



**HAL**  
open science

# Comportement en fatigue de structures épaisses en matériaux composites = Fatigue behaviour of thick composite structures

Nicolas Revest, Alain Thionnet, Jacques Renard, Laurent Boulay, Philippe Castaing

► **To cite this version:**

Nicolas Revest, Alain Thionnet, Jacques Renard, Laurent Boulay, Philippe Castaing. Comportement en fatigue de structures épaisses en matériaux composites = Fatigue behaviour of thick composite structures. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 10 p. hal-00390937

**HAL Id: hal-00390937**

**<https://hal.science/hal-00390937>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Comportement en fatigue de structures épaisses en matériaux composites

## *Fatigue behaviour of thick composite structures*

Nicolas Revest<sup>1</sup>, Alain Thionnet<sup>1,2</sup>, Jacques Renard<sup>1</sup>, Laurent Boulay<sup>3</sup>, Philippe Castaing<sup>3</sup>

1 : Centre des Matériaux P.M. Fourt  
Mines-ParisTech, CNRS UMR 7633, BP 87, F - 91003 Evry, Cedex  
e-mail : [nicolas.revest@ensmp.fr](mailto:nicolas.revest@ensmp.fr), [alain.thionnet@ensmp.fr](mailto:alain.thionnet@ensmp.fr), [jacques.renard@ensmp.fr](mailto:jacques.renard@ensmp.fr)

2 : Université de Bourgogne, Mirande, BP 47870, F - 21078, Dijon, France  
e-mail : [alain.thionnet@u-bourgogne.fr](mailto:alain.thionnet@u-bourgogne.fr)

3 : CETIM Nantes, 74 route de la Jonelière BP 82617, F - 44326 Nantes Cedex 3  
e-mail : [laurent.boulay@cetim.fr](mailto:laurent.boulay@cetim.fr), [philippe.castaing@cetim.fr](mailto:philippe.castaing@cetim.fr)

### Résumé

Ce travail traite de l'étude et la modélisation de l'endommagement par fissuration intra-laminaire dans les structures épaisses en matériaux composites sous chargements statiques et cycliques. La fissuration intra-laminaire est généralement le premier type de défaut rencontré au niveau macroscopique dans les composites stratifiés. Bien qu'elle ne soit pas catastrophique pour l'intégrité de la structure, la fissuration peut être à l'origine d'autres types de défauts beaucoup plus néfastes.

Des essais de traction quasi-statiques et cycliques nous ont permis de mettre en évidence les caractéristiques de l'endommagement, notamment la fissuration intra-laminaire ainsi que les chutes de rigidité dues à l'apparition des fissures.

La modélisation proposée est basée sur la Mécanique de l'Endommagement. Elle permet de décrire l'évolution de la fissuration ainsi que les chutes de rigidité associées. Le comportement du pli est supposé élastique endommageable. La loi d'évolution est écrite à l'aide de variables locales ce qui la rend totalement indépendante de la géométrie de la structure et du chargement extérieur. Le modèle écrit et identifié dans le cas d'éprouvettes droites est ensuite appliqué et validé sur une plaque trouée.

### Abstract

This study deals with analysis and modelling of intra-laminar matrix cracking in fibre reinforced composites under monotonic and cyclic loadings. Intra-laminar cracking is generally the first defect to appear at the mesoscopic scale. Although it is not catastrophic for the integrity of the structure, it is the cause of other defects which are more critical.

Tensile tests were conducted under monotonic and cyclic loading to analyse the damage characteristics and loss of stiffness caused by apparition of defects.

We present a continuum damage model which describes the evolution of crack density and the degradation of mechanical properties. The ply behaviour is elastic damageable. The damage evolution law is written with local variable in the way to be independent from the structure geometry and external loadings. The model written and identified from plate samples is applied and validate with an open hole structure.

**Mots Clés** : endommagement, fissuration, fatigue, modélisation

**Keywords** : damage, matrix cracking, fatigue, modelling

## 1. Introduction

L'utilisation croissante de structures épaisses (>3-4mm) en matériaux composites stratifiés (fuselages, voilures aéronautiques, pièces navales et ferroviaires...) susceptibles de reprendre des efforts importants nécessite un dimensionnement approprié de ces pièces. Bien qu'il existe différents mécanismes d'endommagement au sein de ce type de matériau (décohésion fibre/matrice, fissuration, délaminage, ruptures de fibres), la fissuration intra-laminaire est généralement le premier macro-défaut à apparaître dans les composites stratifiés à plis croisés. La fissuration intra-laminaire, sous chargements monotones ou cycliques, a été largement étudiée [1-5]. Ce type de défaut se présente sous la forme d'un réseau de fissures planes parallèles aux fibres qui apparaissent dans les plis les plus désorientés par rapport à l'axe des sollicitations. La cinétique de fissuration dépend des constituants (orientations des fibres, séquence d'empilement, épaisseur des plis...). La fissuration apparaît relativement tôt dans la vie du stratifié et, bien qu'elle ne soit en principe pas catastrophique pour l'intégrité de la structure, elle est à l'origine d'autres types de défaut (délaminage, rupture de fibres) beaucoup plus néfastes. Dès lors, il devient important de pouvoir prédire l'apparition et l'évolution de la fissuration et le comportement d'une structure soumise à des chargements monotones ou cycliques, notamment en termes de tolérance aux dommages.

Dans ce contexte, les objectifs de ce travail sont multiples. Dans un premier temps, on présente une analyse expérimentale de la fissuration intra-laminaire dans un composite carbone/époxy. Ces essais ont pour objectifs :

- (i) l'étude des paramètres physiques (chargement, état de contrainte local) et structuraux (séquence d'empilement, épaisseur des plis, orientation des plis) qui pilotent la fissuration
- (ii) l'identification d'une variable caractéristique permettant de caractériser la fissuration

Nous proposons ensuite une modélisation de la fissuration intra-laminaire, basée sur le modèle de Thionnet et Renard [6] à partir des travaux de Talreja [7] étendu au cas des structures épaisses. Les différents essais effectués nous servent de base à l'écriture et l'identification des lois d'évolution de la fissuration en statique et en fatigue. Le reproche que l'on peut faire à l'écriture classique des lois d'évolution traduisant l'endommagement en fatigue, est de faire intervenir explicitement le chargement extérieur au travers, notamment, du rapport de charge  $R=F_{\min}/F_{\max}$ . Si cela ne pose pas de problème dans le cas uni-axial, en revanche, dès lors que l'on introduit de la multi-axialité (due au chargement ou à la géométrie de la structure) le rapport  $R$  peut varier en chaque point de la structure du fait des redistributions de contraintes. Ainsi, on propose une loi d'évolution de l'endommagement en fatigue écrite à l'aide de variables locales, dans laquelle le chargement extérieur n'intervient pas explicitement. Le modèle, identifié dans le cas d'une éprouvette droite, sera appliqué et validé dans le cas d'une plaque trouée qui constitue une structure relativement courante dans les fuselages aéronautiques par exemple.

## 2. Etude expérimentale de la fissuration intra-laminaire

### 1.1 Matériau et procédures expérimentales

Le matériau utilisé est un composite unidirectionnel carbone/époxy. Le pli unidirectionnel présente une épaisseur de 0.3mm et un taux de fibre de 38%. Les résultats des essais de traction monotone dans les directions longitudinales et transverses et de charge/décharge à 45° effectués sur le stratifié unidirectionnel sont présentés *Fig. 1*. Dans la suite nous considérerons le comportement du pli comme élastique endommageable.

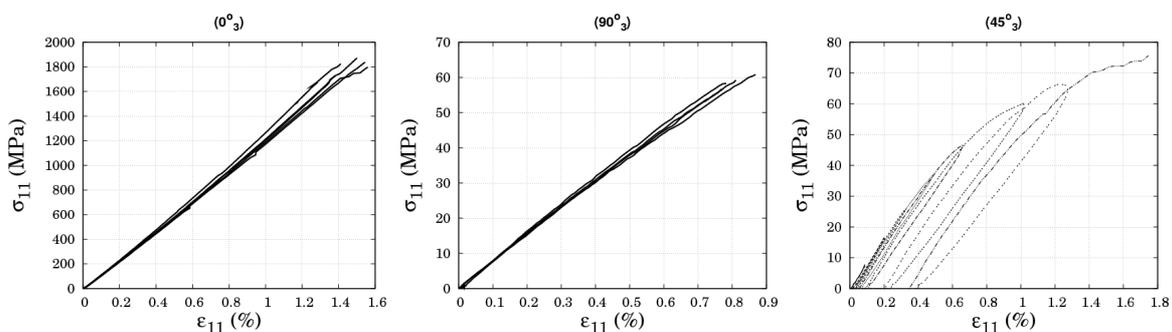


Fig. 1 : . Essais de charge/décharge sur le pli unidirectionnel dans les sens longitudinal, transverse et à 45°

Des stratifiés de type  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$ ,  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$  ont été élaborés à partir de pré-imprégné. Ces séquences nous ont permis d'étudier l'influence de l'épaisseur du pli ainsi que l'orientation des fibres sur la cinétique de fissuration. Les séquences  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$  permettent notamment d'étudier l'apparition des fissures dues au cisaillement.

Tous les essais se sont déroulés à température ambiante (23°C). Chaque éprouvette était équipée d'un extensomètre afin de mesurer l'allongement longitudinal. L'observation de l'endommagement se fait par une analyse optique in-situ du bord libre de l'éprouvette préalablement poli à l'aide d'une caméra numérique CCD équipée d'un zoom optique.

Les essais de traction quasi-statique sont effectués sur une machine de traction électromécanique INSTRON équipée d'une cellule de charge de 10000 daN. Le pilotage des essais est fait en charge. Afin de faciliter l'observation, l'analyse de l'endommagement se fait au cours d'un essai de charge/décharge avec augmentation de la charge à chaque palier.

Les essais de traction cyclique sont effectués sur une machine de traction hydraulique MAYES équipée d'une cellule de charge de 20000 daN à une fréquence de 1Hz et un rapport de charge  $R=0.1$ . Le pilotage se fait en charge suivant un signal sinusoïdal. La machine est arrêtée régulièrement à fin de pouvoir effectuer les observations sur le bord libre de l'éprouvette. Chaque séquence est testée pour trois niveaux de chargement : 40%, 50% et 60% de la contrainte à rupture du stratifié.

## 1.2 Résultats expérimentaux

Le premier mécanisme d'endommagement observé dans les différents stratifiés testés est la fissuration intra-laminaire. Les fissures apparaissent dans les plis à  $90^\circ$  pour les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$  et dans les plis à  $\pm 45^\circ$  et  $\pm 55^\circ$  respectivement pour les séquences  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$ .

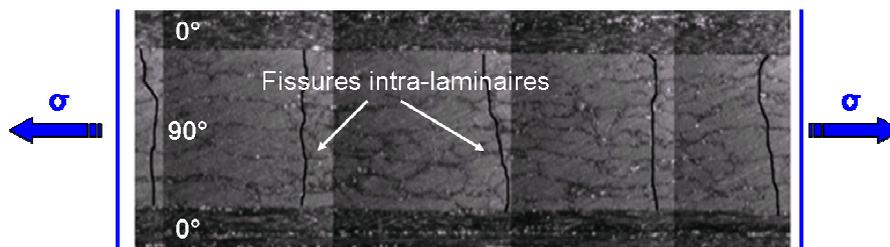


Fig. 2 : Réseau de fissures intra-laminaires dans la couche à  $90^\circ$  d'un stratifié  $(0^\circ_3/90^\circ_3)_s$  sollicité en traction uni-axiale

Sous l'effet d'un chargement quasi-statique, les fissures se multiplient et se propagent quasi-instantanément dans la l'épaisseur du pli et la largeur de l'éprouvette (Fig. 2). Les fissures se multiplient avec l'augmentation du chargement jusqu'à atteindre un état de saturation où aucune nouvelle fissure ne peut plus apparaître. A ce stade, la distance inter-fissures est alors homogène sur toute la longueur de l'éprouvette. On constate alors l'apparition de délaminage initié notamment en tête de fissures. En revanche, le délaminage apparaît beaucoup plus tôt au sein des stratifiés  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$  ce qui a pour conséquence de ralentir l'apparition des fissures. Cela peut expliquer entre autres le fait que l'on observe très peu de fissures avant la rupture pour ces deux séquences.

La figure 3 présente l'évolution de la densité de fissures et la chute de rigidité associée en fonction de la contrainte appliquée pour les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$ . Les fissures se développent dans la couche à  $90^\circ$  pour chaque empilement. La densité de fissuration à saturation est inversement proportionnelle à l'épaisseur du pli fissuré. De même, on constate que plus l'épaisseur du pli fissuré est grande plus la chute de rigidité est importante. Enfin, la chute de rigidité débute pour un niveau de contrainte correspondant à l'apparition des premières fissures, ce qui laisse penser que cette dégradation des propriétés mécaniques est directement liée à la fissuration.

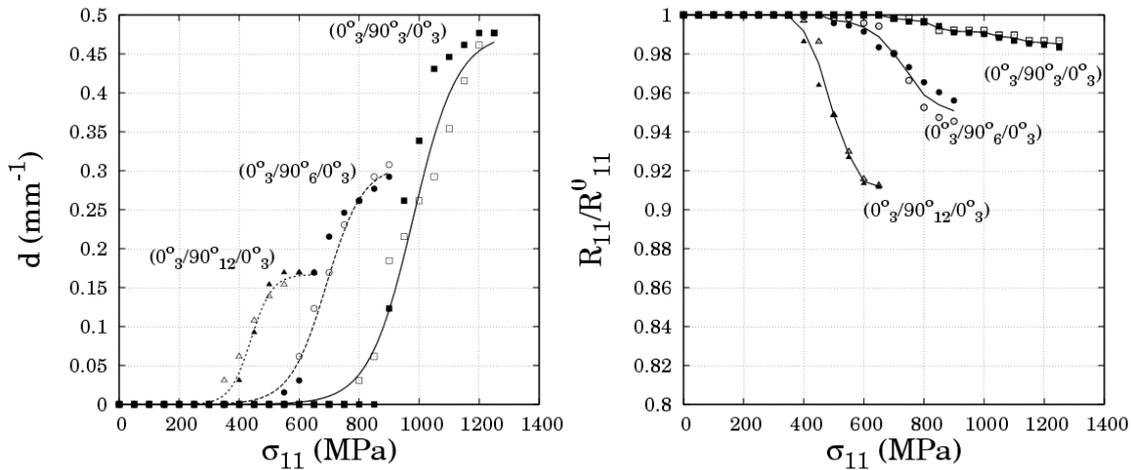


Fig. 3. Evolution de la densité de fissures dans la couche à 90° et de la rigidité résiduelle pour les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$  sous chargements quasi-statiques

Sous l'effet d'un chargement cyclique le phénomène est comparable à la différence que les fissures sont créées par l'accumulation des cycles de sollicitations et non pas par l'augmentation du chargement. Là encore, la fissuration atteint un état caractéristique à partir duquel le nombre de fissure n'évolue plus. L'état de saturation est indépendant du niveau de chargement. C'est une caractéristique qui dépend du matériau et de la séquence d'empilement. Enfin, observe également l'apparition de délaminage. Ce dernier apparaît en tête de fissure après que l'état de saturation soit atteint dans le cas du  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$ . En revanche, comme dans le cas quasi-statique, il apparaît plus tôt dans la vie du stratifié pour les séquences  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$ .

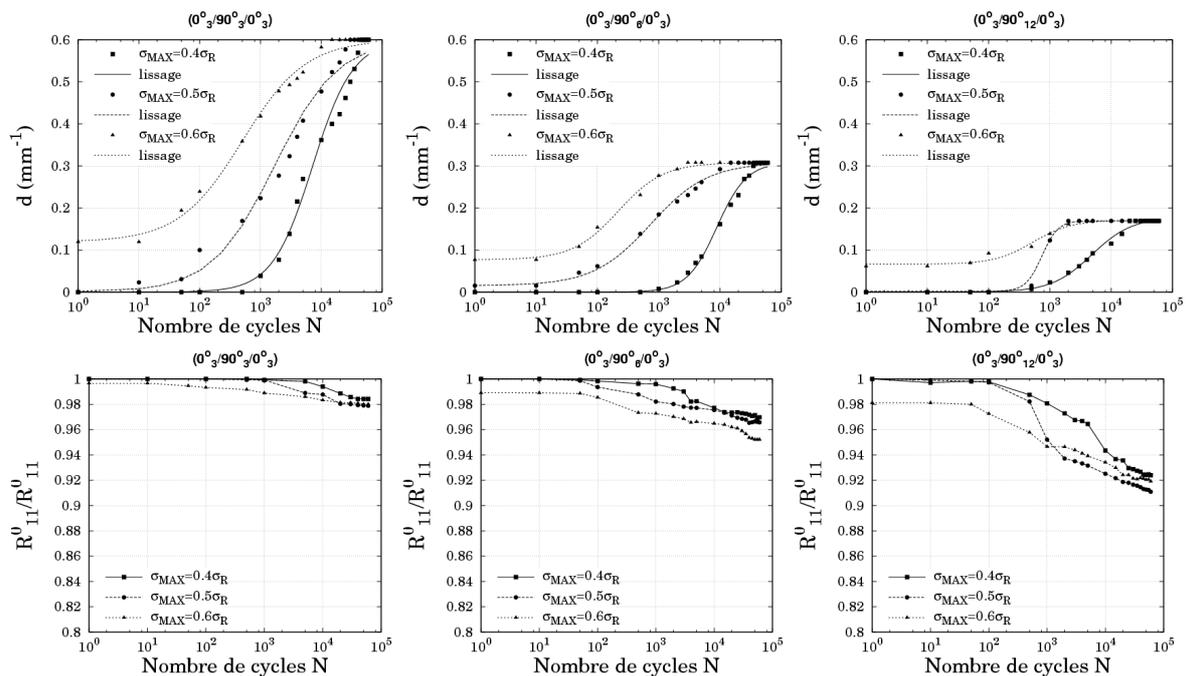


Fig. 4. Evolution de la densité de fissures dans la couche à 90° et de la rigidité résiduelle pour les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$  sous chargements cycliques

Nous avons montré, qu'il existe une densité de fissures caractéristique à partir de laquelle la fissuration n'évolue plus. Or, cette caractéristique peut s'avérer intéressante pour le dimensionnement d'une structure dans la mesure où cet état caractéristique est atteint bien avant la durée de vie maximal du stratifié dans le cas des chargements cycliques. De plus, la fissuration n'est pas catastrophique pour l'intégrité d'une structure mais elle est à l'origine d'autre type d'endommagement. Lorsque l'état de saturation est atteint, il est alors envisageable de considérer le matériau fissuré comme un matériau sain dans lequel vont se développer les autres types d'endommagement. Dès lors, il est important de pouvoir prédire l'apparition des fissures, l'état de saturation et les dégradations que cela entraîne sur les propriétés mécaniques afin de

connaître les caractéristiques mécaniques du matériau endommagé. Ainsi, on propose dans ce qui suit un modèle d'endommagement par fissuration intra-laminaire.

### 3. Modélisation de l'endommagement

Au regard des observations précédentes nous pouvons dégager les conditions à satisfaire afin de modéliser au mieux le phénomène. Ainsi, une modélisation du comportement d'un matériau fissuré devra être écrite en tenant compte :

- (c1) : des discontinuités dans les relations contraintes/déformations ;
- (c2) : de l'anisotropie induite par l'endommagement ;
- (c3) : des chutes de rigidité induite par l'endommagement ;
- (c4) : de l'activation/désactivation de l'endommagement.

La modélisation doit également respecter les principes de la physique et de la mécanique, c'est-à-dire que le modèle doit être :

- (c5) : S-invariant (où S représente le groupe de symétries matérielles du matériau) ;
- (c6) : objectif (ne dépend pas du référentiel d'observation) ;
- (c7) : en accord avec le second principe de la thermodynamique.

De plus la répartition des défauts étant homogène, on choisit de se placer dans le cadre de la Mécanique de l'Endommagement et donc de remplacer le matériau endommagé par un matériau homogène équivalent. Le modèle est écrit à l'échelle du pli (échelle mésoscopique). On se place sous l'hypothèse des petites perturbations. Enfin nous supposons que l'endommagement est insensible aux effets de vitesse et qu'il n'y a pas de frottement entre les lèvres de fissures. Dans une première approche, nous supposons que les défauts générés par les chargements monotones ou cycliques sont physiquement et géométriquement identiques. Cette hypothèse nous permet d'avoir une modélisation unique pour les deux cas. La différence réside uniquement dans l'écriture de la loi d'évolution de l'endommagement.

La fissuration est décrite et quantifiée à l'échelle du pli par une variable définie à partir de grandeurs physiques de ce défaut, notée  $\alpha$  :  $\alpha = e \times d$  où  $e$  et  $d$  représentent respectivement l'épaisseur du pli fissuré et la densité de fissure. Ce choix de s'affranchir de l'effet d'épaisseur observé expérimentalement. Sa variable associée est notée  $A$ . On définit deux autres variables internes  $m$  et  $r$  pour décrire la géométrie des fissures.

- $m$ , issue de la notion de mode en Mécanique de la Rupture, décrit le mode d'ouverture des fissures et prend des valeurs comprise entre 1 et 2 :
  - $m=1$  les fissures s'ouvrent mais ne sont pas cisillées
  - $m=2$  les fissures sont cisillées mais ne s'ouvrent pas
  - $1 < m < 2$  correspond à la configuration intermédiaire
- $r$  permet de quantifier l'ouverture des fissures

Les variables duales de  $m$  et  $r$  sont respectivement notées  $M$  et  $R$ . Enfin, le tenseur de déformations  $\epsilon$  dont la variable associée est le tenseur des contraintes  $\sigma$  complète la description de l'état du matériau.

Enfin dans le but de décrire la direction de l'endommagement on propose une description vectorielle des fissures. L'analyse expérimentale montre que la direction des fissures est indépendante du chargement. Ainsi la description vectorielle se décompose en deux termes  $f$  et  $U$  représentant respectivement la quantité d'endommagement et la direction de l'endommagement:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_T(\alpha, m, r) \\ V_N(\alpha, m, r) \\ 0 \end{pmatrix} = f(\alpha) \times \begin{pmatrix} U_T(m, r) \\ U_N(m, r) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{ep. 1})$$

Précisons toutefois que le vecteur  $\vec{V}$  n'est pas une variable d'état mais une variable intermédiaire qui aide à l'écriture de la fonction d'état.

Afin d'écrire une loi d'évolution de l'endommagement sous chargement quasi-statiques, on construit un potentiel thermodynamique  $\psi$  (eq. 2). La théorie des invariants [8] permet d'écrire ce potentiel de manière

à ce qu'il respecte les symétries du matériau et qu'il conduise à des processus thermodynamiquement admissibles.

$$\psi = \psi(\varepsilon, \alpha, m, r) = \psi(\varepsilon, \vec{V}(\alpha, m, r)) = \varphi^0(\varepsilon) + \varphi^T(\varepsilon, V_T) + \varphi^N(\varepsilon, V_N) + \varphi^{NT}(\varepsilon, V_N, V_T) \quad (\text{eq. 2})$$

Par analogie avec la loi de comportement on définit la variable A duale de  $\alpha$  :

$$A = \frac{\partial \psi(\varepsilon, \alpha, m, r)}{\partial \alpha} \quad (\text{eq. 3})$$

Enfin, on écrit un critère d'amorçage :

$$c = A^c(\alpha, m, r) - A(\varepsilon, \alpha, m, r) \leq 0 \quad (\text{eq. 4})$$

Finalement, en écrivant que durant la phase d'endommagement on a  $c = 0$  et  $dc = 0$ , on en déduit la loi d'évolution (eq. 5) :

$$d\alpha = \frac{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varepsilon \partial \alpha} d\varepsilon + \left( \frac{\partial A^c}{\partial m} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha \partial m} \right) dm + \left( \frac{\partial A^c}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha \partial r} \right) dr}{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial A^c}{\partial \alpha}} \quad (\text{eq. 5})$$

L'identification du seuil critique nécessite la donnée de courbes expérimentales donnant la densité de fissure en fonction du chargement appliqué. La dépendance des seuils vis-à-vis des variables  $m$  et  $r$  permet de tenir compte du fait que l'énergie nécessaire pour créer une fissure dépend du mode de chargement. Nous faisons toutefois l'hypothèse que l'influence de  $r$  est négligeable par rapport à celle de  $m$ . On a donc besoin de renseignements expérimentaux où la densité de fissure est relevée pour des plis soumis à des valeurs différentes de  $m$ . Ainsi, nous utiliserons les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$ ,  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  qui donnent des valeurs de  $m$  respectivement de 1, 1,523 et 1,928. La figure 5 présente les résultats de l'identification.

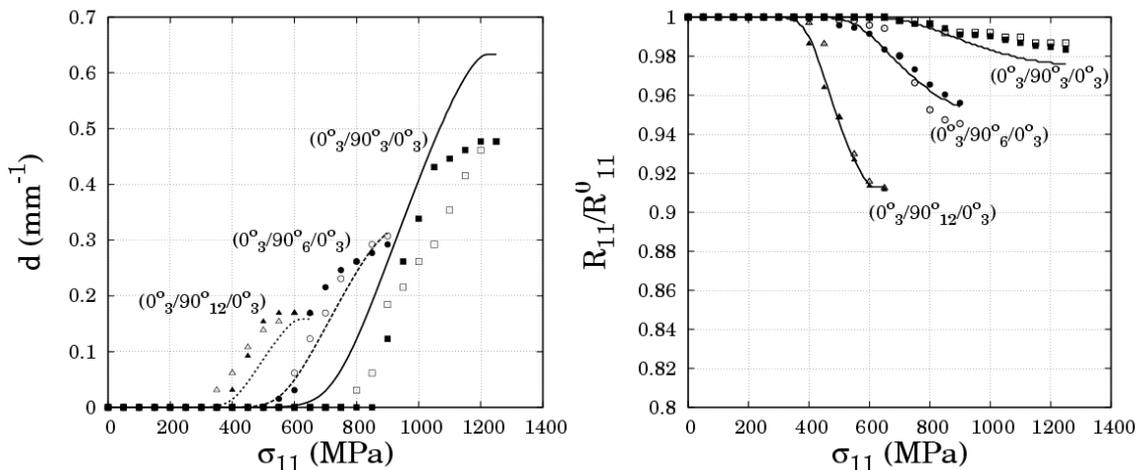


Fig. 5. : Résultat de l'identification sur les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$

#### 4. Ecriture de la loi d'évolution de l'endommagement en fatigue

Le reproche que l'on peut faire à l'écriture classique des lois d'évolution traduisant l'endommagement en fatigue, est de faire intervenir explicitement le chargement extérieur au travers, notamment, du rapport de charge  $R$ . Si cela ne pose pas de problème dans le cas uni-axial, en revanche, dès lors que l'on introduit de la multi-axialité (due au chargement ou à la géométrie de la structure) le rapport  $R$  peut varier en chaque point de la structure du fait des redistributions de contraintes. Or si une le comportement du matériau dépend de facteurs qui lui sont extérieurs, la loi d'évolution ne peut avoir de caractère intrinsèque. Ainsi, on propose une loi d'évolution de l'endommagement en fatigue écrite à l'aide de variables locales, dans laquelle le chargement extérieur n'intervient pas explicitement.

L'idée consiste à étendre au cas de la fatigue l'écriture du seuil critique  $A^c$  développée dans le cas quasi-statique. On rappelle que l'on considère que l'endommagement est physiquement et géométriquement identique en statique et en fatigue. Ainsi, on décide de le faire dépendre non seulement de  $\alpha$  mais aussi de paramètres décrivant le chargement local ( $R, f, \sigma_{\max}$ ). Il est tout à fait possible de choisir d'autres grandeurs comme l'amplitude ou la valeur moyenne du chargement. Toutefois les résultats expérimentaux montrent que c'est le chargement maximal qui a le plus d'influence sur la cinétique de fissuration. Le seuil critique s'écrit donc  $A_f^c = A_f^c(\alpha, R, f, \sigma_{\max})$  et pour  $N=1$  on retrouve le seuil quasi-statique.

L'équation du critère d'endommagement reste inchangée par rapport à l'approche quasi-statique :

$$f = A^c(\alpha, R, f, \sigma_{\max}, m, r) - A(\varepsilon, \alpha, m, r) \leq 0 \quad (\text{eq. 6})$$

La loi d'évolution se déduit en écrivant, toujours comme dans le cas quasi-statique, que l'on est et que l'on reste sur le seuil lors de la phase d'endommagement (i.e.  $f=0$  et  $df=0$ ). Finalement, la loi d'évolution s'écrit :

$$d\alpha = \frac{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varepsilon \partial \alpha}}{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial A^c}{\partial \alpha}} d\varepsilon + \frac{\frac{\partial^2 A_f^c}{\partial \varepsilon \partial \alpha}}{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial A^c}{\partial \alpha}} dN + \frac{\left( \frac{\partial A^c}{\partial m} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha \partial m} \right)}{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial A^c}{\partial \alpha}} dm + \frac{\left( \frac{\partial A^c}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha \partial r} \right)}{\frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial A^c}{\partial \alpha}} dr \quad (\text{eq. 7})$$

On retrouve dans cette formulation un terme lié aux accroissements de déformations qui tient compte d'un endommagement statique, tandis que celui lié aux accroissements du nombre de cycle est purement un effet de fatigue.

Cette formulation est basée sur l'utilisation de grandeurs locales. Aussi, dans le cas d'une structure complexe dans laquelle l'état de contrainte n'est pas homogène, il est nécessaire de connaître l'état de contrainte et d'endommagement en chaque point de la structure. Certaines zones sont susceptibles de s'endommager plus rapidement que d'autres. Ainsi, on accède à l'état de contrainte local par un calcul par éléments finis. Ensuite, par un post processeur externe au code de calcul par éléments finis, on intègre la loi d'évolution en chaque point de Gauss. L'augmentation de l'endommagement entraîne une redistribution de l'état de déformation (contrainte) qu'il est difficile de prévoir notamment dans le cas multiaxial. Il est donc important de vérifier que l'augmentation de l'endommagement à l'issue de l'intégration de la loi de fatigue n'entraîne pas une variation du champ de déformations (ou de contraintes) trop importante. Ainsi, on se fixe un critère (eq. 8) afin de vérifier la cohérence du calcul.

$$c(\varepsilon(N_1), \varepsilon(N_2), M) = \sum_{ij} \frac{\int_0^{T^{(ij)}(M)} |\varepsilon(M, t, N_2) - \varepsilon(M, t, N_1)| dt}{\int_0^{T^{(ij)}(M)} |\varepsilon(M, t, N_2)| dt} - c_{MAX} \leq 0 \quad (\text{eq. 8})$$

L'algorithme utilisé pour calculer une structure en fatigue est présentée dans la figure 6. Le principal avantage de cette stratégie est de limiter les temps de calculs. En effet, le calcul mécanique par élément finis n'est effectué que tous les  $\Delta N$  cycles.

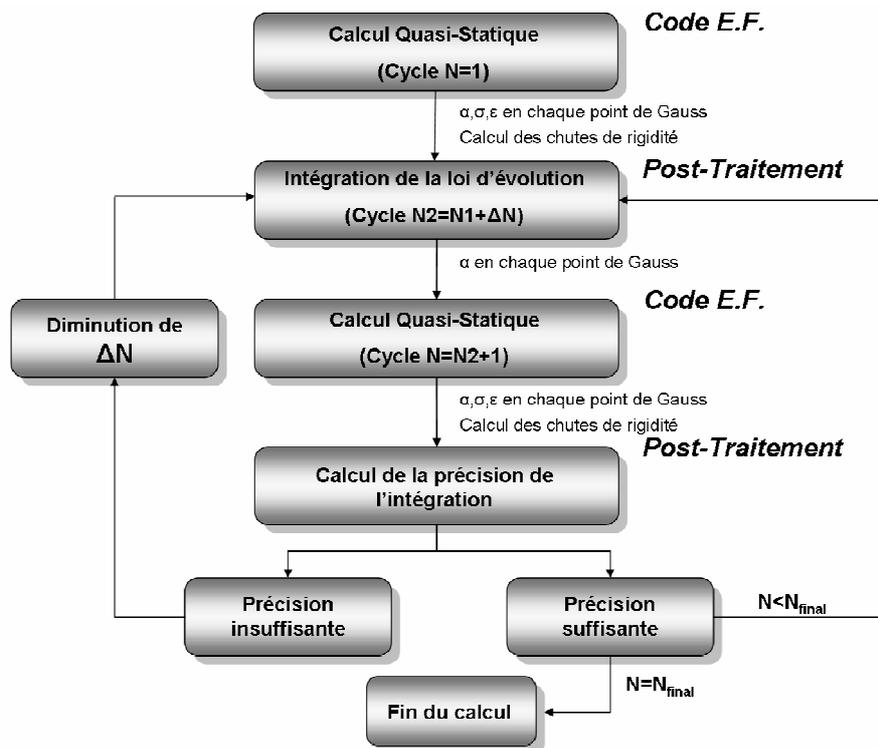


Fig. 6. : Algorithme de calcul en fatigue

Le processus d'identification en fatigue est comparable au cas statique. Il consiste à utiliser  $A_f(\varepsilon, \alpha, m, r)$  pour calculer le seuil critique  $A_f^c$ . La différence réside principalement dans le fait qu'il y a plusieurs seuils à identifier (dans l'absolu autant que de cycles). Nous utiliserons donc les résultats des essais expérimentaux réalisés sur les séquences  $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$ ,  $(0^\circ_3/+45^\circ_3/-45^\circ_3)_s$  et  $(0^\circ_3/+55^\circ_3/-55^\circ_3)_s$ , pour trois niveaux de chargement (40%, 50% et 60%) de la contrainte à rupture. La figure 7 présente les résultats de l'identification sur la séquence  $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$

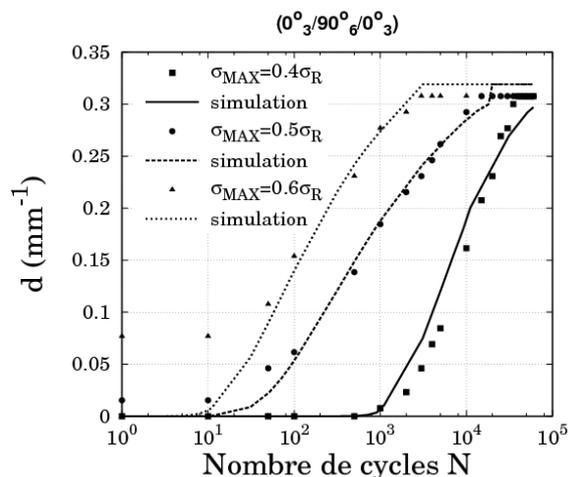


Fig. 7. : Résultat de l'identification en fatigue sur la séquence  $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$

## 5. Application du modèle dans le cas d'une plaque trouée

On propose dans cette dernière partie une application du modèle dans le cas d'une éprouvette trouée. La plaque à trou est en fait une géométrie relativement récurrente dans les structures industrielles comme les panneaux de fuselage par exemple. Or le trou est un concentrateur de contraintes qui peut favoriser l'apparition d'endommagement. Il apparaît donc important de pouvoir prédire l'évolution de l'endommagement dans ce type de structure. Pour répondre à cette nouvelle problématique, Un montage expérimental a été développé afin de pouvoir observer la fissuration à l'intérieur du trou été. Il se compose

d'un miroir orienté à 45° par rapport à l'axe du trou qui va réfléchir l'image du bord libre du trou vers la caméra (Figure 8). Le miroir est monté sur une platine qui permet un déplacement dans les trois directions et une rotation autour de l'axe défini par son support. Ainsi il est possible d'observer tout le périmètre du trou sur toute l'épaisseur de l'éprouvette.

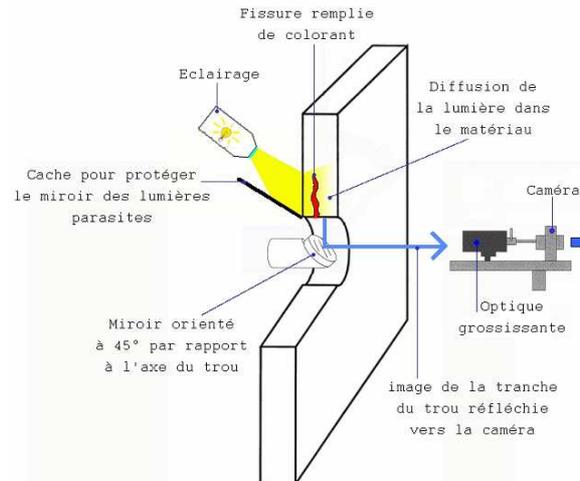


Fig. 8. : Schéma du dispositif expérimental pour l'observation de l'endommagement au sein d'un trou

La figure 9 représente le bord libre à l'intérieur du trou. On constate que le trou a joué son rôle de concentrateur de contraintes favorisant l'apparition de fissures dans une zone comprise entre +45° et -45°.

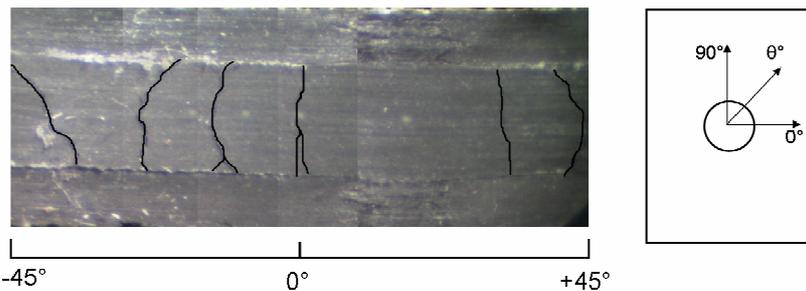


Fig. 9. : Réseau de fissures à l'intérieur d'un trou de diamètre 8mm dans une éprouvette trouée de séquence (0°<sub>3</sub>/90°<sub>6</sub>/0°<sub>3</sub>) soumise à un chargement quasi-statique  $\sigma_{max}=0.4 \sigma_R$

La figure 10 représente la carte de densité de fissures simulée sur le bord libre à l'intérieur du trou. On constate une bonne corrélation entre la zone fissurée prédite par la simulation et la fissuration observée expérimentalement.

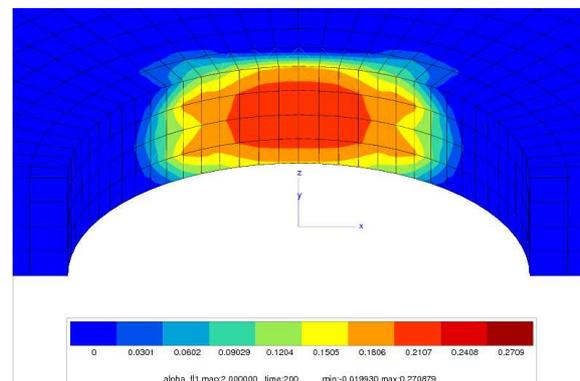


Fig. 10. : Simulation de la densité de fissures à l'intérieur d'un trou de diamètre 8mm dans une éprouvette trouée de séquence (0°<sub>3</sub>/90°<sub>6</sub>/0°<sub>3</sub>) soumise à un chargement quasi-statique  $\sigma_{max}=0.4 \sigma_R$

## 6. Conclusion

L'analyse expérimentale de l'endommagement par fissuration sous sollicitations quasi-statiques et cycliques nous a permis de mettre en évidence des caractéristiques importantes de ce mécanisme d'endommagement (effet d'épaisseur, état de saturation ...). Ces observations ont servi de base à l'écriture d'un modèle d'endommagement par fissuration intra-laminaire. Le modèle, écrit à l'échelle du pli, est développé dans un premier temps dans le cas de chargement quasi-statiques. Il permet de décrire l'évolution de la fissuration et les dégradations des propriétés mécaniques dues à l'apparition des fissures. Ensuite, en supposant que l'endommagement en fatigue est similaire au cas quasi-statique on peut étendre le modèle au cas de la fatigue. Afin de pouvoir appliquer le modèle au cas d'une structure complexe dans laquelle l'état de contrainte n'est pas homogène, on propose un post-processeur qui vient se coupler à un code de calcul par élément finis. Finalement, le modèle est appliqué au cas d'une plaque à trou.

Ce travail a été réalisé dans le contexte du LAMPC (Laboratoire d'Analyse des Matériaux Polymères et des Composites), laboratoire commun entre le CETIM de Nantes et le Centre des Matériaux de l'Ecole des Mines de Paris.

## Références

- [1] K.W Garret, J.E. Bailey, « Multiple transverse fractures in 90° cross-ply laminates of a glass fibre reinforced polyester », *Journal of Material Science*, Vol. 112, pp. 157-168.
- [2] K.L. Reifsnider, « Some fundamental aspects of fatigue and fracture response of composite materials », *Proceedings of the 14th Meeting of Society of Engineering Science*, pp 373-384.
- [3] I.M. Daniel, A. Charewicz, « Fatigue Damage Mechanisms and Residual Properties of Graphite/Epoxy Laminates », *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 25(5/6), pp. 793-808, 1986
- [4] Manders P.W., Chou T.W., Jones F.R., Rock J.W., « Statistical analysis of multiple fracture in 0/90/0 glass fibre/epoxy resin laminates », *Journal of Materials Science*, Vol. 18, pp. 2876-2889, 1983
- [5] Parvizi A., Garret K.W., Bailey J.E., « Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates », *Journal of Materials Science*, Vol. 13, pp. 195-201, 1978
- [6] A. Thionnet, J. Renard, « Modelling unilateral damage effect in strongly anisotropic materials by the introduction of the loading mode in damage mechanics ». *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 36, pp.4269-4287, 1999.
- [7] R. Talreja, « Stiffness properties of composite laminates with matrix cracking and interior delamination ». *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 25, pp.751-762, 1986.
- [8] A. Thionnet, C. Martin « constructive method using the theory of invariants to obtain material behavior laws », *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43(2), pp. 325-345, 2006