



**HAL**  
open science

## Analyse, illustration et validation d'une approche " virtual testing "

Gilles Lubineau, Pierre Ladevèze, Camille Le Mauff

► **To cite this version:**

Gilles Lubineau, Pierre Ladevèze, Camille Le Mauff. Analyse, illustration et validation d'une approche " virtual testing ". JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 9 p. hal-00390597

**HAL Id: hal-00390597**

**<https://hal.science/hal-00390597>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Analyse, illustration et validation d'une approche « virtual testing »

## *Analysis, illustration and validation of a « virtual-testing » like approach*

Gilles Lubineau<sup>1</sup>, Pierre Ladevèze<sup>1</sup> et Camille Le Mauff<sup>1</sup>

1 : LMT-Cachan  
ENS Cachan / Université Paris 6 / CNRS / UniverSud Paris  
61 Avenue du Président Wilson  
94235 Cachan Cedex, France

### Résumé

L'approche développée au LMT-Cachan depuis quelques années a pour objectif de construire un outil prédictif pour la dégradation des composites stratifiés, intégralement exprimé dans le cadre de la mécanique de l'endommagement, mais en grande partie basé sur des considérations micromécaniques. Nous présentons ici un bilan de ce type d'approche, à partir d'une implémentation complète réalisée dans un code de calcul commercial, Abaqus/Standard. Après quelques rappels, nous illustrons la capacité de ce modèle à reproduire des résultats expérimentaux classiques qui sont à l'heure actuelle encore inaccessibles à bon nombre de modèles : effet d'échelle sur éprouvettes trouée et indentation statique. L'utilisation pratique, en environnement commercial, de ce type d'approche nécessite cependant de faire quelques compromis par rapport au modèle complet. Les limitations et travaux nécessaires pour obtenir des résultats robustes, en particulier en ce qui concerne la localisation, sont discutés et placés en perspectives.

### Abstract

The modelling choice at the LMT-Cachan since a couple of years aims to define a meso scale damage mesomodel, partially based on results from micromechanics. Here, we provide as an overview, a summary of this approach based on numerical developments within a commercial environment: Abaqus/Standard. First, we proceed with a brief recall. Then, the potential of this model is highlighted through several classical experimental results in the area of laminated composite material, but which still remain a challenge for most of available models: size effect for plates with hole, and static indentation. It is clear that the use of such a model within a commercial environment requires compromises. The limitations and necessary future works, especially for expecting robust results for localization, are thus discussed.

**Mots Clés** : endommagement, stratifiés, Abaqus, localisation

**Keywords** : damage, laminates, Abaqus, localization

## 1. Introduction

Une approche possible pour la simulation numérique de la dégradation au sein des structures stratifiées est le méso modèle d'endommagement, développé au LMT-Cachan depuis maintenant plus de 20 ans. Suite à des travaux récents, nous avons revisité celui-ci afin de proposer un modèle amélioré, moins heuristique car en partie basé sur l'homogénéisation de fondements micromécaniques. Nous dressons ici un état des lieux de ces travaux, de leur potentiel, limitations et perspectives.

Ces travaux ont été largement motivés par la limitation des modèles actuels à traiter de manière satisfaisante des cas industriels critiques comme les chocs à faible énergie. Il est clair que, pour ces applications, le point clé est le traitement du couplage entre les dégradations intralaminaires (et en particulier la fissuration transverse) et les dégradations interlaminaires (engendrées par les contraintes élevées au voisinage des pointes fissures transverses) [1][2][4]. Les approches classiques ne traitent que l'un des deux problèmes (par exemple, par l'utilisation d'éléments classiques d'interface pour le délaminage macroscopique, ou des modèles micromécaniques pour la partie intralaminaire [3]). Certaines approches tentent de simuler simultanément fissuration transverse et délaminage par l'introduction systématique d'éléments cohésifs. Cependant, l'introduction de ces éléments dépend généralement du cas traité, reposant

sur l'expérience du modélisateur ou la connaissance du problème, sans caractère systématique. Dans tous les cas, il est clair que le concepteur "métier" ne dispose pas d'outils, accessibles industriellement en terme de discrétisation et/ou stratégie numérique, et proposant un cadre général vis à vis des applications.

Il s'agit là du point de départ de ces travaux. Le méso modèle d'endommagement, sous sa forme initiale, est entièrement basé sur le formalisme de la mécanique de l'endommagement. Il y est supposé que toute structure stratifiée peut être décomposée en deux types de constituants élémentaires : la couche élémentaire et l'interface. Tous deux sont des milieux continus endommageables. La loi d'évolution de l'endommagement pour chaque méso constituant est supposée intrinsèque (*i.e.* indépendante de la séquence). Les travaux fondateurs ont ici été introduits au cours des années 80, puis la plupart des défis de recherche associés ont été soulevés au cours des années 90 [5] [6] [7].

Les avancées récentes sont au nombre de deux. Alors que les lois d'endommagements étaient initialement heuristiques, la forme des lois utilisées est désormais le résultat de l'homogénéisation de la phénoménologie sous-jacente. Il en résulte que les paramètres matériau à identifier ont désormais une interprétation physique forte, puisqu'il s'agit pour la majeure partie de taux de restitution d'énergie. Ces quantités sont désormais les entrées directes du modèle, la forme des lois étant directement implémentée dans le logiciel à partir des relations micro-méso. Le second point clé a été la définition de couplages homogénéisés entre le pli et l'interface. La conséquence majeure est ici la définition d'un concept d'interface non locale, pour lequel l'endommagement est en partie dépendant du niveau de fissuration transverse des plis adjacents. [16].

Dans un premier temps, nous rappelons brièvement quelques points clés du modèle. Son implémentation pratique, réalisée dans Abaqus / Standard est également discutée. Cet aspect non local constitue le principal obstacle à relever dans un code de calcul fermé.

La seconde partie illustre quelques résultats, dans des situations où la redistribution des contraintes est importante. Ces cas illustrent pleinement l'intérêt d'une approche de type mécanique de l'endommagement. Des effets d'échelles, sur plaque trouées, réalisés expérimentalement par [25] sont analysés. Le second exemple (indentation statique) permet d'illustrer clairement la description séparée des différents mécanismes et de leur enchaînement dans ce type de simulation lors d'une sollicitation sévères.

Cependant, comme n'importe quel modèle adoucissant, ce type d'approche souffre du problème de localisation pouvant entraîner si aucune précaution n'est prise une dépendance pathologique bien connue au maillage. L'utilisation d'un modèle avec retard, dans un cadre quasi-statique, a été retenue pour l'implémentation et les illustrations. Il est bien connu également que, si la dépendance au maillage disparaît en apparence, ceci n'est que pur artifice puisqu'elle est remplacée par une dépendance à la vitesse de chargement. Dans des cas fortement hétérogènes, la dynamique locale du chargement entraîne donc un fort doute sur l'objectivité des résultats. Des travaux en cours dans la thèse de Camille Le Mauff ont pour objectif d'assurer cette objectivité y compris dans un cadre quasi-statique. Le guide ici est la cohérence en terme de dissipation entre le modèle "pragmatique" et la mécanique de la rupture, comme cela est évoqué en discussion.

## 2. Vue d'ensemble du modèle et implémentation

Le modèle proposé rend compte pour la partie intralaminare des mécanismes suivants : non-linéarité élastique du comportement sens fibre en traction et compression, rupture sens fibre en traction et compression, endommagement diffus plan sous sollicitations transverses et de cisaillement, fissuration transverse décrit par lois homogénéisées [24] [15] et plasticité sous sollicitations plan et hors plan [21], re fermeture des fissures en compression. Au final, chacun des mécanismes d'endommagement est donc décrit par des variables séparées, ce qui autorise un examen complet de l'origine de la dégradation comme nous le verrons dans le cas des chocs à faible énergie en particulier.

L'ensemble des mécanismes étant couplés plus ou moins sévèrement, la résolution du comportement matériau est réalisée par une approche de type point fixe. Chaque comportement est résolu séparément, les autres étant supposés fixés, puis le bouclage sur le système d'équations est prescrit jusqu'à convergence. L'implémentation de cette partie intralaminare, déjà décrite par ailleurs, se fait sans difficulté au travers d'une U-mat adaptée à des éléments volumiques dans ABAQUS / Standard.

Le modèle utilisé pour l'endommagement interlaminare fait lui aussi la distinction entre les origines « diffuses » et « discrètes » du dommage, en les décrivant par deux jeux de variables séparées. L'énergie de déformation de l'interface s'écrit donc :

$$e_d = \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0 (1-d_3)} + \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_3^0} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_{13}^2}{k_1^0 (1-d_1)} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_{23}^2}{k_2^0 (1-d_2)} \quad (\text{eq. 1})$$

La partie diffuse de l'endommagement interfacial, associées à trois indicateurs  $d_1^0, d_2^0, d_3^0$  est décrite par la loi classique proposée dans [7], basée sur la force d'endommagement mixte  $Y$  :

$$d_1^0 = d_2^0 = d_3^0 = \left[ \frac{n}{n+1} \frac{Y}{Y_C - Y_0} \right]^n \quad (\text{eq. 2})$$

La partie discrète, associée à trois indicateurs  $\bar{d}_1, \bar{d}_2, \bar{d}_3$ , est issue d'une simplification des travaux de [16]. Ceux-ci avaient en particulier conclu à l'absence de couplage fort entre la partie normale de l'endommagement d'interface et la fissuration transverse. Par contre, les endommagements de cisaillement hors-plan de l'interface étaient largement affectés par la fissuration, justifiant le caractère non-local de l'interface dans une modélisation améliorée. Une simplification pragmatique de ces résultats nous conduit à proposer pour la partie discrète de l'endommagement d'interface la description suivante, purement géométrique (au sens où celle-ci ne dépend pas directement de l'état de sollicitation, mais uniquement des états de dégradations présents dans les plis adjacents à l'interface) :

$$\bar{d}_1 = (1 - d_3^0) g_A g_{\bar{\rho}_{\text{inf-sup}}} g \sin^2(\theta) \quad ; \quad \bar{d}_2 = (1 - d_3^0) g_A g_{\bar{\rho}_{\text{inf-sup}}} g \cos^2(\theta) \quad ; \quad \bar{d}_3 = 0 \quad (\text{eq. 3})$$

Ces expressions simples peuvent se démontrer au prix de quelques approximations à partir des résultats de [16]. Elles traduisent le fait que l'interface, endommagé par la partie diffuse, est dégradée à concurrence de la raideur résiduelle  $(1 - d_3^0)$  par la partie discrète (délaminages locaux).  $A$  est une constante issue de l'homogénéisation, indépendante du matériau en première approximation.  $\theta$  est l'angle aigu entre les plis adjacents à l'interface, et  $\bar{\rho}_{\text{inf-sup}}$  est la taux de fissuration transverse moyen entre ces deux plis. Les endommagements réels de l'interface sont ensuite obtenus par un cumul multiplicatif des dommages élémentaires :

$$(1 - d_1) = (1 - d_1^0)(1 - \bar{d}_1); (1 - d_2) = (1 - d_2^0)(1 - \bar{d}_2); (1 - d_3) = (1 - d_3^0)(1 - \bar{d}_3) \quad (\text{eq. 4})$$

L'implémentation des éléments d'interface a été réalisée au moyen d'éléments volumiques, pour lesquels la matrice de raideur a été réécrite et se limite aux raideurs hors-plan. D'un point de point pratique, ceci est donc totalement équivalent à des éléments cohésifs standards, avec jeu initial.

### 3. Analyse de cast tests standards

#### 3.1 Effets d'échelle sur plaques trouées

Une première étude de validation consiste en l'analyse de la variation de la force à rupture, dans le cas de mise à l'échelle bi- ou tri dimensionnelle d'éprouvettes trouées. Le cas-test présenté est détaillé expérimentalement dans [25], auquel le lecteur peut se reporter pour toute information supplémentaire. Dans le cas de la mise à l'échelle 2D, la séquence et les épaisseurs des plis sont conservées, mais les dimensions sont augmentées de manière homothétique dans le plan (série rouge horizontale figure 1). Dans le cas de la mise à l'échelle 3D, la séquence est conservée, mais les épaisseurs des plis sont augmentées dans le même rapport que les dimensions dans le plan.

t (mm)	Sublaminat-level Scaling				Ply-level Scaling			
	Hole diameter (mm)				Hole diameter (mm)			
	3.175	6.35	12.7	25.4	3.175	6.35	12.7	25.4
1					■			
2	1D	3D				■		
4		2D			■	■	■	■
8								■

■ = configuration tested

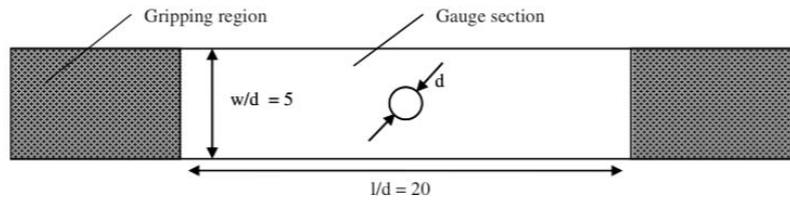


Fig. 1. Séries de plaques trouées – mises à l'échelle 2D et 3D (d'après [25])

La figure 2 illustre sur l'un des échantillons les états de fissuration transverse dans les plis, endommagements diffus et discret dans les interfaces, proche de la rupture. Les charges à rupture en fonction du facteur d'échelle pour les deux séries sont résumées figure 3. Le modèle implémenté permet de retrouver, qualitativement pour l'instant, les deux effets d'échelle majeurs. Dans le cas de la série 1, l'effet d'échelle est principalement lié à la structure, et l'augmentation des dimensions dans le plan à épaisseur fixée se traduit par une charge apparente à rupture plus élevée. Dans le cas de la série 2, l'effet d'échelle est principalement matériau. L'augmentation de l'épaisseur des plis induit un déclenchement précoce de la fissuration transverse, et la charge à rupture diminue donc avec l'échelle. Le matériau utilisé pour la simulation étant différent, pour des raisons d'identification, de celui utilisé dans l'expérience, il est impossible à l'heure actuelle de conclure quantitativement, mais la reproduction correcte des deux tendances est encourageante.

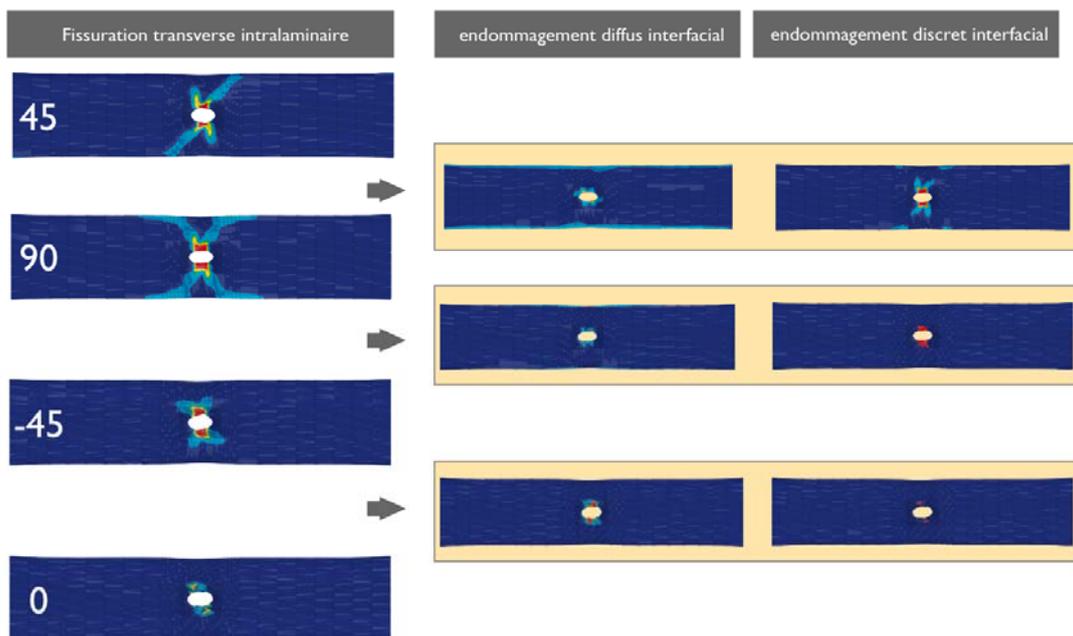


Fig. 2. Endommagements intra et intralaminaires proche de la rupture : fissuration transverse, endommagements diffus et discrets d'interface.

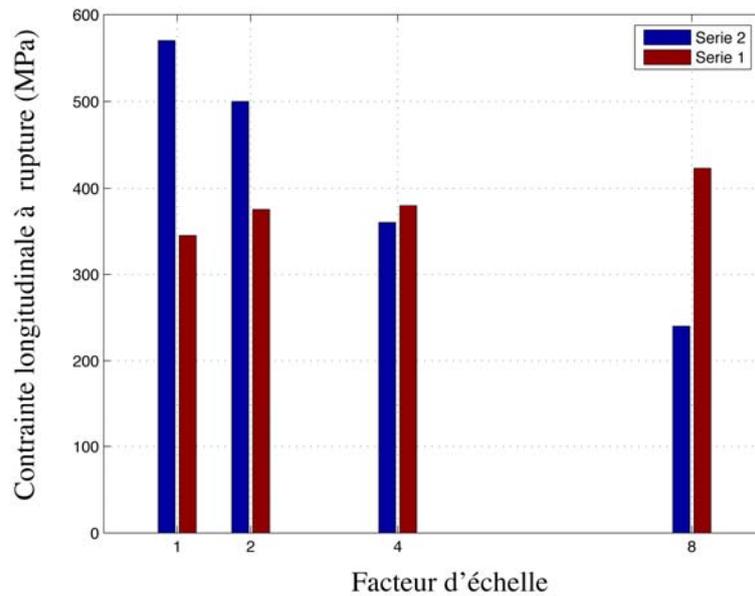


Fig. 3. Effets d'échelle pour les deux séries de plaques trouées.

### 3.2 Simulation d'impact basse énergie par indentation statique

Nous considérons ici une simulation d'indentation statique, utilisée pour caractériser la dégradation dans le cas d'impact à faible énergie. La simulation réalisée concerne une éprouvette 13 pli, en condition de contact avec une plaque de soutien inférieure et l'indenteur sphérique (voir figure 4).



Fig. 4 Géométrie et conditions aux limites pour la simulation d'indentation statique.

La figure 5 illustre la courbe globale obtenue pour la relation force-déplacement au niveau de l'indenteur. Il s'agit qualitativement du type de réponses observées expérimentalement, mais le plus important est que ce type de modèle permet de rendre compte correctement de l'enchaînement des différents mécanismes. Ainsi, les figures 6 et 7 illustrent les dommages (vues de dessous, coupe et de dessus) dans la zone de l'indenteur pour deux points caractéristiques P1 et P2 de la courbe globale. Il est clair, qu'après la rupture fibre en compression sous l'indenteur, la dégradation commence réellement pour la rupture fibre en traction en face opposée. Celle-ci marque le début du développement de la fissuration, de la face externe vers la face sous l'indenteur, suivant la forme conique caractéristique de ce type d'essai.

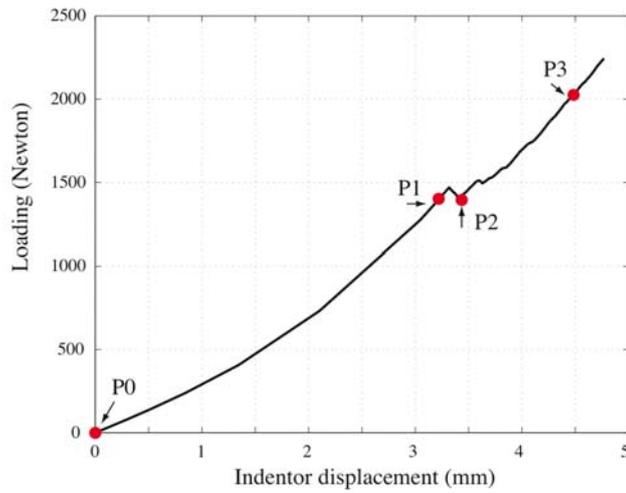


Fig. 5 Courbe globale simulée force-déplacement au niveau de l'indenteur.

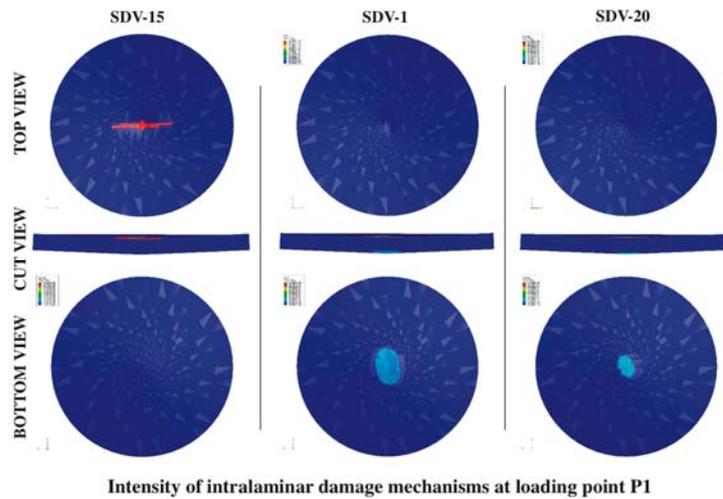


Fig. 6 Mécanismes de dommage intralaminaires au point P1.

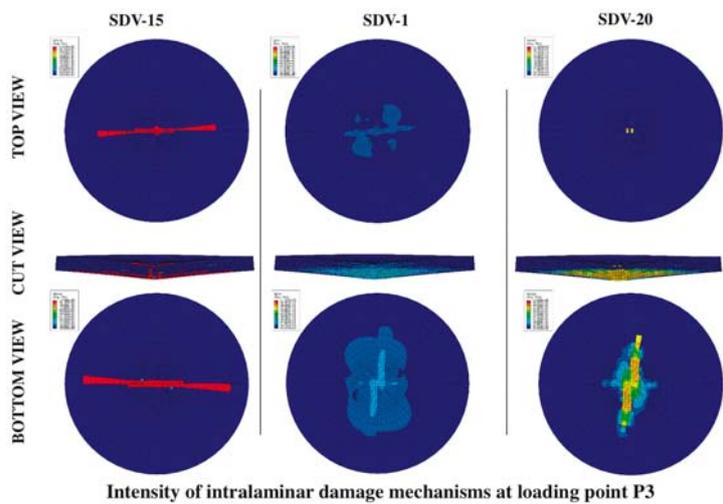


Fig. 7 Mécanismes de dommage intralaminaires au point P3.

## 4. Problèmes liés à la localisation et perspectives

Afin de simuler l'évolution des dégradations nous utilisons un matériau adoucissant, régi par la mécanique de l'endommagement. Dans le cas de forts niveaux d'endommagement, on observe une perte d'objectivité de la solution, les déformations sont localisées dans une zone qui dépend du maillage (taille de maille et orientation). Pour éviter ce phénomène plusieurs solutions coexistent, certaines sont basées sur des modèles non locaux [17] où l'état d'un point est défini en fonction de l'état de ses voisins. D'autres solutions visant à prendre en compte les gradients d'ordres supérieurs pour mieux représenter la cinématique font appel à des modèles de second gradient [26]. Dans [18], on définit le taux de la variable d'état en fonction de l'état du matériau, cette modification agit comme une viscosité.

C'est dans cette dernière vision que nous nous insérons. Physiquement l'évolution de l'endommagement prend un certain temps. On utilise alors un « rate dependent material », pour lequel l'évolution est définie sur la dérivée de la variable interne caractérisant l'endommagement, de plus cette loi d'évolution vient bornée le taux d'endommagement.

En dynamique la modification permet de régulariser l'équation des ondes. Dans le cas quasi statique, la viscosité vient régulariser le calcul, mais elle amène une dépendance à la vitesse de chargement locale.

La loi à taux limité est la suivante :

$$\dot{\chi} = \frac{1}{\tau_c} \left\{ 1 - \exp[-a \langle w(Y) - d \rangle_+] \right\} \quad (\text{eq. 5})$$

### 4.1 Dépendance des résultats à la dynamique de chargement locale

Dans le cas d'une structure, ni la contrainte, ni son évolution n'est homogène. L'utilisation de la loi d'endommagement à taux limité, bien que permettant de retrouver une solution ne dépendant plus du maillage, introduit une dépendance à la dynamique de chargement locale. On peut aisément mettre le phénomène en évidence en prenant pour exemple une structure simple chargée en mode I, ici on s'intéresse à une éprouvette CT avec un modèle d'endommagement isotrope pour laquelle on vient faire varier la vitesse de chargement.

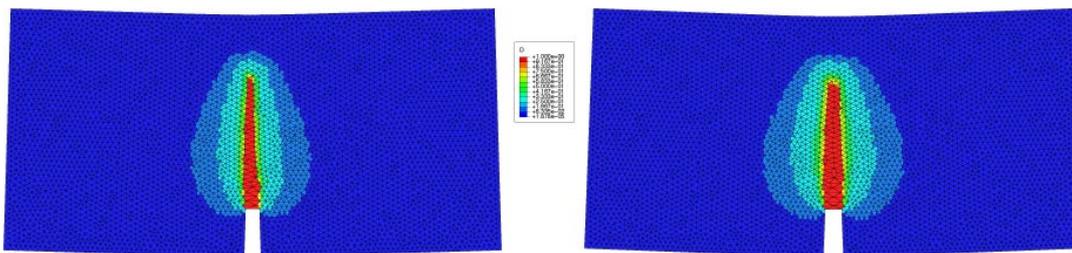


Fig. 8 Comparaison des cartographies d'endommagement pour deux vitesses de chargement différentes

La figure 8 nous montre deux cartes d'endommagement associées à deux vitesses de chargement différentes. Ces images mettent en évidence le fait que le phénomène de localisation n'est plus présent, on observe une bande d'éléments dont l'endommagement est égal à 1 qui est plus large que la taille de maille. Bien que possédant les mêmes paramètres de la loi à taux limité, les cartographies d'endommagement sont différentes. Ces simulations de chargement en mode I nous permettent de calculer le taux de restitution d'énergie associé à l'accroissement de la macro fissure au milieu de l'éprouvette.

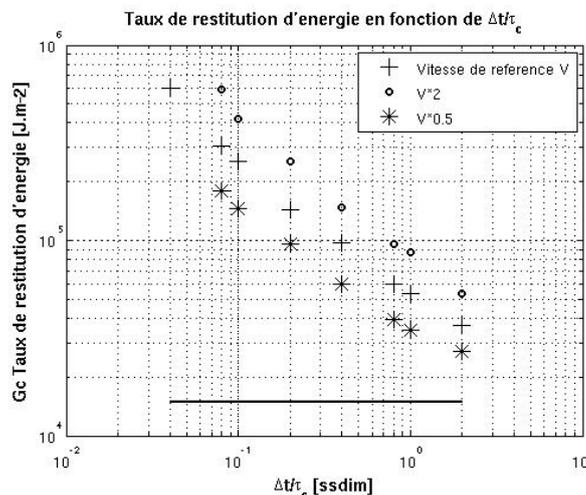


Fig. 9 Taux de restitution d'énergie pour 3 vitesses de chargement

Ce taux de restitution d'énergie dépend de la vitesse de chargement appliquée comme on peut le voir sur la figure 9. Plus on charge vite, plus on dissipe d'énergie et donc plus le taux de restitution d'énergie est élevé. Les résultats nous permettent d'envisager d'adapter le paramètre  $\tau_c$  afin de retrouver un même taux de restitution en maintenant le produit  $V \times \tau_c$  égal pour les différentes vitesses de chargement. Dans le cas d'une structure complexe, la vitesse de chargement n'est pas homogène. Sans prise en compte de ces hétérogénéités de chargement, l'énergie dissipée en phase post pic n'est donc pas la même dans toute la structure. Nous envisageons donc prendre en compte la dynamique locale de chargement pour piloter la loi d'évolution à taux limité.

## 4.2 Vers un modèle consistant avec la mécanique de la rupture en quasi-statique

Le paramètre  $\tau_c$  ainsi que la loi  $w(Y)$  influencent fortement le taux de restitution d'énergie. En adaptant ces paramètres on peut modifier le taux de restitution d'énergie pour que celui-ci devienne égal à la valeur cible du matériau considéré (la ligne horizontale noire sur la figure 9). Ces modifications des paramètres effectuées localement en fonction de la dynamique de chargement locale doivent nous permettre d'une part de supprimer la dépendance au maillage, et d'autre part de caler le modèle d'endommagement à la mécanique de la rupture.

## 5. Conclusions

Cette étude ne s'est pas intéressée à des développements théoriques nouveaux, mais à la mise à disposition d'un outil de simulation numérique permettant de tester et faire vivre les outils déjà développés. Ceci est à notre sens un point majeur vers l'évolution pertinente des modèles, à partir d'un dialogue réel partenaires industriels-modèles sur des cas d'importance industrielle. Leurs limitations et points forts peuvent alors être clairement mis en évidence.

Il est clair que les outils actuellement disponibles permettent de traiter de manière satisfaisante des cas de difficulté certaine. Cependant, l'objectivité des calculs est encore un problème auquel il s'agit d'apporter une solution viable dans un environnement de calcul industriel. Les pistes proposées, basées sur de simples modifications locales de la loi, semblent encourageantes mais nécessitent encore des travaux de développement importants.

## Références

- [1] M. Renault. Compression après impact d'une plaque stratifiée carbone/epoxy : étude expérimentale et modélisation éléments finis associées. *Technical report, EADS*, 1994.
- [2] S. Guinard, O. Allix, D. Guédrà-Degeorges, and A. Vinet. A 3d damage analysis of low-velocity impacts on laminated composites. *Composites Science and Technology*, 62 :585–589, 2002.
- [3] M. de Moura and J.P.M Goncalves. Modelling the interaction between matrix cracking and delamination in carbon-époxy laminates under low velocity impact. *Composites Science and Technology*, 64(7-8) : 1021-1027. 2004
- [4] F. Aymerich and S. Meili. Ultrasonic evaluation of matrix damage in impacted composite laminates. *Composites Part B : Engineering*. 31(1) : 1-6. 2000.
- [5] P. Ladevèze and E. Le Dantec. Damage modeling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43(3) :257–267, 1992.
- [6] P. Ladevèze. Multiscale modelling and computational strategies for composites. In *F.G. Rammerstorfer H.A. Mang and J. Eberhardsteiner, editors, Proceedings of the fifth world congress on computational mechanics*, 2002.
- [7] O. Allix and P. Ladevèze. Interlaminar interface modelling for the prediction of laminate delamination. *Composite Structures*, 22 :235–242, 1992.
- [8] P. Ladevèze and G. Lubineau. On a damage mesomodel for laminates : micro- meso relationships, possibilities and limits. *Composites Science and Technology*, 61(15) :2149–2158, 2001.
- [9] P. Ladevèze and G. Lubineau. An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics. *Composites Science and Technology*, 62 :533–541, 2002.
- [10] J. A. Nairn. Applications of finite fracture mechanics for predicting fracture events in composites. In *Proc. 5th Int'l Conf. on Def. and Fract. of Comp. Mat.*, page 1, London, UK, 18-19 March 1999.
- [11] J.A. Nairn. The strain energy release rate of composite microcracking : a variational approach. *Journal of Composite Materials*, 23 :1106–1129, 1989.
- [12] J.A. Nairn and S. Hu. The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in

laminated composites. *International Journal of Fracture*, 57 :1–24, 1992.

- [13] George J. Dvorak, Norman Laws and Mehdi Hejazi. Analysis of progressive matrix cracking in composite laminates i. thermoelastic properties of a ply with cracks. *Journal of Composite Materials*, 19(1) :216 – 234, 1985.
- [14] Z. Hashin. Analysis of orthogonally cracked laminates under tension. *Journal of Applied Mechanics*, 54 :872–879, 1987.
- [15] Lubineau G. (2008). A pyramidal modeling scheme for laminates - identification of transverse cracking - *International Journal of Damage Mechanics*, accepted
- [16] Ladevèze P., Lubineau G. and D. Marsal (2006). Towards a bridge between the micro- and the mesomechanics of delamination for laminated composites. *Composites Science and Technology*. v. 66(6), pp. 698-712.
- [17] Z.P. Bazant and G. Pijaudier-Cabot. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *ASME J. of Applied Mechanics*. 55 :287-293. 1988.
- [18] A. Needleman. Material rate dependence and mesh sensitivity in localisation problems. *Comput Meth Appl Mech Eng*. 67 : 69-85. 1988.
- [19] O. Allix and J.F. Deu. Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions*, 45 :29–46, 1997.
- [20] I. Lapczyk and J. A. Hurtado. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(11) :2333–2341, 2007.
- [21] G.Lubineau. Introducing coupled effects of diffuse damage and transverse cracking on elasto-plastic behavior. *Private communications. LMT-Cachan*. 2008.
- [22] G. Lubineau. Estimation of residual stresses in laminated composites using field measurements on a cracked sample. *Composites Science and Technology*. 68(13) :2761-2769. 2008.
- [23] O. Allix, D. Levèque and L. Perret. Identification and forecast of delamination in composite laminate by an interlaminar interface model. *Composites Science and Technology*. 58 : 671-678. 1998.
- [24] G. Lubineau and P. Ladevèze. Construction of a micromechanics-based intralaminar mesomodel, and illustrations in ABAQUS/Standard. *Computational Materials Science*. V. 43(1): 137:145. 2008
- [25] B.G. Green, M.R. Wisnom and S.R. Hallett. An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites. *Composites Part A*. V. 38: 867:878. 2007
- [26] R. de Borst and H.-B. Mulhaus. Gradient-dependent plasticity : Formulation and algorithmic aspects. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 35:521-539. 1992.