  $w$  dans les formules (eq. 9) et (eq. 10)). Le deuxième est la sensibilité concernant les erreurs de mesure. Une erreur simulée est introduite aux déplacements à chaque nœud du maillage. Dans ce cas, deux matériaux sont étudiés : une plaque en aluminium (un matériau homogène isotrope), et une plaque en composite à matrice cimentaire renforcée par tissu unidirectionnel de verre [90 0 90] – un matériau anisotrope.

Les fonctions de champ de déplacement choisies sont des polynômes de degré de deux à huit :

$$w_{(x,y)} = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + \dots + a_ix^n + a_{i+1}x^{n-1}y + \dots + a_{m-1}xy^{n-1} + a_my^n ; (n = 2 \div 8)$$

Les erreurs sont introduites de manière aléatoire à chaque point de mesure, et la manipulation est réalisée 22 fois. La figure (Fig. 11) présente les valeurs de module de cisaillement de la plaque en aluminium et également celle de composite correspondant aux polynômes de degré de 2 à 8 sans introduction d'erreur simulée.

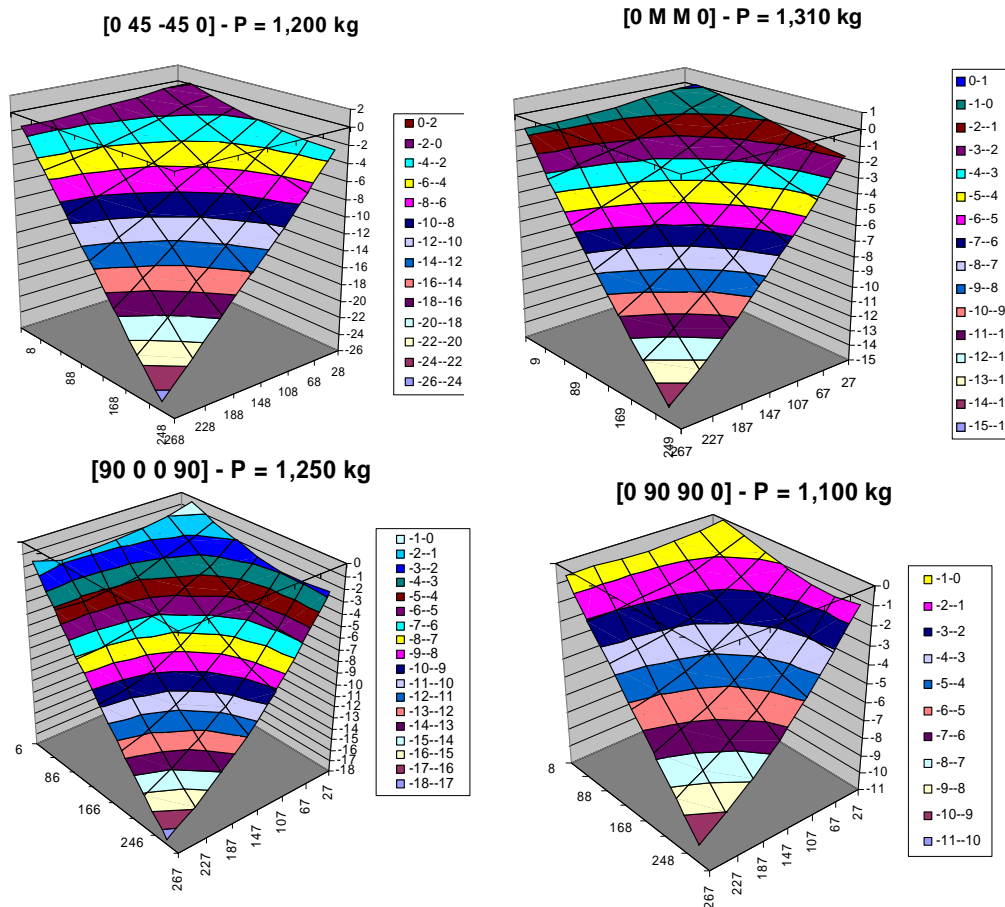


Fig. 10. Champs de déplacement des essais anticlastique

Trois niveaux d'erreur simulés introduits sont de 1%, de 2% et de 5%. C'est-à-dire, dans le cas d'introduction d'erreur de 1%, une valeur aléatoire considérée comme l'erreur simulée entre -1% et 1% est ajoutée au déplacement des points du maillage (pareil dans les cas de 2% et de 5%). Les modules de cisaillement correspondants à 22 simulations pour chaque valeur d'erreur simulée avec le degré de

polynôme variant de 2 à 8 sont calculés et comparés à ceux sans introduction d'erreur. Les écarts maximums et minimums parmi 22 simulations sont présentés dans le tableau (Tab. 6). On constate que plus le degré du polynôme est important, plus le calcul est sensible, notamment dans le cas du matériau anisotrope. Lorsque le degré est plus élevé, la fonction s'approche mieux aux valeurs des points de mesure, mais elle donne une forme plus compliquée, plus ondulée et plus différente à celle de la plaque. C'est pour cela que les erreurs des degrés de 6, 7 et 8 sont plus grandes. Donc, dans les calculs de module de cisaillement par l'essai anticlastique, on prendra un polynôme de degré 3.

n (degré)			2	3	4	5	6	7	8
[90 0 0 90]	1% d'erreur	Ecart Min	0.02	0.00	0.02	0.08	0.15	0.45	2.44
		Ecart Max	0.97	0.88	2.45	2.53	13.65	7.29	66.12
	2% d'erreur	Ecart Min	0.01	0.01	0.13	0.08	0.14	0.22	2.36
		Ecart Max	1.30	2.50	6.25	6.23	15.85	19.75	108473
	5% d'erreur	Ecart Min	0.21	0.01	0.51	0.02	0.16	0.57	17.92
		Ecart Max	3.84	6.63	11.20	13.15	114.47	82.25	3925.38
Aluminium	1% d'erreur	Ecart Min	0.02	0.01	0.12	0.13	0.07	0.01	0.84
		Ecart Max	0.55	0.75	2.58	2.91	12.49	11.32	73.02
	2% d'erreur	Ecart Min	0.10	0.02	0.12	0.33	1.24	0.06	0.32
		Ecart Max	1.89	1.75	4.88	5.10	18.20	32.16	84.73
	5% d'erreur	Ecart Min	0.02	0.20	0.66	0.28	0.13	0.24	1.85
		Ecart Max	4.19	4.63	8.93	11.90	71.13	74.97	1620.01

Tab. 6. Ecart maximums et minimums (%) de module de cisaillement correspondant à 1%, 2% et 5% d'erreur introduite

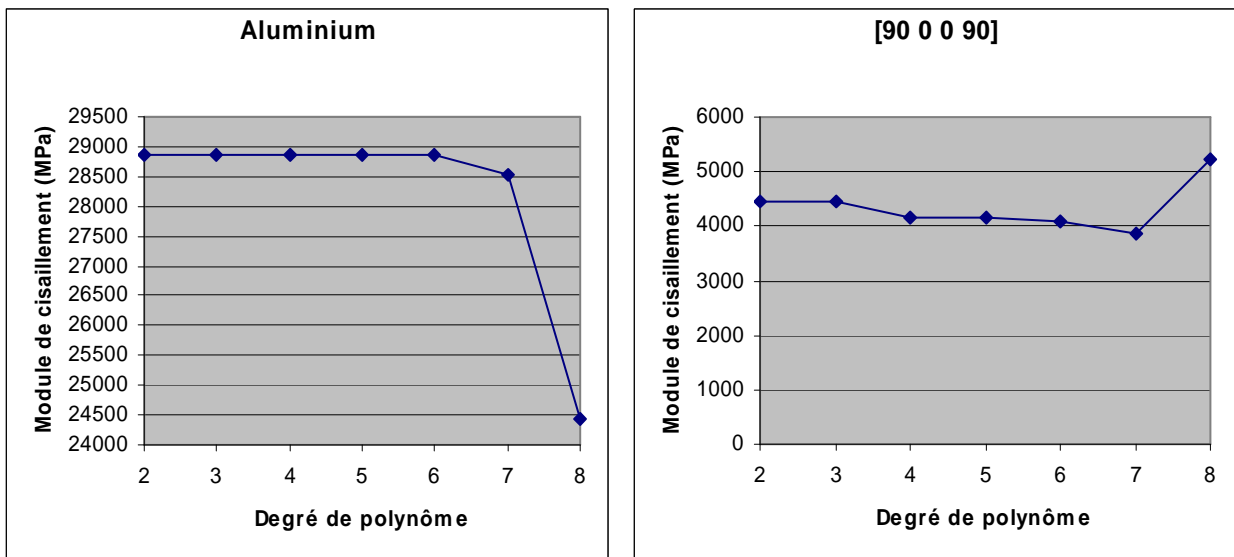


Fig. 11. Variation de module de cisaillement en fonction de degré de polynôme

Le (Tab. 7) se compose de valeurs de  $d_{66}$  et  $G$  calculées par la théorie classique des stratifiés en comparaison avec les valeurs expérimentales.

	Expérimental		Calcul		Ecart
	$d_{66}$ (N.m) <sup>-1</sup>	$G_{xy}$ (MPa)	$d_{66}$ (N.m) <sup>-1</sup>	$G_{xy}$ (MPa)	
[0 45 -45 0]	0.1199	4598	0.1118	4891	6.0%
[0 M M 0]	0.0594	6529	0.0752	5152	26.7%
[90 0 0 90]	0.0783	3460	0.0593	4339	20.3%
[0 90 90 0]	0.0645	3988	0.0612	4204	5.1%

Tab. 7. Comparaison entre calcul théorique et expériences des essais anticlastiques

## 4. Conclusion

Les résultats nous montrent que le comportement d'un composite à matrice cimentaire n'est pas élastique linéaire. Dans la 1<sup>ère</sup> zone et la 3<sup>ème</sup> ce comportement s'adapte à la loi de mélanges. De plus, il est possible d'appliquer la théorie des plaques stratifiées dans le cas des stratifiés de composite à matrice cimentaire. Cependant, la mesure de la 2<sup>ème</sup> zone est plus compliquée car la matrice cimentaire est une matrice fragile, la fissuration de la matrice est donc un phénomène imprévu et aléatoire.

La méthode d'identification en rigidité de la plaque par l'essai anticlastique donne des résultats acceptables pour le module de cisaillement, mais à cause de la sensibilité il faut un système de manipulation plus adapté pour l'obtention des autres termes de la matrice de rigidité en flexion, d'où la nécessité d'essais complémentaires [8].

### Référence bibliographique :

- [1] J. AVESTON, A. KELLY, « Theory of multiple fractures of fibrous composites ». *Journals of Materials Science*, Vol. 8, pp. 352-362, 1973.
- [2] J.M. BERTHELOT, « Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures ». 4<sup>o</sup> édition. Lavoisier, France, 2005. ISBN : 2-7430-0771-0.
- [3] D. BIGAUD, « Description géométrique pour la caractérisation mécanique multi-échelles de matériaux composites à renfort textiles 2D et 3D ». *Thèse de doctorat de l'Université Lyon I*, France, 1997.
- [4] P. BONNEL, « Modélisation géométrique et méthodes théorico-expérimentales d'identification des rigidités de composites à renforts textiles ». *Thèse de doctorat de l'Université Lyon I*, France, 1994.
- [5] H. CUYPERS, « Analysis and Design of sandwich panels with brittle matrix composite faces for building applications ». *Thèse de doctorat de l'Université Libre Bruxelles (Vrije Universiteit Brussel)*, Belgique, 2001.
- [6] H. CUYPERS, J. WASTIELS « Stochastic matrix-cracking model for textile reinforced cementitious composites under tensile loading ». *Materials and Structures*, Vol. 39, No. 8, pp. 777-786, 2006.
- [7] E. De BOLSTER « Conceptual design methodology for modular lightweight structures in cement matrix composites ». *Thèse de doctorat de l'Université Libre Bruxelles (Vrije Universiteit Brussel - VUB)*, Belgique - 2007.
- [8] A. FOUJNET, « Méthodes de caractérisation de matériaux anisotropes. Application aux bois ». *Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon*, France, 1980.
- [9] A. FOUJNET, C. SURRY et J.F. JULIEN, « Indirect identification for the elastic constants of orthotropic materials and their application to wood ». *Wood Science and Technology*, Vol 16, pp. 215-222, 1982.
- [10] M. GREDIAC « Mesure des rigidités de flexion de stratifiés minces anisotropes à l'aide d'essais sur plaques ». *Thèse de doctorat de l'Université Lyon I*, France, 1989.
- [11] M. GREDIAC, P.A. PARIS, « Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis: theoretical and numerical aspects ». *J. of Sound and Vibration*, 195(3), pp. 401-415, 1996.
- [12] M. GREDIAC, E. TOUSSAINT et F. PIERRON « Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 3. Application to the bending rigidities of anisotropic plates ». *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 40, pp.2401-2419, 2003.
- [13] G. VERCHERY, M. MANERA, J.J. MASSOT et al. « Manuel de calcul des composites verre-résine ». Pluralis, Paris, 1988. ISBN : 2-86216-015-6.
- [14] K. SYED-MUHAMMAD, E. TOUSSAINT, M. GREDIAC et al. « Characterization of composite plates using virtual fields method with optimized loading conditions ». *Composite Structures* Vol. 85, pp. 70-82, 2008.
- [15] SYMBION, « Le vubonite ». [en ligne] < [http://www.vubonite.com/Kernel/Index\\_MakeFrames\\_MR.asp](http://www.vubonite.com/Kernel/Index_MakeFrames_MR.asp) >
- [16] ROMER, « Bras de mesure portable serie FLEX ». [en ligne] < <http://fr.romer.com/bras-de-mesure-portable-serie-flex?Itemid=22> >.